PDF Compressor Pro

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

القسم العلمى

تطبيقات الرياضيات

دليل المعلم

الصف الثانى الثانوى

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

تأليف

أ/ كمال يونس كبشة

أ.م.د/ سمر عبد الفتاح لاشين

د/ أمل الشحات حافظ

PDF Compressor Pro

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

الطبعــة الأولى ٢٠١٥/٢٠١٦
رقم الإيــداع ١٠٥٦٢ / ٢٠١٥
الرقم الدولى 978 - 977 - 706 - 019 - 6

PDF Compressor Pro

المحتويات

PDF Compressor Pro

بسم الله الرحمن الرحيم

مقدّمة

الزميل الفاضل المعلم / المعلمة:

نأمل أن يساعدك هذا الدليل فى تنفيذ منهج الرياضيات للصف الثانى الثانوى، وهو يقدم نظريات تعلم حديثة بحيث يكون دورك ميسرًا لعملية التعلم، كما يقدم أنشطة متنوعة تنمى مهارات حل المشكلات والاستنتاج والتعليل ممتزجة بالمتعة والتشويق.

وتقوم فلسفة الدليل على تنمية طرائق التفكير وبناء المهارات العلمية والبعد عن التفاصيل والحشو والتركيز على مهارات التعلم الذاتى، وعلى جمع المعلومات من مصادر مختلفة ومعالجتها وربطها بحياة الطلاب ومجتمعهم.

ويهدف هذا الدليل إلى مساعدتك على تطبيق التعلم النشط، التأمل، التعلم الذاتى بما يحقق متعة تعلم الرياضيات ومساعدة الطلاب على البحث والتأمل؛ ومن ثم اكتساب المفاهيم العلمية الأساسية ومهارات التفكير؛ ولذلك تضمن الدليل جزءين أساسيين.

الجزء الأول: الإطار النظرى للدليل ويشمل:

- استخدام دليل المعلم .
- نماذج لطرق التدريس .
- تنظيم محتوى الرياضيات (تطبيقات الرياضيات).
- المعايير والمؤشرات للصف الثانى الثانوى لكتاب تطبيقات الرياضيات.
- الاتجاهات الحديثة فى تعلم تطبيقات الرياضيات.
- خصائص نمو طلاب المرحلة الثانوية.
- إدارة وتنظيم بيئة التعلم النشط.
- بناء جدول مواصفات الاختبار التحصيلى.

الجزء الثانى: الإطار التنفيذى للدليل ويشمل:

- مقدمة الوحدة.
- مخرجات التعلم.
- مفردات أساسية.
- الأدوات والوسائل.
- زمن التدريس.
- مصادر التعلم.
- طرق التدريس المقترحة.
- التهيئة.
- اجراءات الدرس.
- التقييم المستمر .

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

هذا ونسأل الله العظيم أن ينفع به زملاءنا المعلمين والمعلمات فى مجال تدريس الرياضيات

والله ولى التوفيق

المؤلفون

PDF Compressor Pro

المقدمة

كيف تستخدم هذا الدليل؟

لقد حاولنا أن يكون هذا الدليل وافيًا بجميع العناصر التى قد تحتاجها لتدريس هذا المقرر، وسيكون أمامك صورة من صفحات كتاب الطالب فى كل درس؛ مما يساعدك على ربط توجيهات الدليل مع ما يراه الطالب فى كتابه، ومما لا شك فيه أن هذا يزيد فائدة الدليل بالنسبة لك، إلى جانب الصورة المصغرة من صفحة كتاب الطالب، وتتضمن صفحة المعلم العناصر التالية بالنسبة لكل وحدة وكل درس:

(١) مقدمة الوحدة: وتوضح عددًا من المعلومات المرتبطة بالوحدة ودروسها، ومن هذه المعلومات مخرجات التعلم وزمن ومكان التدريس والمصطلحات الأساسية ومهارات التفكير، كما توضح المقدمة وسائل ومصادر التعلم وطرق التدريس المقترح استخدامها، وأخيرًا طرق التقويم.

(٢) دروس الوحدة: فى هذا الجزء يتم تناول تفاصيل كل درس من دروس الوحدة وتشمل هذه التفاصيل :

- خلفية : حيث يتم خلالها الربط بين المعلومات السابقة لدى الطالب والمعلومات الجديدة فى الدروس.
- مخرجات الدرس: حيث يتم خلالها استعراض مخرجات التعلم المرجو تحقيقها فى الدرس، وهى مصوغة بصورة إجرائية قابلة للملاحظة والقياس.
- المفردات الأساسية: حيث يتم توضيح عدد من المصطلحات التى سيتم تناولها فى الدرس.
- المواد التعليمية المستخدمة: حيث يتم الإشارة إلى الوسائل المعنية التى يمكن للمعلم استخدامها فى شرح وتحقيق أهدافه أثناء عملية التعليم والتعلم.
- طرق التدريس المقترحة : يوضح هذا الجزء مسميات عدد من طرق التدريس التى يمكن للمعلم توظيفها أثناء الحصة وتتنوع هذه الطرق من درس لآخر، فهناك **العديد من طرق التدريس التى يمكن للمعلم استخدامها أثناء عرض المحتوى، ومن هذه الطرق**: المحاضرة أو الطريقة التلقينية - التعلم التعاونى - العصف الذهنى - الحوار والمناقشة - حل المشكلات - الاكتشاف .

ما الواجب معرفته عن طرق التدريس؟

- المفهوم - خطوات التنفيذ - متطلبات التنفيذ- المميزات - العيوب أو صعوبات التنفيذ.

كيف يتم اختيار طريقة التدريس المناسبة؟

- يتم اختيار طريقة التدريس فى ضوء مخرجات التعلم المستهدفة والمحتوى وخصائص الطلاب وفقًا للمرحلة العمرية والتعليمية والوقت المتاح.

أى طرق التدريس افضل؟

- لا توجد طريقة تدريس بعينها هى الأفضل. ولكن أفضل الطرق هى التى تناسب الطالب والموقف التعليمى وتساعد فى تحقيق الأهداف المرجو تحقيقها.

نماذج طرق التدريس:

التعلم التعاونى :

- أسلوب تعلم يتم فيه تقسيم الطلاب إلى مجموعات صغيرة متجانسة أو غير متجانسة وفقًا للهدف أو المهمة التى سيكلف بها أفراد المجموعة، ويقوم أفراد المجموعة بالتعاون فيما بينهم لإنجاز المهمة المكلفين بها، وتهدف هذه الطريقة إلى تنمية روح التعاون بدلاً من التنافس وتشجيع روح الفريق.

العصف الذهنى:

- يتم خلال الموقف التعليمى تحديد موضوع أو قضية أو سؤال، ويُطلب من الطلاب استدعاء أكبر قدر من المعلومات والأفكار أو الإجابات أو الحلول المرتبطة بتلك القضية أو هذا الموضوع؛ وذلك وفق قواعد متفق عليها، وتتمثل فى تسجيل الأفكار كافة وعدم النقد أو التقييم لأى فكرة لتشجيع الجميع على المشاركة الإيجابية؛ وبالتالى توليد اكبر قدر من الأفكار العادية أو المبتكرة، وبعد الانتهاء من عملية استدعاء الأفكار يتم مناقشتها للوصول إلى أفضل حل أو إجابة أو فكرة وذلك باستبعاد

PDF Compressor Pro

الأفكار غير المرتبطة أو المكررة دون الإشارة التى صاحب تلك الفكرة، ويمكن تلخيص خطوات العصف الذهنى فى أربع خطوات أساسية هى:

- الإعداد والتهيئة : للموضوع الذى سيتم استدعاء الأفكار بشأنه.
- طرح الموضوع : التأكد من وضوح الموضوع بالنسبة للجميع.
- توليد الأفكار: بمشاركة كافة الطلاب.
- تقويم الأفكار: حذف المكرر أو غير المرتبط والاتفاق على افضل الأفكار أو الإجابات.

حل المشكلات:

- هي إحدى الطرق العلمية التى تهدف إلى الوصول إلى نتائج او اقتراح حلول لمشكلة محددة تمثل عائقًا أو تحديًا للطلاب، تهدف هذه الطريقة إلى تدريب الطلاب على اتباع الخطوات العلمية أو التفكير العلمى لمواجهة مشكلة معينة، تعتمد تلك الاستراتيجية على تنفيذ عدد من الخطوات منها تحديد المشكلة تحديدًا دقيقًا وكاملًا، والبدء فى جمع معلومات عن تلك المشكلة والحقائق المرتبطة بها، فرض فروض تمثل الحلول الممكنة لتلك المشكلة، ويتم اختبار تلك الفروض لاختيار أيها ساهم فى حل المشكلة، وفى الختام استخلاص النتائج وتقديم الحلول الممكنة؛ ومن ثم يمكن تعميم تلك النتائج فى مواقف أخرى مشابهة للمشكلة التى تم دراستها.

الحوار والمناقشة:

- تمثل تلك الطريقة إحدى الطرق اللفظية، ويمكن تعريف طريقة المناقشة بأنها حوار منظم يعتمد على تبادل الآراء والأفكار بين المعلم والطلاب أو بين الطلاب بعضهم البعض، وتهدف هذه الطريقة إلى تنمية مهارات التفكير لدى الطلاب والتدريب على عرض الأفكار مدعومة بالدليل على صحتها، فضلاً عن الالتزام بآداب الحوار والمناقشة كإحدى المهارات الاجتماعية الواجب تنميتها لدى الطلاب.
- تتمثل خطوات المناقشة فى تحديد المعلم للهدف من المناقشة، وتقسيم هذا الهدف إلى عدة أفكار فرعية أو عدد من الأسئلة المطلوب الاجابة عنها، ويتم وضع قواعد لإدارة وتنظيم المناقشات، ومن أمثلة تلك القواعد إتاحة الفرصة للطالب لعرض الفكرة كاملة ومناقشة ونقد الفكرة دون الإساءة أو التقليل من شأن صاحب الفكرة، وهكذا ويحرص المعلم على التزام الطلاب بتلك القواعد ليساعدهم على التوصل إلى الأفكار وربط المفاهيم واستخلاص الاستنتاجات والتوصيات المرتبطة بالهدف الذى تم تحديده، ومن خلال تحديد نتيجة لكل فكرة فرعية يتم التوصل إلى نتيجة للقضية أو المشكلة الأساسية.

التعلم بالاكتشاف :

- هى عملية تفكير تعتمد على أن يقوم الطالب باسترجاع وتنظيم المعلومات السابقة لديه وإعادة صياغتها بشكل يُمكِّن من استخدامها فى مواقف جديدة، ويُعرف التعلم بالاكتشاف بأنه التعلم الذى يحدث نتيجة لمعالجة الطالب لمعلومات وتركيبها وتحويلها للوصول إلى معلومات جديدة من خلال اكتشاف أفكار أو حلول يصل إليها الطلاب بأنفسهم؛ مما يشجعهم على مواصلة عملية التعلم .

التعلم بالاكتشاف له أنواع تعتمد على درجة التوجيه الذى يقدمه المعلم ومن تلك الأنواع:

- الاكتشاف الموجه: والذى يوفر فيه المعلم بعض التعليمات التى تضمن مساعدة الطلاب على النجاح فى المهمة.
- الاكتشاف شبه الموجه: وفيه يقدم المعلم بعض التوجيهات العامة دون أن يتقيد بها الطالب.
- الاكتشاف الحر: فيه يواجه الطالب المشكلة بنفسه دون أى توجيهات من المعلم، ويطلب منه الوصول إلى الحل وصياغة الفروض وتصميم التجارب وتنفيذها.

اجراءات الدرس:

أ) **التهيئة:** وذلك من خلال مناقشة العمل التعاونى أو بند "فكر وناقش" الوارد فى بداية الدرس، ومن المعروف أن توافر الدافعية فى التعلم لدى الطلاب أمر لازم بل حتمى لضمان حُسن سير الدرس وإيجابية الطلاب، وبالتالى تتحقق الأهداف المنشودة. ويجب ألا يطغى زمن تهيئة الطلاب على الزمن المخصص لباقى أنشطة الدرس، وعادة لا يزيد زمن تهيئة الدرس عن عشر دقائق.

PDF Compressor Pro

المقدمة

ب) تعلم: بعد التهيئة – وفى ترابط وسلاسة – يدخل المعلم إلى خطوات عرض الدرس، فيبدأ فى تنفيذ الأنشطة الواردة فى هذا الجزء من الدليل وهى ترتبط ارتباطًا وثيقًا بصفحة كتاب الطالب، وأن الربط بين ما يحدث فى مرحلة تهيئة الطلاب وبين بداية الدرس أمر مهم جدًّا، حتى لا تفقد التهيئة أهميتها ودورها فى نجاح الدرس وتحقيق أهدافه.

ويتخلل هذا الجزء استعراض للأمثلة والتدريبات كافة وكذلك الأنشطة الموضحة ، ويتاح لك فى هذا الجزء مزيد من الطرق لاستنتاج القوانين او العلاقات وعدد من التمارين الإثرائية التى يمكن استخدامها فى حالة توافر زمن متاح أو للطلاب المتفوقين، علمًا بأن هذه التمارين مجاب عنها.

جـ) التقييم والتدريب: ويشمل هذا البند جوانب مهمة هى "التقييم المستمر" ويشمل إجابات لما ورد فى بند "حاول أن تحل" أو يشمل أسئلة شفهية أو تحريرية خلال عرض الدرس، الجانب الآخر هو" التقييم و التدريب"، ويشمل هذا البند إجابات ما ورد فى بند "تمارين" و الجانب الثالث هو "التقييم"، ويشمل أسئلة شفهية أو تحريرية تساعدك على التأكد من تحقيق أهداف الدرس، ومدى استفادة طلابك مما تعلموه، وذلك جنبًا إلى التمارين العامة والاختبارات الواردة فى نهاية كل وحدة.

د) تمارين إثرائية: يقدم الدليل فى نهاية كل درس أنشطة إثرائية للطلاب المتفوقين، ولكن حذار أن تعلن أن هذا النشاط خاص بالطلاب المتفوقين ولا تقسم الطلاب فى الفصل إلى مجموعات وفقًا لمستوياتهم، فهذا النشاط خاص بالمعلم ليواجه الفروق الفردية بين طلابه، يمكنك أن تستقطع وقتًا فى ذات الدرس للقيام بهذه الأنشطة الإثرائية، وأحيانًا يكلف بها الطلاب بوصفها نشاطًا خارجيًّا يقومون به بعد الدرس، وقد يعرضون عليك ما أنجزوه فى هذه الأنشطة خارج وقت الحصة، أو قد تُراجِع معهم إنجازاتهم فى بداية الحصة التالية، وقبل التهيئة الجديدة (يتوقف ذلك على نوع تلك الأنشطة، وما تحتاجه من زمن لمتابعتها)، ونشير هنا إلى أنه عند تكليف أى طالب بنشاط ما يجب أن تتابع إنجازه فيه، حيث إن عدم توفر ذلك يؤدى إلى تكاسلهم بل إهمالهم القيام بأى نشاط إثرائى.

هـ) الأخطاء الشائعة: يتم استعراض عدد من الصعوبات التى تواجه الطلاب نتيجة بعض الأخطاء المتوقع منهم الوقوع بها، وتختلف هذه الأخطاء باختلاف الموضوع والوسائل المستخدمة وكذلك المستوى الأكاديمي للطلاب.

و) ملخص الوحدة والاختبار التراكمى: تنتهي الوحدة بعرض ملخص لدروس الوحدة وتمارين عامة، وكذا اختبار تراكمى للوحدة علمًا بأن الدليل يوفر لك إجابات لكل منها.

والآن عزيزى المعلم كى تقوم بدورك على أكمل وجه سوف نتناول عرضًا موجزًا عن النقاط التالية:

- تطبيقات الرياضيات .
- تصنيف أهداف تدريس الرياضيات.
- معايير ومؤشرات الصف الثانى الثانوى.
- خصائص النمو لطلاب المرحلة الثانوية.
- بناء جدول مواصفات الاختبار التحصيلى.
- تنظيم محتوى مادة الرياضيات فى الصف الثانى الثانوى.
- إستراتيجيات عامة للتدريس الناجح.
- الاتجاهات الحديثة في تعليم الرياضيات.
- إدارة وتنظيم بنية التعلم النشط.

تطبيقات الرياضيات:

ينبغى أن يعى المعلم التطبيقات الخاصة بطبيعة الرياضيات ، فعلم الميكانيكا (الديناميكا والاستاتيكا) من فروع الرياضيات التى تشتمل على العديد من التطبيقات الحياتية المرتبطة بحياة الطلاب والبيئة التى يعيشون فيها.

فمقرر " الديناميكا – الاستاتيكا" يعتمد فى دراسته على مادرسه المتعلم من المهارات الأساسية للرياضيات، ومن الواضح أن ما بين الرياضيات عمومًا– والميكانيكا علاقة تبادلية فيما يتعلق بالتطبيقات.

PDF Compressor Pro



تنظيم محتوى الرياضيات فى الصف الثانى الثانوى (علمى)" تطبيقات الرياضيات ":

يجرى تدريس الرياضيات فى الصف الثانى الثانوى (علمى) فى شكل وحدات دراسية موزعة مصفوفيًّا بين صفوف المرحلة الثانوية، وبين المجالات الميكانيكا - الهندسة والقياس ، الإحصاء. ومن ناحية أخرى فإن المحتوى ينمو رأسيًّا (عبر الصفوف) وحلزونيًّا فى كل فرع، ويتوزع أفقيًّا (فى كل صف)، بحيث يتضمن وحدات من فروع مختلفة تعكس- إلى حد ما- وحدة الفكر الرياضى.

تصنيف مخرجات تعلم تدريس الرياضيات:

يواجه المعلم دائمًا بالسؤال الآتى: «لماذا نعلِّم الرِّياضيات؟» أو ما الهدف منها؟ إن تدريس الرياضيات يهدف إلى تزويد الطالب بالمعارف الرياضية واكتساب المهارات المرتبطة بتلك المعارف؛ ومن ثم توظيف واستخدام تلك المعارف والمهارات من خلال تكوين اتجاهات إيجابية نحو دراستها ، ومن ثم يمكن تلخيص أهداف تدريس الرياضيات إلى أهداف تتعلق:

- بمعرفة وفهم أساسيات مادة الرياضيات.
- بالتدريب على أساليب تفكير سليمة وتنميتها.
- باكتساب المهارات الرياضية (العقلية والنفس حركية).
- باكتساب اتجاهات موجبة وتنمية ميول واوجه التقدير نحو الرياضيات وعلمائها.

هناك أكثر من طريقة للتعريف بتصنيف نواتج تعليم الرياضيات، كمايلي:

(١) **نواتج تعلم معرفية** Cognitive تتمثل الأهداف المعرفية فى معرفة أساسيات المادة وفهم بنيتها وتركيبها والأسس النظرية لبعض النواحى التطبيقية، حيث يساعد ذلك على إكساب الطالب القدرة على تطبيق القواعد والنظريات فى المادة الدراسية أو فى مواقف حياتية، كما تسهم معرفة تلك الأساسيات فى فهم أساسيات مواد دراسية أخرى.

(٢) **نواتج تعلم وجدانيّة** Affective تتعلّق بتقدير appreciation الرياضيات كعلم ومجال وأسلوب تفكير بشرى، وتقدير الرياضيين وإسهاماتهم، وتكوين ميول واتجاهات إيجابية نحو دراسة الرياضيات، ونحو دورها فى التقدُّم ونحو أساليبها فى التفكير ودقة لغتها فى الاتصال سواء بالرمز أو بالشكل البيانى.

(٣) **نواتج تعلم نفسحركية** Psychomotor يُقصد بها تنمية المهارات العملية والعقلية، مثل الإنشاءات الهندسية، واستخدام أدوات ذات طابع رياضى هندسى أو حسابى أو حوسبى، المهارات العملية فى الرياضيات يغلب عليها الناحية الأدائية، وتسهم الناحية المعرفية بقدر أقل من الناحية اليدوية، بينما المهارات العقلية المتمثلة فى استخدام المفاهيم والمعارف فى حل المشكلات فيغلب عليها الناحية المعرفية التى تترجم بالمهارة اليدوية إلى خطوات وخورازميات للحل.

إستراتيجيات عامة للتدريس الناجح

إستراتيجية التدريس: هى خطة تحركات المعلم فى تحقيق أهداف الدرس، مع ملاحظة أن الهدف الأساسى للتدريس والتعليم هو أن يتعلم الطالب. ويقاس نجاح الاستراتيجية بمدى كفاءتها فى أن يتعلَّم الطلاب ما يراد لهم أن يتعلموه، بغرض مساعدة الطلاب فى أن يبنوا بأنفسهم ويكتشفوا المعارف التى يتعلمونها فى ضوء النظرية البنائية Constructivism، وتتضمن إستراتيجية التدريس الناجحة أن يقوم المعلم بالآتى:

- التقدُّم بمشكلة أو سؤال يثير انتباه الطلاب (وقد يكون قصة تاريخية).
- إعطاء فرصة للطلاب للمناقشة.
- توزيع العمل بين أعمال تعاونية فى مجموعات صغيرة تعمل تعاونيًّا، وأعمال فردية يفكر فيها كل طالب بنفسه، وأعمال جماعية يحدث فيها تفاعلات بين المعلم والطلاب وبين الطلاب أنفسهم.
- فى نهاية كل مناقشة أو عمل تعاونى أو عروض من جانب بعض الطلاب يقوم المعلم بتلخيص واضح لما تم مناقشته أو حله متضمنًا الأساسيات: تعريفات، علاقات، منطوق نظريات لها براهين، إلخ.
- إعطاء الطلاب فرصًا داخل الفصل أو المنزل (واجبات) لاكتشاف بعض الخواص أو العلاقات بأنفسهم.
- تشجيع الطلاب على إعطاء حلول أو براهين بديلة.

PDF Compressor Pro

المقدمة

- ❑ عند تدريس مفهوم أو علاقة ضمن عدة مفاهيم يعطى المعلم مثالًا ولا مثال على المفهوم أو العلاقة الجديدة .
- ❑ البعد عن التلقين أو سرد الحقائق وعرض الاجابات الجاهزة دون مشاركة فعالة من الطلاب.
- ❑ تنويع السلوكيات (أى طرق التدريس) فى الحصة الواحدة.
- ❑ الحرص على إعطاء رعاية خاصة فى فترة العمل الفردى أو فى المجموعات التعاونية للطلاب بطيئى التعلم أو من هم دون المستوى فى قدراتهم على التعلم، وكذلك الحال بالنسبة إلى الطلاب المتفوقين.
- ❑ تنويع الواجبات سواء داخل الفصل أو فى المنزل مع مراعاة الفروق الفردية- ليس من الضرورة أن يحل كل الطلاب جميع التمارين فى الكتاب خاصة بالنسبة إلى الطلاب «الضعاف»، فيُقدَّم لهم الحد الأدنى، ويُلاحظ تقدمهم حتى يصلوا إلى مستويات أفضل متدرِّجين فى الواجبات.
- ❑ تحديد بعض الساعات للمساعدة خارج الفصل فى مكتب المعلم أو فى المكتبة.
- ❑ مساعدة الطالب على أن يشعر بأنه يمكنه النجاح والتفوق فى هذا المقرر.

المعايير والمؤشرات للصف الثاني الثانوي (القسم العلمي - تطبيقات الرياضيات)

المعيار الأول: تعرف تطور علم الميكانيكا، ودور علماء الرياضيات في تطوير فهم الظواهر الفيزيائية.

المؤشرات:

- ✍ يتعرف تطور علم الميكانيكا تاريخيًّا وتطوره من النظرية الكلاسيكية إلى النظرية النسبية، ويتعرف أنواعًا أخرى حديثة من علم الميكانيكا في صورة أنشطة.
- ✍ يتعرف أن علم الميكانيكا هو علم دراسة الظواهر المتعلقة بالحركة (الديناميكا)، والظواهر المتعلقة بالسكون (الإستاتيكا)
- ✍ يتعرف، ويقدر دور علماء الرياضيات في تطور علم الميكانيكا، وقوانينه التي أسهمت في فهم كثير من الظواهر الحياتية، وحل العديد من المشكلات الرياضية والحياتية.

١) يتعرف وحدات القياس الآتية، عند دراسة الموضوعات المتعلقة بها:

- ✍ وحدات قياس المسافة/ الإزاحة التي تستخدم في قياس الأطوال الكبيرة مثل: الكيلومتر والميل، والتي تستخدم لقياس الأطوال المتناهية في الصغر مثل: النانومتر، ودراسة العلاقة بينها.
- ✍ وحدات قياس الزمن (....... - الساعة - الدقيقة - الثاني - .... - الفيمتوثانية)، ودراسة العلاقة بينها.
- ✍ وحدات قياس الكتلة (...... - ثقل كيلوجرام - ثقل جرام - ....)، ودراسة العلاقة بينها.
- ✍ وحدات قياس السرعة، والعجلة، والقوة.

المعيار الثاني: تعرف علم السكون (الإستاتيكا) وقوانينه، ومفاهيمه المختلفة، وتطبيقاته في مواقف حياتية.

المؤشرات:

١) يتعرف مفهوم القوة، والقوة كمتجه، ووحدات قياس مقدار القوة في ضوء وحدات القياس السابقة.

٢) يوجد محصلة قوتين مقدارًا واتجاهًا (القوتان تؤثران في نفس النقطة).

٣) يتعرف تحليل قوة معلومة إلى مركبتين.

٤) يتعرف تحليل قوة معلومة إلى مركبتين متعامدتين.

٥) يوجد محصلة عدة قوى مستوية متلاقية في نقطة.

٦) يبحث اتزان نقطة مادية (جسيم) تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية المتلاقية في نقطة في الحالات الآتية:

- ✍ إذا اتزنت قوتان مستويتان متلاقيتان في نقطة.
- ✍ إذا اتزنت ثلاث قوى مستوية متلاقية في نقطة.
- ✍ إذا اتزنت عدة قوى مستوية متلاقية في نقطة.

٧) يوجد محصلة قوتين هندسيًّا وجبريًّا مستخدمًا تكنولوجيا المعلومات في صورة أنشطة.

PDF Compressor Pro

٨) يتعرف تطبيقات ما درسه في الإستاتيكا في مواقف فيزيائية وحياتية.

المعيار الثالث: تعرف علم الحركة (الديناميكا)، وقوانينه، ومفاهيمه المختلفة، وتطبيقاته في مواقف فيزيائية وحياتية.

المؤشرات:

١) يتعرف مفهوم الجسيم على أنه نقطة افتراضية.
٢) يتفهم المقصود بالحركة الانتقالية لجسيم من موضع لآخر.
٣) يدرك أن الحركة الانتقالية تحدث إذا كانت جميع نقاط الجسم تتحرك في خطوط موازية لبعضها البعض أثناء الحركة.
٤) يميز بين الإزاحة والمسافة.
٥) يتعرف مفهوم السرعة المنتظمة (متجه السرعة - الحركة المنتظمة - متجه السرعة المتوسطة - متجه السرعة اللحظية - السرعة النسبية - وحدات قياس السرعة).
٦) يميز بينم مفهومى السرعة المتوسطة (Average vebcity) ومقدار السرعة المتوسطة (Average speed) فى حالة الحركة الخطية فى اتجاه متجه وحدة ثابت.
٧) يتعرف مفهوم السرعة النسبية.
٨) يتعرف الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة (العجلة المنتظمة - وحدات قياس العجلة).
٩) يستنتج قوانين الحركة بعجلة منتظمة: فإن: $\text{ع} = \text{ع}_{.} + \text{جـ ن}$ $\text{ف} = \text{ع}_{.}\,\text{ن} + \frac{1}{2}\text{جـ ن}^2$ $\text{ع}^2 = \text{ع}_{.}^2 + 2\,\text{جـ ن}$
١٠) يتعرف تطبيقات على قوانين الحركة بعجلة منتظمة.
١١) يتعرف الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية.
١٢) يتعرف قوانين الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية في حالة صعود الجسم أو هبوطه.
١٣) يتعرف الجاذبية الأرضية (قانون نيوتن للجذب العام - ثابت الجذب العام).
١٤) يتعرف التمثيل البياني لمنحنى الإزاحة والزمن، ومنحنى السرعة والزمن.
١٥) يستخدم الآلة الحاسبة البيانية في تمثيل العلاقة بين الإزاحة والزمن، والسرعة والزمن في صورة أنشطة.
١٦) يطبق مفاهيم السرعة والسرعة النسبية والعجلة في نمذجة مواقف فيزيائية وحياتية تشمل حركة الأجسام مثل: (حركة الصواريخ - حركة الطيران - الأقمار الصناعية) في صورة أنشطة.

المعيار الرابع: تعرف الهندسة والقياس، وتطبيقاتهما في مواقف رياضية وحياتية.

المؤشرات:

١) يتعرف النقطة والمستقيم والمستوى فى الفراغ.
٢) يتعرف بعض المجسمات (الهرم - الهرم المنتظم - الهرم القائم - المخروط - المخروط القائم).
٣) يستنتج المساحة الجانبية، والمساحة الكلية لكل من الهرم القائم - المخروط القائم.
٤) يستنتج حجم كل من الهرم القائم - المخروط القائم.
٥) يوجد معادلة الدائرة بدلالة إحداثيات كل من مركزها، وطول نصف قطرها.
٦) يستنتج الصورة العامة لمعادلة الدائرة.
٧) يعين إحداثيات كل من مركز الدائرة، وطول نصف قطرها بمعلومية الصورة العامة لمعادلة الدائرة.
٨) يطبق ما درسه بالهندسة والقياس في نمذجة مواقف رياضية وحياتية.

المعيار الخامس: استكمال دراسة الاحتمال وتطبيقات عليهما.

المؤشرات:

١) يتعرف التجربة العشوائية، ويستنتج بعض التجارب العشوائية الشهيرة مثل: رمي العملة المعدنية مرة واحدة أو مرتين أو ثلاث مرات، رمي حجر النرد مرة واحدة أو مرتين.
٢) يتعرف العمليات الآتية على الأحداث أو ما يعرف بالأحداث المركبة (قوانين دى مورجان) ويعبر عنها لفظيًّا ورمزيًّا ويمثلها

PDF Compressor Pro

المقدمة

بأشكال فن:

✍عدم وقوع أي من الحدثين (عدم وقوع أ أو عدم وقوع ب).

✍عدم وقوع الحدثين معًا (عدم وقوع أ أو عدم وقوع ب).

٣) يتعرف تطبيقات رياضية وحياتية بسيطة على الإحصاء والاحتمال.

الاتجاهات الحديثة فى تعليم الرياضيات

هناك عدة اتجاهات حديثة لتعليم وتعلم الرياضات نورد منها ما يلى:

تعليم الرياضيات من أجل تنمية أنماط التفكير وأسلوب حل المشكلات: يعد هذا الاتجاه من الاتجاهات المفضلة فى تعليم الرياضيات، وقد نبع هذا الاتجاه نتيجة للتغير السريع فى المعارف والأساليب التكنولوجية واستخداماتها، ولذا أصبحت المعرفة فى حد ذاتها ليست هى الهدف الأسمى بل طرق الحصول عليها، وهو ما يتمثل فى أنماط التفكير المختلفة وأسلوب حل المشكلات والتى يمكن تنميتها من خلال تعليم وتعلم الرياضيات.

تعليم الرياضيات من أجل تنمية الإبداع: للرياضيات دور مهم فى تنمية الإبداع لدى المتعلمين لما لها من طبيعة تساعد على ذلك، لأن الرياضيات بمضمونها تعتمد على إدراك العلاقات للوصول إلى النتائج والنظريات وغيرها من الإبداعات، وجوهر الإبداع هو إدراك علاقات جديدة تؤدى إلى تنوع من الحلول للمشكلة الرياضية المطروحة. لهذا اعتبر التربويون أن تنمية الإبداع هدف أساسى من أهداف تعليم الرياضيات.

تعليم الرياضيات فى ضوء مفهوم العولمة: نتيجة للتقدم الهائل فى تكنولوجيا الاتصال، لم يعد للبعد الجغرافى تأثير فى عزل الدول عن بعضها البعض، وأصبح العالم كقرية صغيرة متشابكة الأطراف، وأصبح للمشكلات بمختلف مجالاتها صفة العالمية، حيث لم تعد دولة واحدة بإمكاناتها قادرة على مواجهة هذه المشكلات، ومن ثم لم يعد مبدأ الاكتفاء الذاتى صالحًا للتطبيق في ظل هذه الظروف فحل محله مبدأ الاعتماد المتبادل الذى يدعو إلى إنفتاح دول العالم على بعضها البعض، لنعيش فى سلام عالمى وتعاون مشترك من أجل خير الإنسان، وهذا ما يؤدى إلى اتساع بيئة الإنسان من المحلية إلى العالمية. وهذا ما يدعو إلى أن تكون مناهج الرياضيات التى يدرسها المتعلم تساعد فى إعداده لذلك.

تعلم الرياضيات ذاتيًّا : ادى الانفجار المعرفى إلى ظهور الحاجة إلى التعلم الذاتى وظهرت عدة أساليب للتعلم الذاتى من أهمها التعلم بالمراسلة والموديولات التعليمية وباستخدام الحاسب الآلى.

خصائص نمو طلاب المرحلة الثانوية

إن معرفة خصائص النمو لطالب المرحلة الثانوية يساعدنا على معرفة حاجاته، وتعرف مدى نمو الطالب بالنسبة لمتوسط أقرانه، ويعيش طالب المرحلة الثانوية فى مرحلة عمرية تُسمى مرحلة المراهقة، ويقصد بالمراهقة أنها مرحلة النمو الذى يصل فيها الطفل إلى مرحلة البلوغ، وعند استخدام مصطلح المراهقة فإن هذا المصطلح يتضمن نموًّا جسميًّا واجتماعيًّا ونفسيًّا، وتبدأ مرحلة المراهقة عند البنين عند شن الثالثة عشرة فأكثر تقريبًا، وتبدأ عند البنات فى سن الثانية عشرة فأكثر تقريبًا، ويختلف سن بداية المراهقة من مجتمع إلى مجتمع وغالبًا ما تبدأ مبكرة فى المناطق الحارة عنها فى المناطق الباردة، ومرحلة المراهقة المبكرة التى تبدأ مع بداية البلوغ وتنتهى عند سن السادسة عشرة أو السابعة عشرة ، وقد تم تحديد هذا السن بطريقة قسرية تختلف من مجتمع لآخر، وهناك اتفاق على أن تنقسم فترة المراهقة إلى مرحلتين هما، المراهقة المبكرة، المراهقة المتأخرة، وتبدأ مرحلة المراهقة المبكرة مع سن البلوغ وتنتهى فى سن ١٦ أو ١٧ سنة أو عند التحاق المراهق بالصف الثانى أو الثالث الثانوى، أما مرحلة المراهقة المتأخرة فتبدأ فى نهاية التعليم الثانوى وتمتد إلى مرحلة التعليم الجامعى، وفى المرحلة الأخيرة وهى التى يستعد فيهاالمراهق لدخول مرحلة الرشد فيستعد لذلك مهنيًّا ويتعرف بشكل أكثر نضجًا وقد تمتد هذه المرحلة إلى ٢٠ سنة أو أكثر.

PDF Compressor Pro

وفيما يلى عرض لخصائص طلاب المرحلة الثانوية من حيث:

النمو الجسمى

تعد «مرحلة المراهقة» طفرة فى النمو الجسمى، فهى مرحلة نمو جسمى سريع، وهذه التغيرات السريعة التى تصاحب النمو الجسمى– ومنها الجنسى – تجعله غير واثق بنفسه وبقدراته واهتماماته، وتكون لدية مشاعر قوية تعكس شعوره بعدم الاستقرار، ومن أهم المشكلات المصاحبة للنمو الجنسى للمراهق ظهور حب الشباب والتهيجات الجلدية للمراهق والمراهقة، وكذلك المعاناة الجسمية المصاحبة عند المراهقه مثل: الصداع، وآلام الظهر ونوبات تغير المزاج والاكتئاب.

التطبيقات التربوية لخصائص النمو الجسمى:

- ✍ الاستفادة من مادة الرياضيات والعلوم وتطبيقاتها العملية التى تعمل على تنمية جوانب النمو الجسمى بأبعادها المختلفة .
- ✍ الاهتمام بالأهداف المعرفية فى المواد المختلفة لتعريف الطلاب وتبصيرهم ببعض المشكلات كممارسة التدخين واختيار الأصدقاء.

النمو الحركى

ينتج عن النمو الجسمى السريع ميل الطالب إلى الكسل والخمول، ويكون قليل النشاط والحركة، والمراهق فى بداية هذه المرحلة يكون توافقه الحركى غير دقيق وتتسم حركاته بعدم الاتزان وكثيرًا ما يصطدم بالأجسام التى تعترضه أو تسقط من بين يديه الأشياء التى يمسك بها، ومما يساعده على عدم استقراره الحركى تعرضه لنقد الكبار وتعليقاتهم وتحميله العديد من المسئوليات الاجتماعية، مما قد يسبب له الارتباك وفقدان الاتزان.

التطبيقات التر بوية لخصائص النمو الحركي:

- ✍ تشجيع ورعاية النمو الحركى عن طريق الأنشطة المختلفة .
- ✍ تضمين بعض موضوعات الرياضيات بالأنشطة الحركية بالتعاون مع معلم التربية الرياضية .

النمو العقلى

القدرات العقلية مثل القدرة اللغوية والقدرة العددية والقدرة المكانية والقدرة الميكانيكية والقدرة الموسيقية تظل فى نموها المضطرد خلال فترة المراهقة ، حيث يميل المراهق إلى القراءة والاطلاع والرحلات الخارجية وقراءة القصص والمجلات فى محاولة للبعد عن المناهج الدراسية، ويحاول المراهق التعبير عن ذاته ونقدها عن طريق مذكراته، وكتابه المذكرات الخاصة علامة من علامات النمو العقلى والنمو الاجتماعى، وقد تكون وسيلة لتفريغ الانفعالات والهروب من القلق والضيق النفسى.

التطبيقات التربوية لخصائص النمو العقلي :

- ✍ تدريب الطلاب على استخدام الأسلوب العلمى فى التفكير .
- ✍ مراعاة الفروق الفردية بين الطلاب وإشراكهم فى بعض المهام والتكليفات فى ضوء قدراتهم.

القدرات والعمليات المعرفية

تختلف القدرات عن العمليات المعرفية، فالقدرة هى ما يستطيع الفرد عمله أو القيام به، بينما تتعلق العملية المعرفية بما يحدث فى العقل ذاته أو بما يدور فى العقل وهو يستجيب للمتغيرات المختلفة؛ وعليه فإنه يمكن القول بأن القدرة تشمل على العمليات المعرفية وأنواع مثيراتها والأشكال المختلفة لاستجاباتها؛ ولذلك فإن القدرة تؤكد على الناحية العقلية البحته مثل القدرات الاستقرائية، والعمليات المعرفية التى تعتمد على القدرات العقلية هى الانتباه الذى ينمو فى شدته ومستواه وطول مدته، يستطيع المراهق استيعاب مشكلات طويلة معقدة فى سهولة ويسر، والإدراك الذى يتأثر بنمو الفرد الجسمى والعقلى والانفعالى

PDF Compressor Pro

المقدمة

والاجتماعى، فينمو من المستوى الحسى المباشر عند الطفل إلى المستوى المعنوى المجرد عند المراهق، وتنمو عملية التذكر وتنمو معها القدرة على الحفظ والاسترجاع والتعرف، والتذكر عند المراهق يعتمد على الفهم واستنتاج العلاقات بين العناصر التى يتم تذكرها ويتأثر تذكر الفرد للموضوعات المختلفة بدرجة ميله نحوها واستمتاعه بها وبانفعالاته وخبراته المختلفة وأيضًا بنمو القدرة على الانتباه.

أما عملية التفكير فإنها تتأثر عند المراهق بالبيئة المحيطة وبما تتضمنه من متغيرات تحفزه إلى ألوان مختلفة من الاستدلال وحل المشكلات، تزداد قدرة المراهق على التخيل المجرد المبنى على الصورة اللفظية، كما تظهر القدرة المكانية لدى المراهق فى قدرته على فهم الأشكال الهندسية المختلفة وإدراك العلاقات المكانية فى سهولة تصور حركات الأشكال والمجسمات، أما القدرة العددية فتوضح فى القدرة على إجراء العمليات بسهولة وسرعة، وتظل القدرات مطردة فى نموها خلال فترة المراهقة وفترة الرشد، ما عدا قدرة السرعة الإدراكية فإنها تضعف فى أواخر مرحلة المراهقة .

النمو الانفعالى

ترتبط انفعالات الفرد بتغييرات عضوية داخلية يصاحبها مشاعر وجدانية وتغيرات فسيولوجية وكيميائية داخل الجسم، وتؤثر بيئة الفرد فى تلك الانفعالات، فهى بمثابة متغير لها، وللنمو أثر فى تغير وتطور الاستجابات للمثيرات، ولكن المظاهر الداخلية تكون أقرب للثبات والاستقرار منها إلى التغير، وتتسم مرحلة المراهقة أنها عنيفة فى حدة الانفعالات، حيث نجد المراهق دائم الثورة على الأوضاع متمردًا على الكبار، كثير النقد، ويشعر المراهق بأن الأسرة والمدرسة والمجتمع لا تقدر موقفه، ولا تحس بإحساسه الجديد، لذا فهو يسعى دون قصد لأن يؤكد نفسه بثورته وتمرده وعناده.

التطبيقات التربوية لخصائص النمو الانفعالى:

- تنمية الثقة والاستقلالية لدى الطلاب من خلال مشاركة المعلم للطلاب فى عرض أفكارهم ومشاركتهم لمشكلاتهم الشخصية .
- اجتناب المعلم لأساليب العقاب غير التربوية (كالعقاب البدنى أو السخرية أو الاستهزاء ... إلخ.

النمو الاجتماعى

مع بداية مرحلة المراهقة تزداد مجالات النشاط الاجتماعى، ويتنوع الاتصال الشخصى بالمعلمين والقادة والرفاق وغيرهم، وباتساع دائرة العلاقات والتفاعل الاجتماعى يتخلص المراهق من بعض جوانب الأنانية التى تطبع سلوكه فى مرحلة الطفولة فيحاول أن يأخذ ويعطى ويتعاون مع الآخرين، وأثناء تفاعل المراهق وتعامله مع الآخرين تتأكد لديه مظاهر الثقة بالنفس وتأكيد الذات، ومحاولته إشعار الآخرين بأهميته كفرد له كيان مستقل، هذا ما يؤكد ميل المراهق للعناية بمظهره وملابسه وطريقة حديثة فنجده يتحدث كثيرًا عن نفسه وعن قدراته وتفوقه وفى مجالات التحصيل أو فى مجالات الرياضة.

التطبيقات التربوية لخصائص النمو الاجتماعي:

- استثمار ميول الطالب فى تنمية شخصيته.
- تنمية التفاعل الاجتماعي بين الطلاب والمعلمين.

PDF Compressor Pro

إدراة وتنظيم بيئة التعلم النشـط

تتمثل الإدارة الجيدة للمعلم لبيئة التعلم والتى تعتمد على مشاركة الطلاب فى التخطيط والتنفيذ للعملية التعليمية عاملاً مهمًّا على توفير الجهد والاستغلال الأمثل لموقف التعليم، وعنصرًا مهمًّا فى تحقيق الأهداف التعليمية المنشودة.

ومع ظهور الأساليب التربوية الحديثة التى تؤكد على ضرورة أن يكون الطالب هو محور العملية التعليمية وأن يكون له دور إيجابي فى العملية التعليمية ولهذا من المفضل إشتراكه فى إدارة هذه العملية، ومع التأكيد على دور التعلم النشط وهو ما أدى فى جملته إلى إدارة بيئة التعلم بتلك التغيرات التربوية، ومع مراعاة خصائص طلاب المرحلة الثانوية، حيث تختلف إدارة بيئة التعلم التى يتمركز فيها التعليم حول المتعلم، أو مما يسمح له القيام ببعض الأعمال الإدارية داخل الفصل الدراسى، ويتطلب ذلك منح الطلاب بعض الحرية فى إدارة بيئة التعلم ذاتيًّا تحت توجية وإشراف المعلم، الأمر الذى يتطلب وضع مجموعة من القواعد العامة للتعامل داخل بيئة التعلم يتوفر بها الشروط التالية:

- ان تكون متوافقة مع قواعد وسياسات المدرسة وداعمة لها
  (مثل: الاهتمام بنظافة المكان - احترام المعلم - احترام الإدارة المدرسية - احترام الزملاء.....)
- أن تحدد مجموعة من الأسس التى يجب توافرها فى السلوك السوى للطلاب، وأن يدعم كل سلوك بمبررات عقلانية، بشكل يبين ضرورة هذا السلوك وفائدته لسير العمل فى الفصل بشكل إيجابى.
- أن تكون مقبولة من المعلم والطالب، وهذا يستلزم أن يتعاونا فى وضعها.

مكونات إدارة بيئة التعلم

حين تكون إدارة بيئة التعلم عملية مشتركة بين المعلم والطلاب، فإن هذا يعنى ضرورة إعادة صياغة المعلم لأدواره، حيث يقوم بتعظيم دور المتعلم، وأن يصبح المعلم عضوًا فى جماعة أو قائدًا فى فريق أكثر من كونه المصدر الوحيد للسلطة.

إن بيئة التعلم قد تكون حجرة الدراسة أو المعمل أو المكتبة أو حجرة الوسائط المتعددة أو غير ذلك، حيث يوجد الطلاب مع معلمهم يخططون وينفذون معًا عددًا من الأنشطة التربوية، ومن ثم فإن مكونات بيئة التعلم تتمثل فيما يلى:

- التخطيط الجيد لتحديد خطوات وطريقة تنفيذ العملية التعليمية
- التنظيم المادى للفصل لمجابهة احتياجات العملية التعليمية
- تحديد أساليب أو طرق التفاعل بين المعلم والطلاب.
- تهيئة مناخ الفصل لمجابهة احتياجات الطلاب لتحقيق الأهداف المنشودة
- ضبط سلوك الطلاب.
- استغلال البيئة المحيطة أفضل استغلال لإحداث عملية التعليم / التعلم الجيد.
- الاستغلال الأمثل للوقت لتحقيق اكبر وقت ممكن للتعليم.

وتحدد هذه المكونات الجوانب التى يجب أن يركز عليها المعلم عند وضعه تصورًا لإدارة فصله بما يضمن له النجاح فى مهمته.

السمات والمهارات اللازمة لإدارة بيئة التعلم النشط

يتطلب نجاح المعلم فى قيادته التربوية لبيئة التعلم إلى توافر مجموعة من السمات والمهارات الأساسية، وهى كلها لازمة لنجاح المعلم بدرجات متفاوته ومنها:

السمات الشخصية: وتشمل المبادأة، الثقة بالنفس، والقدرة على الابتكار، وتحمل المسئولية، ضبط النفس، الحزم والسرعة فى اختيار البدائل

المهارات الفنية: وهى المعرفة المتخصصة فى فرع من فروع العلم والكفاءة فى استخدام هذا الفرع بما يحقق الهدف المنشود، وتكتسب هذه المهارات بالدراسة والخبرة والتدريب

PDF Compressor Pro

المقدمة

مهارات اجتماعية وتعنى قدرة المعلم على التعامل مع طلابه وتنسيق جهودهم، وخلق روح العمل الجماعى بينهم، وايضا قدرته على الارتفاع والتأيثر ومواجهة المشاكل والتصدى لها بأسلوب ناجح.

تنظيم بيئة التعلم النشط

تحتاج إدارة بيئة التعلم إلى عناية فائقة من المعلم للتنظيم والتخطيط والترتيب، ويعد الفصل وترتيبه أحد العوامل الرئيسية لنجاح عمل المعلم لتحقيق أهداف التعلم النشط، ولذلك يجب على المعلم أن يراعى عدد من النقاط المهمة وهى:

(١) المرونة: وتعد حجر الزاوية فى تنظيم الفصل؛ لأنه مهما نظم المعلم فصله فسوف يتم تعديله عند التطبيق ليناسب احتياجات الطلاب واستراتيجيات التدريس المستخدمة.

(٢) نوع الأنشطة: يجب أن يضع المعلم فى اعتباره أن النشاط الذى سوف يقوم به الطلاب هو الذى يحدد شكل الفصل وترتيب مقاعد الطلاب وحركاتهم مثل: التعلم الفردى - التعلم التعاونى - تعلم الأقران وهكذا.

(٣) تنظيم الأثاث والمواد والأدوات: تنظيم الفصل للتعلم النشط يعنى تنظيم المكان حتى يمكن للطلاب العمل بمفردهم أو فى مجموعات كبيرة، و إن أمكن يستخدم أثاثًا سهل الحركة حتى يمكن إعادة ترتيبه.

(٤) المصادر التعليمية: يجب أن يحتوى جزء من الحجرة على المصادر التعليمية، وتكون مناسبة للطلاب من حيث المستوى العمرى وتحدى قدراتهم.

(٥) مراعاة الفروق الفردية بين الطلاب.

إدارة وقت التعلم بفاعلية

إن التخطيط لإدارة الوقت يمثل عاملاً مهمًا فى التعليم داخل الفصل وهنا التخطيط يمر بالخطوات التالية:

- ✍ دراسة استطلاعية للوقوف على كيفية استغلال الوقت ويدخل فيها دراسة السجلات المختلفة الخاصة بالتدريس والأنشطة.
- ✍ تحديد الأهداف المرجو تحقيقها بدقة.
- ✍ تحديد الأولويات والمهام اللازم تنفيذها.
- ✍ وضع خطة للعمل يحدد فيها الوقت اللازم لكل مهمة من المهام فى ضوء الأهداف والأولويات .
- ✍ تنفيذ هذه الخطة وفق جدول زمن محدد.
- ✍ متابعة تنفيذ الخطة وتقويم الأداء.
- ✍ تبنى أساليب وحلول لمواجهة مشكلات الوقت.

وتشير هنا إلى أن التخطيط لدرس ما لا بد أن يرافقه زمن كل مرحلة من مراحل التدريس، وعلى المعلم أن ينجز خطته تبعًا للزمن المحدد، ولكى يحسن المعلم من إدارة وقته داخل الصف ينبغى عليه أن يقوم بالآتى:

- ✍ الالتزام بوقت الحصة من حيث توقيت بدايتها وتوقيت نهايتها.
- ✍ تحليل المشكلات التى يمكن أن تواجهه أثناء الحصة وتستنفد وقتها وأسبابها وكيفية علاجها.
- ✍ التخطيط الجيد لدرسه حيث يساعده ذلك على إدارة الفصل بفاعلية واستثمار وقت الحصة.

بناء جدول مواصفات الاختبار التحصيلى

يهدف الاختبار التحصيلى إلى تحديد مقدار ما اكتسبه أو تعلمه المتعلم، الأمر الذى يسمح بمقارنه مستوى تحصيل الطالب بمستوى تحصيل غيره من الطلاب الذين طبق عليهم نفس الاختبار ولبناء الاختبار التحصيلى عدة خطوات:

- ❑ تحديد الأهداف (النواتج) التى يهدف المقرر إلى تحقيقها.
- ❑ تحديد محتوى الاختبار (أى الموضوعات التى يغطيها الاختبار) فى ضوء الأهداف التى يسعى الاختبار إلى تحقيقها، ومن وسائل تحقيق ذلك عمل جدول ثنائى يطلق عليه جدول المواصفات، وهو جدول ثنائى يتضمن الموضوعات التى يجب ان يغطيها الاختبار، والأهداف التعليمية للمقرر الدراسى (نواتج التعلم)، والأهمية النسبية (الوزن النسبى للموضوعات والأهداف). واستخدام جدول المواصفات يزيد من احتمالية تمثيل الاختبار للجوانب المهمة للمقرر الدراسى، ونسب

PDF Compressor Pro

تمثيلها للأهداف المنشودة، الأمر الذى يرفع من صدق هذا الاختبار، كما أن استخدام هذا الجدول يعد موجهًا للمعلم فى اختيار الأفكار التى يجب ان يتضمنها الاختبار.

خطوات إعداد جدول المواصفات

- ❑ تحديد نواتج التعلم للمقرر الدراسى والأوزان النسبية لكل منها والتى تعكس الاهتمام الذى تحظى به فى عملية التدريس، وتكتب أعلى أعمدة جدول المواصفات.
- ❑ تحديد موضوعات المقرر الدراسى، ونسبة تمثيل كل منها، ولكى يتسنى للمعلم أو معد الاختبار تحديد الأوزان النسبية أو نسبة تمثيل موضوعات المقرر الدراسى يمكنه الاستعانة بالموجهات التالية:
- ❑ الزمن المخصص لتدريس كل موضوع من موضوعات المقرر الدراسى.

وبعد تحديد الموضوعات التى يتضمنها المقرر الدراسى، والأوزان النسبية لكل منها تكتب هذه الموضوعات أفقيًّا على صفوف الجدول، وينشأ عن تقاطع الأعمدة التى تمثل نواتج التعلم، والصفوف التى تمثل الموضوعات عدد معين من خلايا (الخانات) التى تحدد وتعكس درجة تمثيل كل موضوع من موضوعات المحتوى التى تحدد بدورها نسبة الأسئلة أو عدد الأسئلة التى يجب أن يتضمنها الاختبار بالنسبة لكل موضوع من موضوعات المحتوى، والوزن النسبى المحدد لكل موضوع من موضوعات المحتوى، ولتحديد الأهمية النسبية لكل خلية من خلايا جدول المواصفات يتم اتباع الخطوات التالية:

- ❑ تحديد وضع الخلية.
- ❑ تحديد (الموضوع) الذى يتقاطع مع الخلية.
- ❑ تحديد النسبة المئوية الكلية للصف.
- ❑ تحديد النسبة المئوية الكلية للعمود (الهدف) الذى يتقاطع مع الخلية.
- ❑ تحديد النسبة المئوية الكلية للعمود .

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

وفيما يلى نموذج مقترح لجدول مواصفات اختبار تحصيلى للصف الثانى الثانوى

المستوى المعرفي / المحتوى	معرفه: عدد الأسئلة	الدرجة	فهم: عدد الأسئلة	الدرجة	تطبيق: عدد الأسئلة	الدرجة	حل مشكلات ٢٥٪: عدد الأسئلة	الدرجة			المجموع
ديناميكا			١ مفردة	١	$\frac{1}{2}$ سؤال مقال	٢			١ مفردة $\frac{1}{2}$ سؤال	١ ٢	٣
استاتيكا	١ مفردة	١			$\frac{1}{2}$ سؤال مقال	٢	$\frac{1}{4}$ سؤال مقال	٢	١ مفردة سؤال مقال	١ ٤	٥
هندسة وقياس		١	١ مفردة		$\frac{1}{2}$ سؤال مقال	٢	$\frac{1}{4}$ سؤال	٢	١ مفردة سؤال مقال	١ ٤	٥
إحصاء	١ مفردة	١			$\frac{1}{2}$ سؤال مقال	٢			١ مفردة $\frac{1}{2}$ سؤال مقال	١ ٢	٣
المجموع	٢ مفردة	٢	٢ مفردة	٢	٢ سؤال	٨	١ سؤال	٤	٤ مفردات ٣ سؤال مقال		١٦
النسبة	١٢,٥٪		١٢,٥٪		٥٠٪		٢٥٪				١٠٠٪

ويلاحظ أنه بعد تحديد جدول مواصفات الاختبار، تكتب مفردات الاختبار فى ضوء كل من الموضوع والمستوى المعرفى فى كل خلية من خلايا الجدول مع اختيار أنماط الأسئلة الملائمة لقياس هذه المستويات، وذلك كما هو موضح بالاختبارات المرفقة فى نهاية كل فصل دراسى.

ثانيًا : الاطار التنفيذى للدليل

PDF Compressor Pro

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

مقدمة عن تطور علم الميكانيكا

مقدمة الوحدة

ستتناول هذه المقدمة التعريف بمفهوم علم الميكانيكا و تطوره من النظرية الكلاسيكسة مرورا بميكانيكا الكم ثم ميكانيكا الموائع ثم الميكانيكا الحيوية و أخيرًا النظرية النسبية لأينشتاين، كما تناولت أيضًا بعض الأنشطة عن: تطور علم الميكانيكا تاريخيًّا من النظرية الكلاسيكية إلى النظرية النسبية ، و أنواع اخرى حديثة فى علم الميكانيكا.

دور علماء الرياضيات فى تطور علم الميكانيكا وقوانينه التى أسهمت فى فهم كثير من الظواهر الحياتية.

كما تناولت هذه المقدمة التعريف بوحدات القياس الأساسية والوحدات المشتقة كمقدمة قبلية لدراسة الإستاتيكا والديناميكا.

مخرجات التعلم

بعد دراسة هذه المقدمه، وتنفيذ الأنشطة فيها، يتوقع من الطالب أن:

- يتعرف تطور علم الميكانيكا تاريخياً و تطوره من النظرية الكلاسيكية إلى النظرية النسبية، و يتعرف أنواع أخرى حديثة من علم الميكانيكا فى صورة أنشطة.
- يتعرف أن علم الميكانيكا هو علم دراسة الظواهر المتعلقة بالحركة (الديناميكا)، والظواهر المتعلقة بالسكون (الاستاتيكا).
- يتعرف ويقدر دور علماء الرياضيات فى تطور علم الميكانيكا، وقوانية التى أسهمت فى فهم كثير من الظواهر الحياتية، و حل العديد من مشكلات الرياضية الحياتية.
- يتعرف وحدات القياس الآتية عند دراسة الموضوعات المتعلقة بها:
- وحدات قياس المسافة/ الإزاحة التى تستخدم فى قياس الأطوال الكبيرة مثل: الكيلومتر، والتى تستخدم لقياس الأطوال المتناهية فى الصغر مثل النانومتر، و دراسة العلاقة بينهما.
  - وحدات قياس الزمن (.....–الساعة–الدقيقة–الثانية–..... –الفيمتوثانية)، و دراسة العلاقة بينهما.
  - وحدات قياس الكتلة (طن – كيلوجرام– جرام –.....)، ودراسة العلاقة بينهما.
  - وحدات قياس السرعة ، و العجلة ، و القوة.

الميكانيكا

مقدمة عن تطور علم الميكانيكا

الميكانيكا بالمفهوم العام هو العلم الذى يقوم بدراسة حركة أو اتزان الأجسام المادية، وذلك باستخدام القوانين الخاصة بها، فمثلًا هناك قوانين تَسري على دوران الأرض حول الشمس و إطلاق الصواريخ أو قذيفة المدفع أو غير ذلك. و يقصد بها التغير الذى يَحدث بمرور الزمن لمواضع الأجسام المادية فى الفراغ، والتأثير الميكانيكى المتبادل بين الأجسام هو التأثير الذى تتغير له حركة هذه الأجسام، طبقًا لتأثيرات القوى المختلفة عليها ، لذلك فإن المسألة الأساسية فى الميكانيكا هى دراسة القوانين العامة لحركة واتزان الأجسام المادية تحت تأثير القوى عليها.
و يمكن تقسيم الميكانيكا إلى قسمين هما:

الإستاتيكا[1] *Statics*

(علم توازن الأجسام) يبحث فى سكون الأجسام تحت تأثير مجموعة من المؤثرات تُسمى القوى ، وتوصف القوى التى لا تُغير من حالة الجسم بأنها متزنة، و يقال للجسم: إنه فى حالة توازن تحت تأثير هذه القوى.
وقد بدأت الدراسة العامة لاتزان الأجسام (الإستاتيكا) فى العصور القديمة نتيجة لمتطلبات الإنتاج البسيطة فى هذا الوقت (كالرافعة والبوابة والمستوى المائل وغيرها) وكان لمؤلفات أرشميدس دور مهم فى هذا الوقت لترسيخ علم الإستاتيكا.

الديناميكا[2] *Dynamics*

(علم حركة الأجسام) والتى تتضمن قوانين حركة الأجسام المادية تحت تأثير القوى ، وتنقسم الديناميكا إلى: الكينماتيكا *Kinematics* وهى تبحث فى خصائص الحركة من الوجهة الهندسية (وصف الحركة وصفًا مجردًا دون التعرض للقوى المسببة لها)، و الكيناتيكا *Kinetics* وهى تبحث فى تأثير القوى المسببة أو المغيرة للحركة، وقد تلت الديناميكا فى دراستها الإستاتيكا بأمد طويل؛ نتيجة النهضة فى مجالات النقل والتجارة والصناعة والإنتاج وصناعة الأسلحة والاكتشافات الفلكية.

وهناك:

ميكانيكا النقطة المادية (أى الجسم الذى يمكن إهمال أبعاده عند بحث حركته أو اتزانه).

ميكانيكا الجسم الجاسئ *Rigid Body* (أى الجسم المكون من عدد كبير جدًّا من الجسيمات المترابطة مع بعضها البعض؛ بحيث إن المسافة بين أي جسيمين منها تكون ثابتة ولا تتأثر بأي مؤثر خارجي).

[1] سوف ندرس فى هذه الوحدة مفهوم القوة وخواصها ووحدات قياسها وتحليل القوة إلى مركبتين، وإيجاد محصلة عدة قوى متلاقية فى نقطة ، ثم دراسة اتزان نقطة مادية تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة، وتطبيقات عليها.

[2] سوف ندرس فى هذه الوحدة (الكينماتيكا) وهى التى تختص بوصف حركة الأجسام دون التعرض للقوى المسببة لها، وتتناول هذه الدراسة حركة الأجسام، والظواهر المصاحبة لهذه الحركة، ومسببات الحركة وقوانينها، وتطبيقات على الحركة الأفقية والرأسية بعجلة منتظمة، وقانون الجذب العام لنيوتن.

٢ تطبيقات الرياضيات - علمى

مفردات اساسية:

- ميكانيكا *Mechanics*
- استاتيكا *statics*
- ديناميكا *Dynamics*
- الكينماتيكا *Kinematics*
- الكيناتيكا *Kinetics*
- جسم جاسىء *Rigid bodies*
- المرونة *Elasticity*
- اللدونة *Plasticity*
- الميكانيكا الكلاسيكية *Classical mechanics*
- النظام الدولى للواحدات *International system of units SI*
- الكميات المشتقة *Derived quontities*
- ميكانيكا الموائع *Fluid mechanics*
- الميكانيكا الحيوية *QBiomechanics*
- الفيمتو ثانية *femtosecon*
- وحدة قياس *Mesaure units*
- الطول *Length*
- الكتلة *Mass*
- الزمن *Time*
- السرعة *Velocity*
- العجلة *Acceleration*
- القوة *Force*

الادوات و الوسائل

- آله حاسبة علمية
- الشبكة الدولية للمعلومات

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

PDF Compressor Pro

زمن التدريس

٢ حصة

مكان التدريس:

الفصل الدراسي.

مصادر التعليم:

- كتاب الطالب من صفحة (٢) إلى صفحة (٩)
- الشبكة الدولية للمعلومات.

طرق التدريس المقترحة:

العرض المباشر-المناقشة-العصف الذهني-استخدام الشبكة الدولية للمعلومات.

التهيئة

- وضح للطلاب المفاهيم التالية: النقطة المادية-الجسم الجاسيء- الأجسام ذات الكتل المتغيرة و اطلب اليهم اعطاء أمثلة لكل مفهوم منها.
- أشر إلى الطلاب بإعطاء نبذة مختصرة توضح الفرق بين فرعى الديناميكا (الكينماتيكا، الكيناتيكا) مع سرد بعض الموضوعات التى سوف نتناولها لدراسة كل منها.

إجراءات الدرس

- اطلب إلى الطلاب استخدام الشبكة الدولية للمعلومات فى البحث عن تطور علم الميكانيكا من النظرية الكلاسيكية إلى النظرية النسبية و يمكنك أن تضيف بعض البحوث الآتية:
  - يندرج تحت ميكانيكا الموائع بعض التخصصات الأخرى فهناك الديناميكيات الهوائية (أيروديناميك) والديناميكيات المائية(الهيدوديناميك)، وقد ظهرت تطبيقات حسابية حديثة لإيجاد حلول للمسائل المتصلة بميكانيكا الموائع ، ويسمى التخصص المعنى بذلك ديناميكيات الموائع الحسابية (omputatuinal Fluid Dynamics)

ميكانيكا الأجسام ذات الكتل المتغيرة (توجد لبعض الأنظمة والأجسام تَغيرات تَطرأ عليها تتغيَّر فيها الكتلة بتغير الزمن كأن يَنفصل عنها أو يتحد بها جُسيمات تَنقص أو تَزيد من كتلتها فى أثناء الحركة، ومن هذه الأجسام الصواريخ النفاثة وعربات المناجم التى تَتغير كتلتها نتيجة استهلاك الوقودِ وغيرها من الأنظمة المختلفة).

ميكانيكا الأجسام القابلة للتشكيل (المرونة Elasticity) هى خاصية الأجسام التى لها القدرة على الرجوع إلى شكلها و أبعادها الأصلية بعد تشكيلها، أما اللدونة Plasticity وهي عند تَعرُّض الأجسام إلى مؤثرات خارجية تتغير أشكالها ولا تعود إلى حالتها الطبيعية عند زوال المؤثِّر الخارجي.

تطور علم الميكانيكا:

الميكانيكا الكلاسيكية *Classical machanics*

تعد أقدم فروع الميكانيكا حيث تهتم بدراسة القوى التى تؤثر على الأجسام ، كما تهتم بتفسير حركة الكواكب وتساعد كذلك فى العديد من التقنيات الحديثة (الهندسة الإنشائية والهندسة المدنية والملاحظة الفضائية ...).

ميكانيكا الكم *Quantum mechanics*

هي مجموعة من النظريات الفيزيائية التي ظهرت فى القرن العشرين، وذلك لتفسير الظواهر على مستوى الذرة والجسيمات، وقد دمجت بين الخاصية الجسيمية والخاصية الموجية ليظهر مصطلح ازدواجية (الموجة – الجسيم) ، وبهذا تُصبح ميكانيكا الكم مسئولة عن التفسير الفيزيائي على المستوى الذري، لذلك ميكانيكا الكم هي تعميم للفيزياء الكلاسيكية لإمكانية تطبيقها على المستويين الذري والعادي، وسبب تسميتها بميكانيكا الكم يعود إلى أهميّة الكم فى بنائها (وهو مصطلح فيزيائي يستخدم لوصف أصغر كمّية من الطاقة يُمكن تَبادلها بين الجسيمات، ويُستخدم للإشارة إلى كميات الطاقة المحددة التي تَنبعث بشكلٍ متقطعٍ، وليس بشكلٍ مُستمر).

ميكانيكا الموائع *Fluid* Mechanics

هى أحد فروع ميكانيكا الكم وهي تدرس أساسًا الموائع (السوائل والغازات)، ويدرس هذا التخصص السلوك الفيزيائى لهذه المواد، وتنقسم إلى إستاتيكا الموائع ودراستها فى حالة عدم الحركة وديناميكا الموائع ودراستها فى حالة الحركة

الميكانيكا الحيوية *:Biomechanics*

علم الميكانيكا الحيوية (البيوميكانيك) هو علم دراسة القوانين العامة فى حركة أى كائن حى والتحليل الميكانيكي لحركة الأجسام الحية من جميع النواحى (التشريحية - الفسيولوجية - البدنية - الميكانيكية ...)، والذى يتعامل مع القوة على الأجسام الحية سواء كانت فى حالة السكون أو الحركة، ومن أمثلة ذلك : حركة الأمعاء، وتدفق الدم فى الشرايين، وانتقال البويضة فى قناة فالوب، وانتقال السوائل فى الحالب من الكلية إلى المثانة، وعملية هضم الطعام وحركته، ومن خلال التحليل الميكانيكي يمكن التوصل إلى حالات جديدة وملائمة لتطوير مستوى الأداء.

PDF Compressor Pro

مقدمة عن تطور علم الميكانيكا

في الميكانيكا الحيوية توجد أبحاث أكثر في مجال نمو، و إعادة تشكيل الأعضاء مثل تأثير ضغط الدم المرتفع على ميكانيكية جدران الشرايين، وسلوك الخلايا العضلية القلبية مع احتشاء عضلة القلب، ونمو العظام كاستجابة لممارسات معينة ، و نمو النباتات التأقلمي مع حركة الريح، و تعتبر كشاهد على أن الأنسجة الحية تتشكل من جديد كنتيجة مباشرة للأحمال المطبقة، توظف علوم الرياضيات المختلفة لحل المشاكل الحياتية وتشمل الجبر الخطي، والمعادلات التفاضلية، و التكامل، والهندسة، والميكانيكا والتوبولوجي والإحصاء وغيرها.

نشاط

- اطلب إلى الطلاب استخدام الشبكة الدولية للمعلومات في البحث عن دور علماء الرياضيات في تطور علم الميكانيكا ثم ناقشهم في الأبحاث التي توصلوا إليها.
- أسئلة يمكن للمعلم الاستعانة بها:

أكمل ما يأتي:

١ يسمى علم حركة الأجسام الذي يبحث في خصائص الحركة من الوجهة الهندسية فقط بـ ....

٢ يسمى علم حركة الأجسام الذي يبحث في تأثير القوى المسببة أو المغيرة للحركة بـ......................................

٣ تسمى الميكانيكا التي تتناول السلوك الفيزيائي للسوائل والغازات بـ......................................

٤ تعرف الميكانيكا التي تتناول دراسة و تحليل الكائنات الحية بالميكانيكا ....

٥ الفيمتو ثانية يساوي ....

٦ عرف ميكانيكا الأجسام ذات الكتل المتغيرة، ثم أعط بعض الأمثلة على ذلك.

٧ اذكر الفرق بين المرونة و اللدونة.

٨ اكتب نبذة مختصرة عن كل من:

أ- الميكانيكا الكلاسيكية. ب- ميكانيكا الكم.

جـ- ميكانيكا الموائع. د- الميكانيكا الحيوية.

٩ عرف الفيمتو ثانية ثم بين أهم المجالات التي يستخدم فيها.

النظرية النسبية العامة *General relativity theory*

النظرية النسبية لأينشتاين غيّرت الكثير من المفاهيم فيما يتعلق بالمصطلحات الأساسية في الفيزياء: المكان، الزمان الكتلة والطاقة؛ حيث أحدثت نقلة نوعية في الفيزياء النظرية وفيزياء الفضاء في القرن العشرين.

قامت نظرية النسبية بتحويل مفهوم الحركة، حيث نَصَّت بأنَّ كل الحركة نسبية. ومفهوم الوقت تَغير من كونه ثابتًا ومحددًا، إلى كونه بُعدًا آخر غير مكاني. وجعلت الزمان والمكان شيئًا موحدًا بعد أن كان يتم التعامل معهما كشيئين مختلفين. وجعلت مفهوم الوقت يتوقَّف على سرعة الأجسام، وأصبح تقلص البعد وتَمدُّد الزمن مفهومًا أساسيًّا لفهم الكون.وبذلك تَغيرت كل الفيزياء الكلاسيكية النيوتونية.

نشاط

١ - استخدم الشبكة الدولية للمعلومات (الإنترنت) في البحث عن دور علماء الرياضيات في تطور علم الميكانيكا وإليك بعض نتائج البحث:

كان للعالم الإنجليزي إسحق نيوتن Isaac Newton الفضل في تمهيد الطريق لعلم الميكانيكا الكلاسكية عن طريق قوانين الحركة التي فسرت الكثير من الظواهر الطبيعية والفلكية، كما كان للعالم الألماني يوهانز كيلر johannes Kepler وجاليليوجاليلي الإيطالي Galileo Galilei دور عظيم في وضع قوانين تصف حركة الكواكب؛ حيث بينت قوانين كيبلر أن هناك قوة تجاذب بينها، وبينت أيضًا حركة الكواكب حول الشمس وفق المنظور الجديد الذي يعتمد على مركزية الشمس بشكل أصبحت فيه الحسابات تطابق الأرصاد الفلكية إلى درجة كبيرة، وقد ظلت هذه القوانين سائدة منذ القرن السابع عشر حتى ظهور النظرية النسبية التي صاغها أينشاتين Einstein خلال السنوات ١٩٠٥ - ١٩١٦ وميكانيكا الكم التي اشترك في صياغتها ماكس بلانك Max plank وهينزبرج Heyznberg وشرودنجر Schrodinger وديراك Dirac في بداية القرن العشرين.

كما ابتكر الدكتور أحمد زويل Dr. Ahmed Zewail نظام تصوير سريعًا للغاية، يعمل باستخدام الليزر، له القدرة على رصد حركة الجزيئات عند نشوئها وعند التحام بعضها ببعض، وقد سجل أحمد زويل في قائمة الشرف بالولايات المتحدة الأمريكية والتي تضم إلبرت أينشتاين وألكسندر جراهام بيل.

ولمزيد من المعلومات ابحث في الموسوعة الحرة (ويكبيديا) على الموقع: ***http: //ar.wikipedia.org***

وحدات القياس: ***Measuring Units***

عندما يتقدم أحد الطلاب إلى الكليات العسكرية فإنه يقوم بإجراء بعض الفحوصات الطبية مثل قياس الطول، والوزن ، وضغط الدم، ومعدل ضربات القلب، ... فعملية القياس هي مقارنة مقدار بمقدار آخر من نفس النوع، وذلك لمعرفة عدد مرات احتواء المقدار الأول إلى المقدار الثاني، والنظام المستخدم في معظم أنحاء العالم هو النظام الدولي للوحدات. International system of units (SI)

PDF Compressor Pro

ويتضمن هذا النظام الدولى للوحدات (SI) سبع وحدات أساسية، وقد حُددت وحدات هذه الكميات الأساسية باستخدام القياس المباشر معتمدة على وحدات معيارية لكل من الطول والزمن والكتلة المحفوظة بدائرة الأوزان والمقاييس بفرنسا، أما الوحدات الأخرى فيمكن اشتقاقها من الوحدات الأساسية، وسنختص فى دراستنا بالكميات الآتية:

أولًا: الكميات الأساسية ووحدات قياسها فى نظام (SI) *Fundamental quantities*

الكمية الأساسية		الوحدة الأساسية		الرمز	
الطول	length	متر	meter	م	(m)
الكتلة	mass	كيلو جرام	kilogram	كجم	(kg)
الزمن	time	ثانية	second	ث	(s)

ومن مميزات استخدام وحدات النظام الدولي هو سهولة التحويل بين الوحدات

أضف إلى معلوماتك

١- الفيمتو ثانية *Femtosecond*

الفيمتو ثانية: هو جزء من مليون مليار جزء من الثانية، أي (عشرة مرفوعة للقوة (-١٥)) من الثانية والنسبة بين الثانية والفيمتو ثانية هي النسبة بين الثانية و٣٢ مليون سنة.

فى عام١٩٩٠م تَمكَّن العالم المصرى أحمد زويل من تثبيت اختراعه المعروف بكيمياء الفيمتو، وذلك بعد جهد مضنٍ مع فريق بحثه القابع فى معهد كاليفورنيا للتقنية امتد منذ عام ١٩٧٩، ويتَلخَّص اختراعه فى اختراع وحدة زمنيةٍ تخطَّت حاجز الزمن العادي إلى وحدة زمن الفيمتو ثانية، وتوصَّل هذا العالم إلى اكتشافه العلمي باستخدام نبضات ليزر قصيرة المدى وشعاع جزيئي داخل أمبوب مفرغ، وكاميرا رقمية ذات مواصفات فريدة، وذلك لتصوير حركة الجزيئات منذ ولادتها وقبل التحاقها بباقي الجزيئات الأخرى، وأصبح بالإمكان التدخل السريع ومباغتة التفاعلات الكيميائية عند حدوثها باستخدام نبضات الليزر كتليسكوب للمشاهدة، ومتابعة عمليات الهدم والبناء فى الخلية، وقد جعل هذا العالم العربي العملاق الباب مفتوحًا لاستخدام هذا الاكتشاف العلمي فى مجال الطب، والفيزياء، وأبحاث الفضاء وغيرها الكثير، وسُجِّلت باسمه مدرسة علمية جديدة عُرِفَت باسم كيمياء الفيمتو.

٢- مضاعفات الوحدات

الوحدة		الرمز	القياس
تيرا	tera	T	$١٠^{١٢}$
جيجا	giga	G	$١٠^{٩}$
ميجا	mega	M	$١٠^{٦}$
كيلو	kilo	K	$١٠^{٣}$

كسور الوحدات

الوحدة		الرمز	القياس
ديسي	deci	d	$١٠^{-١}$
سنتي	centi	c	$١٠^{-٢}$
مللي	milli	m	$١٠^{-٣}$
ميكرو	micro	u	$١٠^{-٦}$
نانو	nano	n	$١٠^{-٩}$
بيكو	pico	p	$١٠^{-١٢}$
فمتو	femto	f	$١٠^{-١٥}$

وعلى ذلك يمكن تحويل كلٍّ من الوحدات التالية إلى الوحدات المناظرة لها:

١) ٢,٧٥ كم إلى م.
٢) ٦٣٥ مم إلى ديسم.
٣) ٧٥٠ كيلو هرتز إلى ميجا هرتز.
٤) ١٩٧٠ جم إلى كجم.

على النحو التالى:

١) ٢,٧٥ كم = ٢,٧٥ × ١٠٠٠ = ٢٧٥٠ م
٢) ٦٣٥ مم = ٦٣٥ × $١٠^{-٢}$ = ٦,٣٥ ديسم
٣) ٧٥٠ كيلو هرتز = ٧٥٠ × $١٠^{-٣}$ = ٠,٧٥ ميجا هرتز
٤) ١٩٧٠ جم = ١٩٧٠ × $١٠^{-٣}$ = ١,٩٧ كيلو جرام.

تذكر أن

كم = ١٠٠٠م
م = ١٠ ديسم
ديسم = ١٠ سم
سم = ١٠ مم

ثانيًا: الكميات المشتقة Derived quantities

١ وحدة قياس السرعة

تعرف السرعة بأنها معدل تغير المسافة بالنسبة للزمن.
وحدة قياس السرعة = وحدة قياس المسافة ÷ وحدة قياس الزمن

فإن السرعة تقاس بوحدة: متر / ثانية (م/ث).

هل تعلم

الثانية العيارية: هى الفترة الزمنية التى تستغرقها ذرة السيزيوم لتتذبذب بمقدار دورة كاملة.

٢ العجلة

تعرف العجلة بأنها معدل تغير السرعة بالنسبة للزمن ويكون:

وحدة قياس العجلة : مترًا / ثانية مربعة ($م/ث^{٢}$).

لاحظ أن

وحدات قياس الكميات المتجهة (السرعة، العجلة، القوة) تعامل من حيث مقاديرها فقط بصرف النظر عن الاتجاه.

وعلى ذلك يمكن تحويل كلٍّ من الوحدات التالية إلى الوحدات المناظرة لها:

١) ١ كم/س إلى م/ث.
٢) ١ كم/س إلى سم/ ث.
٣) ١ كم /س /ث إلى م /$ث^{٢}$
٤) كم /س/ث إلى سم/$ث^{٢}$

على النحو التالى:

١) ١ كم/س = $\frac{١ \times ١٠٠٠م}{٦٠ \times ٦٠ ث}$ = $\frac{٥}{١٨}$ م/ث

تذكر أن

اليوم الشمسى المتوسط = ٢٤ ساعة .
الساعة = ٦٠ دقيقة.
الدقيقة = ٦٠ ثانية.

فى بند وحدات القياس:

¤ أشر إلى الطلاب أن فى النظام الدولى الموحد (SI) تستخدم الكميات الأساسية للقياس (الطول،الكتلة،الزمن) و ذلك بالضرب فى عشرة أو بالقسمة على عشرة بالنسبة للطول والكتلة، وبالتالى تستطيع أن تحول من كمية لأخرى بسهولة كما هو موضح بالجداول المرفقة من صفحة (٥).

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة):

إجابة تدريب (١)

أ) $\frac{٣}{٤}$ كيلومتر = $\frac{٣}{٤}$ × ١٠٠٠×١٠=٧٥٠٠ ديسيمتر.

ب) ٠,٢٤٥ ميكروجرام = ٠,٢٤٥×$١٠^{-٣}$ = ٢٤,٥×$١٠^{-٥}$ميلي جرام

ج) ١٢٥٠ كيلوهرتز=١٢٥٠×$١٠^{-٣}$ = ١٢,٥×$١٠^{-٥}$ ميجا هرتز

د) ١٢ مللي أمبير= ١٢×$١٠^{٣}$ ميكرو أمبير

نشاط

¤ اطلب إلى الطلاب استخدام الشبكة الدولية للمعلومات فى البحث عن تعريفات أخرى للطول العيارى، وناقشهم فى هذه الأبحاث، وضح إلى الطلاب أنه يمكن تقدير المسافة بين الأرض و الشمس التى تبلغ ١٤٩٥×$١٠^{٨}$ كم وكذلك المسافة بين الأرض والقمر التى تبلغ ٢٨٤٤×$١٠^{٥}$ كم وذلك بمعلومية سرعة الضوء التى تبلغ ٢٩٩٨×$١٠^{٨}$ م/ث وزمن وصوله من الشمس إلى الأرض الذى يقدر بـ٥٠٠ ثانية.

أسئلة إثرائية :

حول كلًّا من الوحدات التالية إلى الوحدات المناظرة لها :

أ) ٤٦٠ كيلو هرتز إلى ميجا هرتز.

ب) ٤٥٦٠ سنتيمتر إلى كيلو متر .

ج) كم ثانية فى السنة الكبيسة (السنة الكبيسة تساوى ٣٦٦ يومًا)

إرشادات للدراسة:

تمكن العلماء من قياس المسافة بين القمر والأرض بدقة عن طريق إرسال أشعة الليزر باتجاه القمر من خلال مناظير فلكية بحيث تنعكس حزمة أشعة الليزر عن سطح عاكس وُضع على سطح القمر، وترتد عائدة إلى الأرض، مما مكن العلماء من قياس متوسط المسافة بين القمر والأرض وهى ٣٨٥٠٠٠ كم بضبط يزيد عن واحد بالمليار، وباستخدام تقنية الليزر هذه اكتشف العلماء أن القمر يبتعد عن الأرض سنويًا بمعدل ٣,٨ سم/سنة تقريبًا.

PDF Compressor Pro

فى بند الكميات المشتقة:

¤ أشر إلى الطلاب بأن الكميات المشتقة يمكن التعبير عنها بدلالة الكميات الأساسية مثل الطول ، الكتلة، الزمن، وغيرها ومن الكميات المشتقة : المساحة ، والحجم، والسرعة، والعجلة والطاقة ،.......وغيرها، وهناك ما يسمى بمعادلة الأبعاد التي تعتمد أساسًا على كل من (الطول، الكتلة،الزمن) فعلى سبيل المثال، أبعاد السرعة هى مسافة/زمن، العجلة هى مسافة/مربع الزمن ، الحجم (مسافة)^{٣} و هكذا ....

التقييم المستمر (الحوار والمناقشة):

أسئلة تدريب صـ(٨)

(١) أ) ٧٢ كم/س=٧٢ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٠ م/ث

ب) ١٠٠٠ سم/ث = $\frac{١٠٠٠ \times ٩}{٢٥٠}$ = ٣٦ كم/ث^{٢}

جـ) ٣٦ كم/س/ث = $\frac{٣٦ \times ١٠^{٥}}{٦٠ \times ٦٠}$ = ١٠٠٠ سم/ث^{٢}

أسئلة إثرائية:

(١) اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١ ليس من الكميات الأساسية:

أ) الطول ب) الثقل جـ) الزمن د) الكتلة

٢ الوحدة الدولية للكتلة هي:

أ) الجرام ب) الطن جـ) الكيلو جرام د) الملليجرام

٣ الوحدات الأقل من الواحد الصحيح هي:

أ) هيكتو ب) كيلو جـ) ديسكا د) ميكرو

(٢) ماذا يقصد بكل من:

أ) الطول العيارى. ب) الكتلة العيارية.

جـ) الزمن العيارى.

(٣) إذا أعطيت المسافة بوحدة كم و السرعة بوحدة م/ث أي من العمليات الآتية تعبر عن إيجاد الزمن بالثانية؟

أ) ضرب المسافة فى السرعة ثم ضرب الناتج فى ١٠٠٠

ب) قسمة المسافة على السرعة ، ثم ضرب الناتج فى ١٠٠٠

جـ) قسمة المسافة على السرعة ثم قسمة الناتج على ١٠٠٠

د) ضرب المسافة بالسرعة ثم قسمة الناتج على ١٠٠٠

(٢) ١ كم/س = $\frac{١ \times ١٠٠٠ \times ١٠٠ \text{سم}}{٦٠ \times ٦٠ \text{ث}}$ = $\frac{٢٥٠}{٩}$ سم/ث

(٣) كم/س/ث = $\frac{١٠٠٠ \text{م}}{٦٠ \times ٦٠ \text{ث} \times \text{ث}}$ = $\frac{٥}{١٨}$ م/ث^{٢}

(٤) كم/س/ث = $\frac{١٠٠٠ \times ١٠٠ \text{سم}}{٦٠ \times ٦٠ \text{ث} \times \text{ث}}$ = $\frac{٢٥٠}{٩}$ سم/ث^{٢}

تدريب

(١) حول كلًّا من الوحدات التالية إلى الوحدات المناظرة لها:

أ) ٧٢ كم/س إلى م/ث ب) ١٠٠٠سم/ث إلى كم /س جـ) ٣٦ كم/س/ث إلى سم/ث^{٢}

٣ القوة *Force*

تعرف القوة بأنها حاصل ضرب الكتلة (ك) فى عجلة الحركة (جـ)

فإذا رمزنا للقوة بالرمز (ق) فإن ق = ك × جـ

وحدات قياس مقدار القوة

الوحدات المطلقة: مثل الداين والنيوتن حيث ١ نيوتن = $١٠^{٥}$ داين و يعرف النيوتن والداين على النحو التالي:

النيوتن: هو مقدار القوة التى إذا أثرت على كتلة تساوى ١ كيلو جرام أكسبتها عجلة مقدارها ١متر/ث^{٢}

الداين: هو مقدار القوة التى إذا أثرت على كتلة تساوى ١ جرام أكسبتها عجلة مقدارها ١ سم/ث^{٢}

الوحدات التثاقلية:

مثل: ثقل الجرام (ث جم) ، ثقل الكيلو جرام (ث كجم) حيث ١ ث كجم = $١٠^{٣}$ ث.جم

ويعرف ثقل الكيلو جرام وثقل الجرام على النحو التالى:

ثقل الكيلو جرام: هو مقدار القوة التى إذا أثرت على كتلة تساوى ١ كيلو جرام أكسبتها عجلة مقدار ٩,٨ متر/ث^{٢}

ثقل الجرام: هو مقدار القوة التى إذا أثرت على كتلة تساوى ١ جرام أكسبتها عجلة مقدارها ٩٨٠ سم/ث^{٢}

وتربط الوحدات التثاقلية بالوحدات المطلقة بالعلاقة: ١ث كجم = ٩,٨ نيوتن، ١ ث جم = ٩٨٠ داين

أضف إلى معلوماتك

جميع الأجسام (بغض النظر عن كتلتها) تسقط على سطح الأرض بتسارع (عجلة) منتظم يقع بين ٩,٧٨، ٩,٨٢ م/ث^{٢} اعتمادًا على دائرة العرض ولكننا سنعتبرها ٩,٨ م/ث^{٢} لسهولة الاستخدام ما لم تُحدد قيم أخرى لها.

وعلى ذلك يمكن تحويل كلٍّ من الوحدات الآتية إلى الوحدات المناظرة لها:

(١) ٣,١٤ نيوتن إلى داين

(٢) ٦,٧٥ × $١٠^{٧}$ داين إلى نيوتن

على النحو التالى:

(١) ٣,١٤ نيوتن = ٣,١٤ × $١٠^{٥}$ = ٣١٤٠٠٠ داين

(٢) ٦,٧٥ × $١٠^{٧}$ داين = ٦,٧٥ × $١٠^{٧}$ ÷ $١٠^{٥}$ = ٦٧٥ نيوتن

تدريب

(٢) حول كلًّا من الوحدات التالية إلى الوحدات المناظرة لها:

أ) $\frac{١}{٧}$ ث جم إلى داين

ب) ٥,٣٦ × ١٢٥٠ داين إلى نيوتن

جـ) ٢,٥٠ نيوتن إلى داين

يمكن وضع الكميات المشتقة فى جدول على النحو التالي:

الكمية المشتقة	علاقتها بالكميات الأخرى	وحدة القياس
السرعة (ع)(V)	المسافة ÷ الزمن	م/ث m/s
العجلة (جـ)(a)	السرعة ÷ الزمن	م/ث^{٢} m/s^2
القوة (ق)(F)	الكتلة × العجلة	نيوتن N

تحقق من فهمك

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

١) تقاس الكتلة بوحدة:
أ) الداين ب) النيوتن جـ) الكيلو جرام د) ثقل الكيلو جرام

٢) من الكميات الأساسية فى النظام الدولى:
أ) الكتلة ب) السرعة جـ) العجلة د) القوة

٣) المليمتر وحدة تعادل:
أ) $١٠^{-٣}$ متر ب) $١٠^{-٣}$ متر مكعب جـ) $١٠^{-٢}$ سنتيمتر د) $١٠^{-٤}$ ديسميتر

أجب عن الأسئلة الآتية:

٤) ماذا يطلق على القيم التالية:
أ) $١٠^{-٢}$ متر ب) $١٠^{-٣}$ متر جـ) ١٠٠٠ متر

٥) حول كلًّا ممايأتى إلى متر:
أ) ٦٣,٤ سنتيمتر ب) ٥١٢,٦ ملليمتر جـ) ٠,٥٣٤ ديسيميتر

٦) تفكير ناقد: احسب بوحدة الكيلوجرام كتلة الماء اللازمة لملء وعاء على شكل متوازى مستطيلات طوله ١,٦م وعرضه ٠,٦٥٠ م وارتفاعه ٣٦ سنتيمتر، علمًا بأن كثافة الماء تساوى ١جم/سم^{٣} مقربًا الناتج لأقرب عدد صحيح.

[إرشاد: الكتلة = الحجم × الكثافة]

التقييم المستمر: (تعلم ذاتى)

إجابة تدريب (٣)

أ) $\frac{١}{٧}$ ث جم = $\frac{١}{٧}$ × ٩٨٠ = ١٤٠ داين

ب) ٥,٣٦ × ١٢٥٠ داين = $\frac{٥,٣٦ \times ١٢٥٠}{٢,٥ \times ١٠^{٥}}$ = ٦,٧ × $١٠^{-٤}$ نيوتن

جـ) ٢,٥ نيوتن = ٢,٥ × $١٠^{٥}$ داين

إجابة تحقق من فهمك

١) جـ ٢) أ ٣) أ

٤) أ) السنتيمتر ب) المليمتر جـ) الكيلومتر

٥) أ) ٦٣,٤ سنتيمتر = ٠,٦٣٤ متر

ب) ٥١٢,٦ ملليمتر = ٠,٥١٢٦ متر

جـ) ٠,٥٣٤ ديسيمتر = ٠,٠٥٣٤ كيلومتر

٦) الكتلة = الحجم × الكثافة

= الطول × العرض × الارتفاع

= ١٦٠ × ٦٥ × ٣٦ × ١

= ٣٧٤٤٠٠ جم

= ٣٧٤ كيلوجرام

أخطاء شائعة:

- أشر إلى الطلاب أنه يمكن استخدام وحدات القياس للتحقق من صحة إجابة معادلة أو مجموعة معادلات بشكل صحيح فعلى سبيل المثال عند حساب السرعة بوحدة ث/م أو م/ ث^{٢}، فاعرف أن هناك خطأ فى حل المسألة، هذه الطريقة فى التعامل مع الوحدات باعتبارها كميات جبرية تسمى تحليل الوحدات.

- يستخدم تحليل الوحدات فى إيجاد معامل التحويل (هو معامل ضرب يساوى الواحد الصحيح) فعلى سبيل المثال:

١ كجم = ١٠٠٠ جم

و من هنا نستطيع بناء معامل التحويل التالى:

$$\frac{\text{١ كجم}}{\text{١٠٠٠ جم}} = \frac{\text{١٠٠٠ جم}}{\text{١ كجم}} = ١$$

حيث يمكن اختيار معامل التحويل الذى يجعل الوحدات تشطب مع بعضها، بحيث نحصل على الإجابة بالوحدة الصحيحة فمثلاً لتحويل ٣,٤٢ كجم من الحديد إلى الجرامات فإننا نقوم بالآتى:

$$\text{٣,٤٢ كجم} \left(\frac{\text{١٠٠٠ جم}}{\text{١ كجم}}\right) = \text{٣٤٢٠ جم.}$$

و قد نحتاج إلى سلسلة من التحويلات كالآتى:

مثال: لتحويل ٧٢ كم/س إلى م/ث فإننا نقوم بالآتي:

$$\left(\frac{\text{٧٢ كم}}{\text{١ ساعة}}\right) \left(\frac{\text{١٠٠٠م}}{\text{١ كم}}\right) \left(\frac{\text{١ساعة}}{\text{٦٠ دقيقة}}\right) \left(\frac{\text{١دقيقة}}{\text{٦٠ ثانية}}\right) = \text{٢٠ م/ث}$$

نشاط:

- اطلب الى الطلاب استخدام الشبكة الدولية فى البحث عن أنظمة أخرى للقياس ومنها النظام الانجليزى ثم تحديد وحدات قياس الطول والكتلة والقوة لتلك الأنظمة وعلاقتها بوحدات القياس مع النظام الدولى (SI) ثم تحديد بعض استخدامات النظام الانجليزى فى ملاعب كرة القدم والملاحة البحرية والجوية وبعض الاستخدامات فى الأراضى الزراعية وغيرها.

PDF Compressor Pro

PDF Compressor Pro

الوحدة الأولى

الاستاتيكا

Statics

الوحدة الأولى

الاستاتيكا

Statics

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

مقدمة الوحدة

يختص علم الإستاتيكا بحل جميع المشاكل الهندسية المتعلقة بدراسة توازن الأجسام المادية، وعمليات تحليل وتحصيل القوى المؤثرة عليها، والتأثير المتبادل الناشئ عنها ، وتطبيقاته المختلفة فى بناء المنازل والمبانى والجسور وتصميم الآلات والمحركات. وقد كان لنيوتن أبحاث ومؤلفات فى هذا المجال منها كتاب المبادئ الرياضية للفلسفة الطبيعية الذى يتكون من ثلاثة أجزاء، ويعتبر أساس علم الميكانيكا الكلاسيكى. ومن أقوال نيوتن المشهورة عن نفسه «لست أعلم كيف أبدو للعالم، ولكننى أبدو لنفسى، وكأننى صبى يلعب على شاطئ البحر، ألهو بين الحين والحين بالعثور على حصاة ملساء أو صدفة أجمل من العادة، بينما ينبسط محيط الحقيقة العظيم مغلق الأسرار أمامى».

مخرجات التعلم

فى نهاية الوحدة، وبعد تنفيذ الأنشطة فيها، يتوقع من الطالب أن:

- يتعرف مفهوم القوة ، والقوة كمتجه ، ووحدات قياس مقدار القوة فى ضوء وحدات القياس السابقة.
- يوجد محصلة قوتين مقدارًا واتجاهًا (القوتان تؤثران فى نفس النقطة).
- يتعرف تحليل قوة معلومة إلى مركبتين فى اتجاهين معلومين.
- يتعرف تحليل قوة معلومة إلى مركبتين متعامدتين.
- يوجد محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة.
- يبحث اتزان جسيم تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة فى الحالات الآتية:
  - إذا اتزنت قوتان مستويتان متلاقيتان فى نقطة.
  - إذا اتزنت ثلاث قوى مستوية متلاقية فى نقطة.
  - إذا اتزنت عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة.
- يوجد محصلة قوتين هندسيًّا وجبريًّا مستخدمًا تكنولوجيا المعلومات فى صورة أنشطة.
- يتعرف تطبيقات ما درسه فى الإستاتيكا فى مواقف فيزيائية وحياتية.

مقدمة الوحدة

يختص علم الاستاتيكا بحل جميع المشاكل الهندسية المتعلقة بدراسة توازن الأجسام المادية والتأثير المتبادل الناشئ عنها، وحيث إن تطور التقنية الحديثة يصادف مشاكل عديدة لتحليل المنشآت المختلفة كالمبانى، والجسور، والمنازل، وتصميم الآلات، والمحركات، وهندسة الطيران، والهندسة المدنية، والميكانيكية، وذلك لتعدد اختلاف هذه المشاكل، وعلى الرغم من هذا فإن جزءً من حلها يعتمد على بعض المبادئ العامة التى لها قاعدة علمية مشتركة، وبالتالى فإن دراسة الاستاتيكا يعنى دراسة عمليات تحصيل وتحليل القوى وشروط الاتزان.

وتنقسم وحدة الاستاتيكا إلى أربعة دروس هى:

الدرس الأول : القوى.

الدرس الثانى : تحليل قوة .

الدرس الثالث: محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة.

الدرس الرابع: اتزان جسم تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة.

أهداف الوحدة

فى نهاية الوحدة ، وتنفيذ الأنشطة فيها، يتوقع من الطالب أن :

- يتعرف مفهوم القوة ، والقوة كمتجه ، ووحدات قياس مقدار القوة فى ضوء وحدات القياس السابقة.
- يوجد محصلة قوتين مقدارًا واتجاهًا (القوتان تؤثران فى نفس النقطة).
- يتعرف تحليل قوة معلومة إلى مركبتين فى اتجاهين معلومين.
- يتعرف تحليل قوة معلومة إلى مركبتين متعامدتين.
- يوجد محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة.
- يبحث اتزان نقطة مادية (جسيم) تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة فى الحالات الآتية:
  - إذا اتزنت قوتان مستويتان متلاقيتان فى نقطة.
  - إذا اتزنت ثلاث قوى مستوية متلاقية فى نقطة.
  - إذا اتزنت عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة.
- يوجد محصلة قوتين هندسيًّا وجبريًّا مستخدمًا تكنولوجيا المعلومات .
- يستخدم تطبيقات ما درسه فى الاستاتيكا فى مواقف فيزيائية وحياتية.

PDF Compressor Pro

زمن تدريس الوحدة

١٨ حصة.

مهارات التفكير التى تنميها الوحدة

التعبير الشفهى- التفكير الإبداعى- التفكير الناقد- التفكير التحليلى - حل المشكلات.

الوسائل التعليمية المستخدمة

السبورة التعليمية - طباشير ملون - آلة حاسبة علمية- آلة حاسبة رسومية- برامج رسومية للحاسوب - ورق مربعات - أقلام رصاص ملونة.

طريقة التدريس المقترحة:

العرض المباشر- المناقشة- العصف الذهنى- الطريقة الاستنباطية- التعلم التعاونى- حل المشكلات.

طرق التقييم المقترحة:

تتمثل فى الأسئلة الشفهية والتحريرية الفردية والجماعية قبل وبعد وأثناء الدرس، والأنشطة المقترحة، وسلم التقييم الخاص بكل منها، والتكاليف الجماعية والفردية، واختبار الوحدة والاختبار التراكمى فى نهاية الوحدة.

المخطط التنظيمى للوحدة

يتناول المخطط التنظيمى المفهوم الأساسى للاستاتيكا والمفاهيم المرتبطة بها، وهى القوى بما يشمله من مفاهيم وخواص و يتناول اتزان الجسم تحت تأثير (قوتين - ثلاث قوى - عدة قوى) وكذلك يوضح إيجاد محصلة القوى بطريقتين (هندسيًا - تحليليًا) ثم نتطرق إلى التطبيقات الحياتية والفيزيائية باستخدام التكنولوجيا.

المصطلحات الأساسية

استاتيكا Statics	تحليل قوة Resolving force
قوة Force	مركبة قوة force Component
جسم جاسئ Rigid body	اتزان جسم equilibrium of a body
قوة التثاقل Gravitation force	قاعدة مثلث القوى triangle of forces
عجلة السقوط الحر acceleration of gravity	قاعدة لامى lami's rule
نيوتن Newton	اتزان جسم جاسئ Equilibrium of rigid body
داين Dyne	مستوى أملس smooth plane
ثقل كيلو جرام Kilogram weight	مستوى مائل أملس inclined smooth plane
ثقل جرام Gram weight	مركز ثقل centre of gravity
خط عمل قوة Line of action of the force	

دروس الوحدة

الدرس (١ - ١): القوى.

الدرس (١ - ٢): تحليل قوة إلى مركبتين.

الدرس (١ - ٣): محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة

الدرس (١ - ٤): اتزان جسم جاسئ تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة.

الأدوات والوسائل

- آلة حاسبة علمية Scientific calculator
- برامج رسومية للحاسوب Graphical computer programs

مخطط تنظيمى للوحدة



١١

PDF Compressor Pro

مكتب مستشار الرياضيات في مصر

١ - ١ القوى
Forces

خلفية

سبق أن درس الطالب المتجهات وفرق بين الكميات القياسية والكميات المتجهة منها كما درس كيفية تمثيل المتجه جبريًا وهندسيًا، وجمع وطرح المتجهات وغيرها، وفى هذا الدرس سوف يتم دراسة القوى، وشروط اتزان الأجسام المادية التى تؤثر عليها.

أهداف الدرس

فى نهاية هذا الدرس وتنفيذ الأنشطة فيه يتوقع من الطالب أن:

- يتعرف بعض المفاهيم الأساسية فى الاستاتيكا.
- يتعرف خواص القوة.
- يوجد محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطة تحليليًّا.
- يحل مسائل على إيجاد محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطة بيانيًّا وتحليليًّا.

مفردات أساسية

قوة- محصلة- جسم جاسيء - قوة التثاقل- عجلة السقوط الحر- نيوتن- داين- ثقل كيلو جرام - ثقل جرام.

المواد التعليمية المستخدمة

آلة حاسبة علمية- برامج رسومية للحاسوب- ورق مربعات.

طرق التدريس المقترحة

العرض المباشر- المناقشة- العصف الذهنى- حل المشكلات- استخدام البرامج الرسومية للحاسب الآلى.

مكان التدريس

الفصل الدراسى.

مصادر التعلم

- كتاب الطالب من صفحة (١٢) إلى صفحة (١٩) الشبكة الدولية للمعلومات (الإنترنت).
- استخدام برنامج Geogebra

التهيئة

- اطلب إلى الطلاب إعطاء أمثلة للكميات القياسية، وأمثلة أخرى للكميات المتجهة.

---

١ - ١ القــوى
Forces

سوف تتعلم

- بعض المفاهيم الأساسية فى الإستاتيكا.
- خواص القوة
- محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطة.
- إيجاد محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطة تحليليًّا.

المصطلحاتُ الأساسيّة

- قوة Force
- محصلة Resultant
- جسم جاسيء Rigid body
- قوة التثاقل Gravitation force
- عجلة السقوط الحر Acceleration of gravity
- نيوتن Newton
- داين Dyne
- ثقل كيلو جرام Kilogram weight
- ثقل جرام Gram weight

الأدوات والوسائل

- آلة حاسبة علمية Scientific calculator
- برامج رسومية Graphical programs

تمهيد:

عَلمت أنَّ الإستاتيكا هى فرع الميكانيكا الذى يدرس القوى وشروط اتزان الأجسام المادية التى تؤثِّر عليها القوى ، وستكون دراستنا فى هذه الوحدة على اتزان الأجسام الجاسئة [١] فقط.

ومن دراستك فى المتجهات علمت الفرق بين الكمية القياسية والكمية المتجهة.

تذكر أن

الكمية القياسية **Scalor** تتحدد تحديدًا تامًّا بقيمتها العددية مثل المسافة ، الكتلة ، الزمن ، المساحة ، الحجم...

الكمية المتجهة **Vector** وتتحدد باتجاهها بالإضافة إلى قيمتها العددية مثل القوة والإزاحة والسرعة ، والوزن ...إلخ.

القوة: *Force*

تتوقف حالة اتزان أو حركة الجسم على طبيعة التأثير الميكانيكى المتبادل بينه وبين الأجسام الأخرى، أى على حالات الضغط أو الشد أو التجاذب أو التنافر التى تحدث للجسم نتيجةً لهذا التأثير.

تعريف ➢ تعرف القوة بأنها تأثير أحد الاجسام على جسم آخر.

أضف إلى معلوماتك

تنقسم الأجسام الطبيعية إلى:
- أجسام جاسئة لايتغير شكلها مهما كانت القوى المؤثرة عليها.
- أجسام قابلة للتشكيل فيتغير شكلها تحت تأثير القوى مثل السوائل والغازات والمطاط والصلصال ...إلخ

خواص القوة:

يتحدد تأثير القوة على الجسم بالعوامل الآتية:

أولاً: مقدار القوة.

يَتعين مقدار القوة بمقارنتها بوحدة القوى وقد سبق لك دراسة الوحدة الأساسية لقياس القوة فى الميكانيكا وهى النيوتن (N) أو ثقل الكيلوجرام (kg.wt) حيث:

➢ ١ ث كجم = ١٠٠٠ ث جم ، ١ نيوتن = $١٠^٥$ داين

➢ ١ ث كجم = ٩,٨ نيوتن ، ١ ث جم = ٩٨٠ داين

(مالم يذكر خلاف ذلك) [٢]

١- الجسم الجاسئ هو الجسم الذى يحتفظ بشكله دون تشوه إذا وقع تحت تأثير عوامل خارجية.

٢- قوة التثاقل (أو الوزن) هى مقدار جذب الأرض للجسم ، حيث إن الأرض تجذب الأجسام الساقطة نحوها، وتختلف قيمة عجلة السقوط الحر للأجسام من مكان لآخر على سطح الأرض والقيمة التقريبية لها تساوى ٩,٨ م/ ث^٢ ما لم يذكر خلاف ذلك، وسيعرض هذا الموضوع بالتفصيل فى مواضع أخرى فى الميكانيكا.

- ذكر الطلاب بالنظام العالمى الموحد(Si) لقياس الكتلة، والوزن، والمسافة، والزمن.

إجراءات الدرس

- أكد على طلابك مفهوم الوزن على أنه قوة وأن قوة التثاقل (الوزن) هى مقدار جذب الأرض للجسم، فإذا كانت كتلة الجسم ك فإن قوة وزنه = ك ء وحيث إن (ء) تعرف بعجلة السقوط الحر والقيمة التقريبية لها هى ٩,٨م/ث^٢ فتكون قوة الوزن للجسم الذى كتلته ك هى ٩,٨ك نيوتن.
- وضح للطلاب وحدات قياس الوزن المختلفة والعلاقة بينها وكيفية التحويل من وحدة إلى أخرى مع إعطاء أمثلة تتطلب فيها عمليات التحويل من وحدة إلى أخرى.
- اطلب إلى الطلاب استخدام الشبكة الدولية للمعلومات للبحث عن المفهوم الفيزيائى للجسم الجاسئ، و إليك بعض نتائج البحث، الجسم الجاسئ هو الحالة المثالية لجسم صلب متناهى الأبعاد بحيث تكون المسافة بين أى نقط فيه ثابتة عبر الزمن بغض النظر عن القوى الخارجية المطبقة عليه، ويعتبر الجسم الجاسئ فى الميكانيكا الكلاسيكية على أنه توزيع مستمر للكتلة بينما فى ميكانيكا الكم يعتبر مجموعة من كتل النقاط.

⌑ اطلب إلى الطلاب تحديد عوامل تأثير قوة على جسم جاسئ، ووضح لهم معنى اتجاه القوة وتتعين بالزاوية القطبية (أى الزاوية الموجهة التى يصنعها المتجه مع الاتجاه الموجب لمحور السينات)، كما توضح لهم أن متجه القوة يتعين بمعيار (مقدار) المتجه، واتجاه المتجه الذى تمثله الزاوية القطبية؛ أى يكتب على صورة الزوج المرتب (و ، θ) حيث و هى معيار متجه القوة || $\overleftarrow{\text{و}}$ ||.

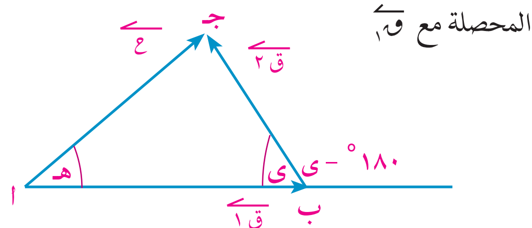
نشاط

آليات تنفيذ النشاط

⌑ درب طلابك على كيفية استخدام برنامج (Geo Gebra) فى رسم قطعة مستقيمة موجهة بمقياس رسم محدد، وذلك بتعيين طولها باستخدام البرنامج وقياس زاويتها القطبية مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، ثم ارسم المتجه الآخر الذى يمثل القوة الثانية، ثم أوجد محصلة هاتين القوتين، وذلك بإيجاد طول قطر متوازى الأضلاع الذى طولا ضلعيه هو معيار هاتين القوتين كما هو موضح بالمثال.

إيجاد محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطة هندسيًا:

⌑ أكد إلى الطلاب أنه إذا مُثلت القوتان $\overleftarrow{\text{و}_1}$ ، $\overleftarrow{\text{و}_2}$ بالمتجهين $\overleftarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftarrow{\text{بجـ}}$ وكانت المحصلة $\overleftarrow{\text{ح}}$ ممثلة بـ $\overleftarrow{\text{أجـ}}$ ؛ فإن الزاوية بين $\overleftarrow{\text{و}_1}$ ، $\overleftarrow{\text{و}_2}$ هى الزاوية (١٨٠° - ى) كما يوضح ذلك الشكل المجاور، وتكون زاوية هـ هى زاوية ميل المحصلة مع $\overleftarrow{\text{و}_1}$



معلومات إثرائية:

يمكن استنتاج القانون كالآتى:

$\because \overleftarrow{\text{ح}} = \overleftarrow{\text{و}_1} + \overleftarrow{\text{و}_2}$ بتربيع الطرفين.

$$\|\overleftarrow{\text{ح}}\| = \|\overleftarrow{\text{و}_1} + \overleftarrow{\text{و}_2}\|^2$$

$$\text{ع}^2 = \text{و}_1^2 + \text{و}_2^2 + 2(\overleftarrow{\text{و}_1} \odot \overleftarrow{\text{و}_2})$$

$$\text{ع}^2 = \text{و}_1^2 + \text{و}_2^2 + 2\,\text{ق}_1\text{ق}_2\,\text{جتاى}$$

$$\therefore \text{ع} = \sqrt{\text{و}_1^2 + \text{و}_2^2 + 2\,\text{و}_1\text{و}_2\,\text{جتاى}}$$

القوى ١ - ١

ثانيا: اتجاه القوة

يُمثل شكل (١) المجاور متجه القوة $\overleftarrow{\text{ق}}$ ويُمكِن تَمثيله بالقطعة المستقيمة الموجهة $\overleftarrow{\text{أب}}$ حيث أ نقطة البداية، ب نقطة النهاية للقطعة المستقيمة الموجهة، ويُعبر عن مقدار القوة بمعيار المتجه || $\overleftarrow{\text{أب}}$ || (طوله) (بمقياس رسم مناسب) ويناظر اتجاه السهم اتجاه القوة $\overleftarrow{\text{ق}}$ ، وتسمى زاوية θ بالزاوية القطبية للمتجه فى مستوى القوة $\overleftarrow{\text{ق}}$ وتُكتب على الصورة القطبية كالآتى (ق ، θ).

أضف إلى معلوماتك: الزاوية القطبية **polar angle** هى الزاوية الموجبة التى يصنعها المتجه مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

ص، ب، ق، θ، أ، س — شكل (١)

ثالثًا: نقطة تأثير القوة وخط عملها

فى شكل (١): تَنطبق نقطة أ عادة على نقطة تاثير القوة $\overleftarrow{\text{ق}}$ ، ويُمكِنُ نَقْل نقطة تأثير القوة $\overleftarrow{\text{ق}}$ إلى أى نقطة أخرى، بحيث تقع على خط عمل $\overleftarrow{\text{ق}}$ دون أن يغير ذلك من تأثيرها على الجسم كما فى شكل (٢) خط عمل القوة يسمى $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ فى شكل (١) بخط عمل القوة $\overleftarrow{\text{ق}}$

أىْ أنَّ خط عمل القوة هو الخط المستقيم المار بنقطة تأثيرها والموازى لاتجاهها.

شكل (٢)

محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطة:

لكل قوتين مؤثرتين على جسم فى نقطة واحدة، قوة محصلة تؤثر فى نفس النقطة، تقوم بنفس التأثير الذي تقوم به القوتان وتمثل هندسيًّا بقطر متوازى الأضلاع المرسوم بهاتين القوتين كضلعين متجاورين فيه.

ففى الشكل المقابل نجد أنَّ: $\overleftarrow{\text{ع}}$ الممثل لقطر متوازى الأضلاع $\overleftarrow{\text{وجـ}}$ يُمثل محصلة القوتين $\overleftarrow{\text{ق}_1}$ ، $\overleftarrow{\text{ق}_2}$ أىْ أنَّ: $\overleftarrow{\text{ع}} = \overleftarrow{\text{ق}_1} + \overleftarrow{\text{ق}_2}$

نشاط

استخدام برنامج (GeoGebra)

$\overleftarrow{\text{ق}_1}$ ، $\overleftarrow{\text{ق}_2}$ قوتان تُؤثِّران فى نقطة من جسم جاسئ، حيث ق$_1$ = ٣٠٠ نيوتن تعمل فى اتجاه الشرق، ق$_2$= ٤٠٠ نيوتن وتعمل فى اتجاه ٦٠° شمال الغرب. أوجد محصلة القوتين.

- اختر مقياس رسم مناسبًا (ليكن ١ سم لكل ١٠٠ نيوتن).
- ارسم $\overleftarrow{\text{وأ}}$ تمثل القوة $\overleftarrow{\text{ق}_1}$ حيث || $\overleftarrow{\text{وأ}}$ || = ٣ سم فى الاتجاه الموجب لمحور السينات.
- ارسم ∠ أ و ب القطبية حيث ق (∠ أ و ب) = ١٢٠°
- ثم ارسم $\overleftarrow{\text{وب}}$ تمثل القوة $\overleftarrow{\text{ق}_2}$ حيث || $\overleftarrow{\text{وب}}$ || = ٤ سم.
- أكمل رسم متوازى الأضلاع و أ جـ ب.

شمال، شرق، غرب، ١٢٠°

كتاب الطالب – الصف الثانى الثانوى ١٣

الوحدة الأولى: الاستاتيكا

- لاحظ أن محصلة القوتين $\overleftarrow{\text{ق}_1}$ ، $\overleftarrow{\text{ق}_2}$ ممثلة بالقطعة المستقيمة الموجهة $\overleftarrow{\text{وجـ}}$.
- حدد باستخدام البرنامج || $\overleftarrow{\text{وجـ}}$ || ≃ ٣,٦ سم. أىْ أنَّ ح ≃ ٣,٦ × ١٠٠ = ٣٦٠ نيوتن.
- لاحظ أن $\overleftarrow{\text{وجـ}}$ يصنع مع $\overleftarrow{\text{وأ}}$ زاوية قياسها ٥٣″ ٥٣′ ٧٣°

أىْ أنَّ محصلة القوتين $\overleftarrow{\text{ق}_1}$ ، $\overleftarrow{\text{ق}_2}$ مقدارها ٣٦٠ نيوتن تقريبًا وتصنع مع $\overleftarrow{\text{ق}_1}$ زاوية قياسها ٥٣″ / ٥٣′ / ٧٣°.

تطبيق على النشاط

(١) استخدم برنامج (GeoGebra) فى إيجاد محصلة القوتين $\overleftarrow{\text{ق}_1}$ ، $\overleftarrow{\text{ق}_2}$ اللتين تؤثران فى نقطة مادية حيث ق$_1$ = ٤٠٠ نيوتن وتعمل فى اتجاه الشرق ، ق$_2$ = ٥٠٠ نيوتن وتعمل فى اتجاه ٨٠° شمال الشرق.

إيجاد محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطة تحليليًا: *The resultant of two force meeting at apoint analytically*

تذكر أن: قاعدة جيب التمام: فى المثلث أ ب جـ يكون: $\text{أ}'^2 = \text{ب}'^2 + \text{جـ}'^2 - 2\text{ب}'\text{جـ}'\,\text{جتا أ}$

نفرض أنَّ $\overleftarrow{\text{ق}_1}$ ، $\overleftarrow{\text{ق}_2}$ قوتان متلاقيتان فى نقطة (و) وأن قياس الزاوية بين اتجاهى القوتين (ى) فإذا كان $\overleftarrow{\text{وأ}}$ ، $\overleftarrow{\text{وب}}$ تمثلان $\overleftarrow{\text{ق}_1}$ ، $\overleftarrow{\text{ق}_2}$ فإن $\overleftarrow{\text{وجـ}}$ تمثل المحصلة $\overleftarrow{\text{ع}}$ وبفرض أن هـ هو قياس الزاوية التى تصنعها $\overleftarrow{\text{ع}}$ مع $\overleftarrow{\text{ق}_1}$ فإنه كما سبق فى دراسة قاعدة جيب التمام يمكن إيجاد مقدار واتجاه محصلة القوتين $\overleftarrow{\text{ق}_1}$ ، $\overleftarrow{\text{ق}_2}$ من العلاقات:

$$\text{ع} = \sqrt{\text{ق}_1^2 + \text{ق}_2^2 + 2\,\text{ق}_1\text{ق}_2\,\text{جتا ى}} \quad , \quad \text{ظاهـ} = \frac{\text{ق}_2\,\text{جا ى}}{\text{ق}_1 + \text{ق}_2\,\text{جتا ى}}$$

حيث: ق$_1$ ، ق$_2$ ، ع مقادير القوى $\overleftarrow{\text{ق}_1}$ ، $\overleftarrow{\text{ق}_2}$ ، $\overleftarrow{\text{ع}}$ على الترتيب

فكر: كيف يمكن الاستدلال على صحة العلاقات السابقة.

مثال

(٧) قوتان مقدارهما ٣ ، ٣$\sqrt{2}$ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية والزاوية بين اتجاهيهما ٤٥°. أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها مع القوة الأولى.

الحل

بوضع: ق$_1$ = ٣ ، ق$_2$ = ٣$\sqrt{2}$ ، ى = ٤٥°

$\because \text{ع} = \sqrt{\text{ق}_1^2 + \text{ق}_2^2 + 2\,\text{ق}_1\text{ق}_2\,\text{جتا ى}}$

$\therefore \text{ع} = \sqrt{(3)^2 + (3\sqrt{2})^2 + 2 \times 3 \times 3\sqrt{2}\ \text{جتا } 45^\circ}$

$= \sqrt{9 + 18 + 18\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ نيوتن

$\because \text{ظاهـ} = \frac{\text{ق}_2\,\text{جا ى}}{\text{ق}_1 + \text{ق}_2\,\text{جتا ى}}$ $\quad \therefore \text{ظاهـ} = \frac{3\sqrt{2} \times \text{جا } 45^\circ}{3 + 3\sqrt{2}\ \text{جتا } 45^\circ} = \frac{1}{2}$

ق$_1$ = ٣ نيوتن، ق$_2$ = ٣$\sqrt{2}$ نيوتن، ٤٥°

تطبيقات الرياضيات – علمى ١٤

في مثال (٢) : ص (١٥)

استخدمنا القانون: $ظا هـ = \frac{و_2 جاى}{و_1 + و_2 جتاى}$ لإيجاد زاوية ميل المحصلة مع $و_1$ حيث هـ زاوية المحصلة مع $و_1$ ، ويمكن استخدام قانون الجيب لإيجاد زاوية ميل المحصلة مع $و_1$ أو مع $و_2$ كما هو موضح في صفحة (١٥)، وهو أسهل استخداماً لحساب قياس زاوية $هـ_1$ ، $هـ_2$ ، وعلى المعلم أن يترك الحرية للطالب في استخدام أحد القانونين.

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة):

حاول أن تحل ص (١٥)

$∵ ع = \sqrt{و_1^2 + و_2^2 + ٢ و_1 و_2 جتاى}$

$∴ ع = \sqrt{١٠٠ + ٣٦ + ٢ \times ١٠ \times ٦ جتا٦٠°}$

$∴ ع = \sqrt{١٩٦} = ١٤$ نيوتن. $∵ \frac{و_1}{جاهـ_2} = \frac{ح}{جاى}$

$∴ \frac{١٠}{جاهـ_2} = \frac{١٤}{جا٦٠°}$

$∴ جاهـ_2 = \frac{١٠ \times جا٦٠°}{١٤} = \frac{٥\sqrt{٣}}{١٤}$ $∴ (\angle هـ_2) = ٢١° ٤٧´$.

حل آخر: $ظاهـ = \frac{و_2 جاى}{و_1 + و_2 جتاى}$ $∴ ظاهـ = \frac{٦جا٦٠°}{١٠ + ٦جتا٦٠°} = \frac{٣\sqrt{٣}}{١٣}$

$∴ و(\angle هـ) = ٢١° ٤٧´$.

تفكير ناقد ص(١٥)

١- إذا كانت: $و_1$ ، $و_2$ متعامدتين

$ع = \sqrt{و_1^2 + و_2^2}$ ، $ظاهـ = \frac{و_2}{و_1}$

٢- إذا كانت القوتان متساويتين: تكون: $و_1 = و_2 = و$

$∴ ع = \sqrt{و_1^2 + و_2^2 + ٢ و_1 و_2 جتاى}$

$ع = \sqrt{٢ و^2 + ٢ و^2 جتاى}$

$ع = \sqrt{٢ و^2 (١ + جتاى)}$

$= \sqrt{٢ و^2 \times ٢ جتا^2 \frac{ى}{٢}}$

$= ٢و جتا \frac{ى}{٢}$ ، $هـ = \frac{ى}{٢}$

حاول أن تحل ص (١٦):

٣ (أ) $ع = \sqrt{(٤,٥)^2 + (٦)^2} = \frac{١٥}{٢}$ نيوتن

$∵ ظاهـ = \frac{٦}{٤,٥} = \frac{٤}{٣}$ $∴ (\angle هـ) = ٥٣° ٧´ ٤٨˝$

(ب) $ع = ٢ \times ١٢ جتا \frac{٦٠}{٢} = ١٢\sqrt{٣}$ نيوتن

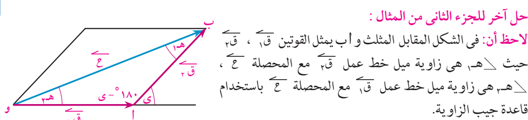
$هـ = \frac{٦٠°}{٢} = ٣٠°$.

في مثال (٨): وضح إلى الطلاب بأن الشكل المرسوم معين ومن خواصه أن القطران متعامدان وينصف كل منهما الآخر ومن ذلك نجد أن :

$جتا \frac{ى}{٢} = \frac{\frac{١}{٢} ح}{و}$ ، لذلك فإن: $ح = ٢و جتا \frac{ى}{٢}$

القوى | ١ - ١

وباستخدام الآلة الحاسبة فإن: $و(\angle هـ) = ٢٦° ٣٣´ ٥٤˝$



حل آخر للجزء الثاني من المثال :

لاحظ أن: في الشكل المقابل المثلث و أ ب يمثل القوتين $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ حيث $\angle هـ_1$ هي زاوية ميل خط عمل $\overleftarrow{ق_2}$ مع المحصلة $\overleftarrow{ع}$ ، $\angle هـ_2$ هي زاوية ميل خط عمل $\overleftarrow{ق_1}$ مع المحصلة $\overleftarrow{ع}$ باستخدام قاعدة جيب الزاوية.

لاحظ أن: $جا (١٨٠° - ى) = جاى$

فإن: $\frac{ق_1}{جا هـ_1} = \frac{ق_2}{جا هـ_2} = \frac{ح}{جاى}$ حيث $ى = هـ_1 + هـ_2$

وتستخدم هذه القاعدة لإيجاد قياس زاوية ميل المحصلة على أي من $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$

ففي المثال السابق: لإيجاد قياس زاوية ميل المحصلة مع $\overleftarrow{ق_1}$ نستخدم العلاقة: $\frac{ق_2}{جا هـ_2} = \frac{ح}{جاى}$

$∴ \frac{٣\sqrt{٢}}{جا هـ_2} = \frac{٣\sqrt{٥}}{جا ٤٥}$

أيْ أنَّ $جا هـ_2 = \frac{٣\sqrt{٢} \times جا٤٥°}{٣\sqrt{٥}}$

ومنها فإن قياس زاوية ميل المحصلة مع $\overleftarrow{ق_1}$ تساوى $٢٦° ٣٣´ ٥٤˝$ وهو نفس الجواب السابق.

ملاحظة : **يمكن استخدام هذه الطريقة في حل التمارين.**

حاول أنْ تحل

(٢) قوتان مقدارهما ١٠ ، ٦ نيوتن تؤثران في نقطة مادية، وقياس الزاوية بين اتجاهيهما يساوي ٦٠°. أوجد مقدار محصلتهما، وزاوية ميلها على القوة الأولى.

تفكير ناقد: **أوجد مقدار واتجاه محصلة القوتين $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ في الحالات الآتية:**

١- إذا كانت القوتان متعامدتين.   **٢-** إذا كانت القوتان متساويتين في المقدار .

مثال

(٨) أوجد مقدار واتجاه المحصلة لكل من $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ في كل حالة من الحالات الآتية:

(أ) $ق_1 = ٥$ نيوتن ، $ق_2 = ١٢$ نيوتن وقياس الزاوية بينهما ٩٠°

(ب) $ق_1 = ق_2 = ١٦$ نيوتن وقياس الزاوية بينهما ١٢٠°

الحل

(أ) ∵ $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ متعامدتان أي $و(\angle ى) = ٩٠°$ **فتكون جا ى** = ١ ، جتاى = ٠

$∴ ع = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2}$ ،   **لذلك فإن:** $ع = \sqrt{(٥)^2 + (١٢)^2} = ١٣$ نيوتن

لاحظ أن

إذا كانت $\overleftarrow{ق_1} \perp \overleftarrow{ق_2}$ فإن $ع = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2}$ ، $ظاهـ = \frac{ق_2}{ق_1}$

كتاب الطالب - الصف الثاني الثانوى   ١٥

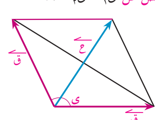
الوحدة الأولى: الاستاتيكا

ويكون اتجاه المحصلة مع $\overleftarrow{ق_1}$ هو: $ظاهـ = \frac{ق_2}{ق_1}$ **أيْ أنَّ:** $ظاهـ = \frac{١٢}{٥}$

∴ قياس زاوية ميل المحصلة مع $\overleftarrow{ق_1}$ هي $٦٧° ٢٢´ ٤٩˝$

(ب) $∵ ع = \sqrt{ق_1^2 + ق_2^2 + ٢ ق_1 ق_2 جتا ى}$ **وبالتعويض عن** $ق_1 = ق_2 = ١٦$

$∴ ع = \sqrt{(١٦)^2 + (١٦)^2 + ٢ \times ١٦ \times ١٦ جتا ١٢٠} = ١٦$ نيوتن



ونلاحظ من الشكل المرسوم أن: $ق_1 = ق_2 = ع = ١٦$ نيوتن، وأن المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين المتساويتين، أيْ أنَّ قياس زاوية ميل المحصلة على أيٍّ من القوتين = ٦٠°

لاحظ أن : من هندسة الشكل:

$∵ جتا \frac{ى}{٢} = \frac{\frac{١}{٢} ع}{و}$ $∴ ع = ٢ و جتا \frac{ى}{٢}$

حاول أنْ تحل

(٣) أوجد مقدار واتجاه المحصلة لكل من $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ في كل حالة من الحالات الآتية:

(أ) $ق_1 = ٤,٥$ نيوتن ، $ق_2 = ٦$ نيوتن وقياس الزاوية بينهما ٩٠°

(ب) $ق_1 = ق_2 = ١٢$ نيوتن وقياس الزاوية بينهما ٦٠°

حالات خاصة:

١- إذا كانت القوتان لهما نفس خط العمل وفي نفس الاتجاه:

➢ في هذه الحالة فإن $و(\angle ى) = صفر°$ و يكون جتاى = ١ وبالتعويض في قانون إيجاد المحصلة **نجد أنَّ:** $ع = ق_1 + ق_2$ ويكون اتجاه المحصلة في نفس اتجاه القوتين ، وتسمى ع في هذه الحالة بالقيمة **العظمى للمحصلة.**

٢- إذا كانت القوتان لهما نفس خط العمل، وفي اتجاهين متضادين:

➢ في هذه الحالةفإن $و(\angle ى) = ١٨٠°$ ويكون جتاى = -١ وبالتعويض في قانون إيجاد المحصلة نجد أنَّ: $ع = |ق_1 - ق_2|$ ويكون اتجاه المحصلة يَعمل في اتجاه القوة الأكبر مقدارًا ، وتسمى ع في هذه الحالة بالقيمة **الصغرى للمحصلة.**

مثال: أوجد القيمتين العظمى والصغرى لمحصلة القوتين ٤ ، ٧ نيوتن.

➢ القيمة العظمى = ٤ + ٧ = ١١ نيوتن   وتعمل في اتجاه القوتين.

➢ القيمة الصغرى = |٤ - ٧| = ٣ نيوتن   وتعمل في اتجاه القوة ٧ نيوتن.

مثال

(٩) قوتان مقدارهما ق ، ٤ نيوتن تؤثران في نقطة مادية، وقياس الزاوية بينهما ١٢٠° فإذا كان مقدار محصلتهما يساوى $٤\sqrt{٣}$ نيوتن فأوجد: مقدار $\overleftarrow{ق}$ وقياس الزاوية التي تصنعها المحصلة مع $\overleftarrow{ق}$.

١٦   تطبيقات الرياضيات - علمى

PDF Compressor Pro

الحل

بالتعويض عن: $ق_1 = ق$ ، $ق_2 = ٤$ ، $ع = ٤\sqrt{٣}$ ، $ى = ١٢٠°$

فى القانون : $ع^2 = ق_1^2 + ق_2^2 + ٢\, ق_1 ق_2 \text{ جتا } ى$

$\therefore (٤\sqrt{٣})^2 = ق^2 + (٤)^2 + ٢ \times ق \times ٤ \text{ جتا } ١٢٠°$ أى أن : $٤٨ = ق^2 + ١٦ - ٤ ق$

$\therefore ق^2 - ٤ق - ٣٢ = ٠$ أىْ أنَّ: $(ق + ٤)(ق - ٨) = ٠$ ومنها $ق = ٨$ نيوتن، $ق = -٤$ مرفوض

لإيجاد قياس الزاوية بين $\overleftarrow{ق}$ ، $\overleftarrow{ع}$ نستخدم القانون: $\text{ظاهـ} = \frac{ق_2 \text{ جا } ى}{ق_1 + ق_2 \text{ جتا } ى}$

$\therefore \text{ظاهـ} = \frac{٤ \times \text{جا } ١٢٠}{٨ + ٤ \times \text{جتا } ١٢٠} = \frac{١}{\sqrt{٣}}$

أى أن قياس الزاوية التى تصنعها المحصلة مع $\overleftarrow{ق_1}$ = ٣٠°

حل آخر للجزء الثاني:

لإيجاد قياس الزاوية بين $\overleftarrow{ق}$ ، $\overleftarrow{ع}$ نستخدم قانون الجيب: $\frac{ق_2}{\text{جا هـ}_2} = \frac{ح}{\text{جا } ى}$

$\therefore \frac{٤}{\text{جا هـ}_2} = \frac{٤\sqrt{٣}}{\text{جا } ١٢٠}$

$\text{جا هـ}_2 = \frac{١}{٢}$ بالاختصار والتبسيط

أىْ أنَّ قياس الزاوية التى تصنعها المحصلة مع $\overleftarrow{ق}$ تساوى ٣٠°

حاول أنْ تحل

(٤) قوتان مقدارهما ٦ ، ق ث كجم تؤثران فى نقطة مادية، وقياس الزاوية بينهما ١٣٥°. أوجد مقدار المحصلة إذا كان خط عمل المحصلة يميل بزاوية قياسها ٤٥° على خط عمل القوة التى مقدارها ق.

تعبير شفهى: أوجد محصلة قوتين متساويتين فى المقدار، ولهما نفس خط العمل و يعملان فى اتجاهين متضادين.

تمـاريـن (١ - ١)

أكمل مايأتى:

(١) يتحدد تأثير قوة على جسم بالآتى ....

(٢) متجه محصلة القوتين $\overleftarrow{ق_1}$ ، $\overleftarrow{ق_2}$ يساوى ....

(٣) القيمة العظمى لمحصلة قوتين مقدارهما ٤ ، ٦ نيوتن متلاقيتين فى نقطة يساوى ....

(٤) القيمة الصغرى لمحصلة قوتين مقدارهما ٥ ، ٩ نيوتن متلاقيتين فى نقطة يساوى ....

(٥) ٢ ، ٣ نيوتن قوتان فإذا كان قياس الزاوية بينهما ٦٠° فإن مقدار محصلتهما يساوى ....

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(٦) مقدار محصلة القوتين ٣ ، ٥ نيوتن وقياس الزاوية بينهما ٦٠° تساوى.

أ ٢ نيوتن ب ٦ نيوتن جـ ٧ نيوتن د ٨ نيوتن

١٧ كتاب الطالب – الصف الثانى الثانوى

حاول أن تحل ص (١٧):

$\therefore \text{ظا هـ} = \frac{و_2 \text{ جاى}}{و_1 + و_2 \text{ جتاى}}$

$\text{ظا } ٤٥° = \frac{و_2 \text{ جا } ١٣٥°}{و_1 + ٦ \text{ جتا } ١٣٥°}$

$\therefore ٦ \times \frac{١}{\sqrt{٢}} = و_1 - ٦ \times \frac{١}{\sqrt{٢}}$

$\therefore و_1 = ٦\sqrt{٢}$ نيوتن

تعبير شفهى: $ع = و_1 - و_1 = \text{صفر}$

استخدام التكنولوجيا: يمكنك إعطاء هذا النشاط الإثرائى لطلابك .

باستخدام برنامج (جيوجبرا) .

١- مثل قوتين قدراهما ١٥، ١٥ نيوتن بمقياس رسم مناسب ويحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠°.

٢- عين مقدار محصلة القوتين .

٣- قس زاوية ميل المحصلة على كل من القوتين، ماذا تلاحظ وماذا تستنتج؟

⌑ أكد لطلابك أن $ح = ٢ \text{ ق جتا } \frac{ى}{٢}$ وأن خط عمل المحصلة ينصف الزاوية بين القوتين.

يمكن تنزيل نسخة من برنامج (Geogebra) من الموقع :

http://www.geogebra.org

وهذا البرنامج يدعم اللغة العربية و يخدم الرياضيات الديناميكية للمتعلم والتعلم، و يمكن تنزيل نسخة مجانية من البرنامج لكل من أنظمة windows، macintosh أو نظام andriod التابلت أو الموبيل. يمكنك تحميل دليل المساعدة لهذا البرنامج باللغة العربية من نفس الموقع و به شرح تفصيلى للبرنامج وكيفية استخدامه لجميع أفرع الرياضيات حيث يحتوى على ثلاث نوافذ هي:

١- نافذة الأكسيل. ٢- النافذة الرسومية. ٣- النافذة الجبرية.

سلم تقييم النشاط (تقييم مهاري):

التقدير	أداء الطالب
ممتاز	يحل الطالب المسألة، و يجيب إجابة نموذجية على جميع البنود.
جيد جدًّا	يحتاج الطالب لمساعدة طفيفة لكتابة الحل ثم يحل جميع الأسئلة.
جيد	يحتاج الطالب لمساعدة لكتابة الحل و يفهم العلاقة بوضوح.
مقبول	يحتاج إلى مساعدة كبيرة لحل المسألة.
ضعيف	لا يستطيع حل المسألة، و يحتاج للمساعدة والتوجيه.

تمارين إثرائية:

قوتان متلاقيتان فى نقطة مقدارهما ٦ نيوتن، ٦ نيوتن وقياس الزاوية بينهما ٦٠ أوجد محصلتهما مقدارًا واتجاهًا .

الحل

$ع^2 = و_1^2 + و_2^2 + ٢ و_1 و_2 \text{ جتاى}$

$= ٣٦ + ٣٦ + ٢ \times ٣٦ \text{ جتا } ٦٠$

$= ١٠٨$ $\therefore ع = \sqrt{١٠٨} = ٦\sqrt{٣}$

$\text{ظا هـ}_1 = \frac{٢ \text{ جا ى}}{و_1 + و_2 \text{ جتا ى}} = \frac{\frac{٦ \times \sqrt{٣}}{٢}}{٦ + ٦ \times \frac{١}{٢}} = \sqrt{٣}$

$= ٣٠$

ويلاحظ أن $\text{هـ}_1 = \text{هـ}_2 = ٣٠°$

أى أن المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين فى هذه الحالة كما يلاحظ فى حالة تساوى مقدارى القوتين أن :

$ح = ٢ق \text{ جتا } \frac{ى}{٢}$

إجابات تمارين (١-١)

(٣) ١٠ نيوتن (٤) ٤نيوتن

(٥) $\sqrt{١٩}$ نيوتن (٦) جـ

PDF Compressor Pro

(٧) د (٨) جـ (٩) ٦ (١٠) $\frac{٤}{٥}$

(١١) ع = $\sqrt{٢٥ + ١٠٠ + ٢ \times ٥ \times ١٠ \text{جتا} ١٢٠}$ = ٥ $\sqrt{٣}$ نيوتن

تصنع ٩٠° مع و١

(١٢) ∵ ع٢ = و١٢ + و٢٢ + ٢ و١ و٢ جتاى

ع = $\sqrt{٩ + ١٨ + ٢ \times ٣ \times ٣ \sqrt{٢} \text{ جتا}٤٥}$ = ٣ $\sqrt{٥}$ نيوتن

ظا هـ = $\frac{١}{٢}$ ، ق(∠هـ) = ٥٤// ٣٣/ ٢٦°

(١٣) ∴ ١٦٩ = ٢٢٥ + ٦٤ + ٢ × ١٥ × ٨ جتاى

جتاى = - $\frac{١}{٢}$ ، ق(∠ى) = ١٢٠°

(١٤) ع٢ = و١٢ + و٢٢ + ٢ و١ و٢ جتاى

٣و٢ = ٦٤ + و٢ + ٢ × ٨ × و جتا ١٢٠°

و٢ - ٤ و - ٣٢ = صفر

∴ و = ٤ نيوتن أو و = -٨ مرفوض

⌑ ناقش مع الطلاب هل يمكن حل التمرين السابق عن طريق

باستخدام قانون الجيب فى الشكل المقابل

$\frac{٨}{\text{جا هـ}_٢} = \frac{و}{\text{جا هـ}_٢} = \frac{و\sqrt{٣}}{\text{جا ٦٠°}}$

∴ جا هـ١ = $\frac{\text{و جا ٦٠°}}{\sqrt{٣}}$

∴ جا هـ١ = $\frac{١}{٢}$ هـ١ = ٣٠° ، هـ٢ = ٩٠°

∴ $\frac{٨}{\text{جا ٩٠}} = \frac{و}{\text{جا ٣٠}}$ ∴ و = ٤ نيوتن

وهى نفس النتيجة فى الحل السابق .

(١٥) المحصلة تميل بزاوية ٤٥° على القوة الثانية

∴ المحصلة عمودية على القوة الأولى

∴ و١ + و٢ جتاى = صفر

٤ + و جتا ١٣٥° = صفر

∴ و = ٤ $\sqrt{٢}$ نيوتن

حل آخر

من الشكل المقابل نجد أن :

$\frac{و}{\text{جا ٩٠}} = \frac{٤}{\text{جا ٤٥}}$

∴ و = $\frac{٤}{\text{جا ٤٥}}$ = ٤ $\sqrt{٢}$ نيوتن

الوحدة الأولى: الاستاتيكا

(٧) قوتان مقدارهما ٣ ، ٤ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية ومقدار محصلتهما ٥ نيوتن فإن قياس الزاوية بينهما تساوى

أ ٣٠° ب ٤٥° جـ ٦٠° د ٩٠°

(٨) قوتان متساويتان متلاقيتان فى نقطة، مقدار كلٍّ منهما ٦ نيوتن ومقدار محصلتهما ٦ نيوتن فإن قياس الزاوية بينهما يساوى:

أ ٣٠° ب ٦٠° جـ ١٢٠° د ١٥٠°

(٩) قوتان متلاقيتان فى نقطة مقدارهما ٣ ، ق نيوتن وقياس الزاوية بينهما ١٢٠° ، فإذا كانت محصلتهما عمودية على القوة الأولى فإن قيمة ق بالنيوتن تساوى:

أ ١,٥ ب ٣ جـ ٣ $\sqrt{٣}$ د ٦

(١٠) إذا كانت القوتان ٦ ، ٨ نيوتن متعامدتين فإن جيب زاوية ميل محصلتهما على القوة الأولى تساوى:

أ $\frac{٣}{٥}$ ب $\frac{٤}{٥}$ جـ $\frac{٣}{٤}$ د $\frac{٤}{٣}$

أجب عن الأسئلة الآتية:

(١١) قوتان مقدارهما ٥ ، ١٠ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠°. أوجد مقدار المحصلة وقياس الزاوية التى تصنعها المحصلة مع القوة الأولى.

(١٢) قوتان مقدارهما ٣ ، ٣ $\sqrt{٢}$ ث.كجم تُؤثِّران فى نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما ٤٥° أوجد مقدار واتجاه محصلتهما.

(١٣) قوتان مقدارهما ١٥ ، ٨ ث. كجم تؤثران فى نقطة مادية ، إذا كان مقدار محصلتهما ١٣ ث. كجم. فأوجد قياس الزاوية بين هاتين القوتين.

(١٤) قوتان مقدارهما ٨ ، ق نيوتن تؤثران فى نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما ١٢٠° ، فإذا كان مقدار محصلتهما ق $\sqrt{٣}$ نيوتن فأوجد مقدار ق.

(١٥) قوتان مقدارهما ٤ ، ق نيوتن تؤثران فى نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما ١٣٥° فإذا كان اتجاه محصلتهما يميل بزاوية ٤٥° على ق. أوجد مقدار ق.

(١٦) قوتان مقدارهما ٤ ، ق نيوتن تُؤثِّران فى نقطة مادية وقياس الزاوية بينهما ١٢٠° ، إذا كانت محصلتهما عمودية على القوة الأولى. أوجد مقدار ق.

(١٧) قوتان مقدارهما ق ، ق $\sqrt{٣}$ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية فإذا كان مقدار محصلتهما يساوى ٢ق نيوتن. فأوجد قياس الزاوية بين هاتين القوتين.

(١٨) قوتان مقدارهما ١٢ ، ١٥ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية وجيب تمام الزاوية بينهما يساوى $\frac{-٤}{٥}$ أوجد مقدار محصلتهما وقياس زاوية ميلها على القوة الأولى.

(١٩) قوتان متساويتان مقدار كلٍّ منهما ق ث.كجم تَحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠° وإذا تضاعفت القوتان

١٨ تطبيقات الرياضيات - علمى

(١٧) ∵ ع٢ = و١٢ + و٢٢ + ٢ و١ و٢ جتاى

٤و٢ = و٢ + ٣و٢ + ٢ و × و $\sqrt{٣}$ جتا ى

٤و٢ = ٤ و٢ + ٢ $\sqrt{٣}$ و٢ جتا ى

∴ جتا ى = صفر

∴ ى = ٩٠ ∴ القوتان متعامدتان

⌑ ناقش مع طلابك إيجاد طريقة أخرى لحل السؤال هندسيًّا

(١٨) ناقش مع طلابك فى نوع الزاوية بين القوتين

ع = جا نيوتن

و عمودية على القوة الأولى

ع = ١٥ نيوتن وعمودية على القوة الأولى

(١٩) و = ١+٢ $\sqrt{٣}$ نيوتن

PDF Compressor Pro

وأصبح قياس الزاوية بينهما ٦٠° زادت محصلتهما بمقدار ١١ ث. كجم عن الحالة الأولى. أوجد مقدار ق.

٢٠ قوتان مقدارهما ١٢ ، ق ث. كجم تؤثران فى نقطة ، تعمل الأولى فى اتجاه الشرق، وتعمل الثانية فى اتجاه ٦٠° جنوب الغرب. أوجد مقدار ق ومقدار المحصلة إذا عُلِمَ أنَّ خط عمل المحصلة يؤثر فى اتجاه ٣٠° جنوب الشرق.

٢١ $ق_١$ ، $ق_٢$ قوتان تؤثران فى نقطة مادية، وتحصران بينهما زاوية قياسها ١٢٠° ومقدار محصلتهما $\sqrt{١٩}$ نيوتن. وإذا أصبح قياس الزاوية بينهما ٦٠° فإن مقدار المحصلة يساوى ٧ نيوتن. أوجد قيمة كل من $ق_١$ ، $ق_٢$.

٢٢ قوتان مقدارهما ق ، ٢ق ث. كجم تؤثران فى نقطة ما ، إذا ضُوعِفَ مقدار الثانية وزيد مقدار الأولى ١٥ ث. كجم لا يتغير اتجاه محصلتها. أوجد مقدار ق.

تفكير إبداعى:

٢٣ قوتان متساويتان فى المقدار ومتلاقيتان فى نقطة ومقدار محصلتهما يساوى ١٢ ث. كجم. وإذا عكس اتجاه إحداهما فإن مقدار المحصلة يساوى ٦ ث. كجم. أوجد مقدار كل من القوتين.

٢٤ قوتان مقدارهما ك ، ق ومقدار محصلتهما ٢ك إذا كان قياس الزاوية بينهما هـ ، وإذا تغير قياس الزاوية وأصبحت (١٨٠° – هـ) فإن مقدار محصلتهما ينقص إلى النصف. أوجد النسبة بين ك ، ق.

٢٥ ق ، ٢ق قوتان تؤثران فى نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها ى ومقدار محصلتهما يساوى $\sqrt{٥}$ ق (م + ١) وإذا أصبح قياس الزاوية بينهما (٩٠° – ى) فإن مقدار المحصلة يساوى $\sqrt{٥}$ ق (م - ١).

أثبت أن ظا ى = $\frac{م - ٢}{م + ٢}$

نشاط

$\overrightarrow{و_١}$ ، $\overrightarrow{و_٢}$ قوتان متلاقيتان فى نقطة ومقدار محصلتها ع نيوتن ، إذا عكس اتجاه $\overrightarrow{و_٢}$ فإن المحصلة تصبح ع $\sqrt{٣}$ نيوتن وفى اتجاه عمودى على المحصلة الأولى. أوجد قياس الزاوية بين القوتين.

١- اعتبر أن قياس الزاوية بين القوتين ى وزاوية ميل المحصلة مع $و_١$ قياسها هـ.

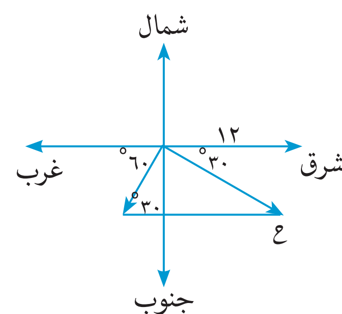
٢- أوجد ظا هـ ثم أوجد ظا (٩٠ - هـ) عند عكس اتجاه $و_٢$

٣- أثبت أنَّ $و_١$ = $و_٢$ = ق من الخطوة السابقة.

٤- أوجد باستخدام قانون مقدار المحصلة محصلة القوتين $و_١$، $و_٢$ قبل وبعد عكس اتجاه $و_٢$.

٥- هل يمكنك استنتاج أنَّ جتا ى = - $\frac{١}{٢}$ لإيجاد قياس الزاوية بين القوتين؟ استنتج ذلك من العلاقات السابقة.

٦- هل لديك طرق أخرى للحل؟ اذكر إحدى هذه الطرق.



٢٠ من الشكل نجد أن :

$$\frac{و}{جا ٣٠°} = \frac{١٢}{جا ٩٠°} = \frac{ع}{جا ٦٠°}$$

$$\therefore و = \frac{١٢ جا ٣٠°}{جا ٩٠°} = ٦\sqrt{٣} \text{ ث. كجم}$$

٢١ $ع^٢ = و_١^٢ + و_٢^٢ + ٢ و_١ و_٢ \text{ جتاى}$

$١٩ = و_١^٢ + و_٢^٢ + ٢ و_١ و_٢ \text{ جتا١٢٠}$

$١٩ = و_١^٢ + و_٢^٢ + ٢ و_١ و_٢$ (١)

بالمثل :

$٤٩ = و_١^٢ + و_٢^٢ - و_١ و_٢$ (١)

بجمع (١) ، (٢) ينتج أن:

$و_١^٢ + و_٢^٢ = ٣٤$ (٣)

$\therefore ١٩ = ٣٤ - و_١ و_٢$

$و_١ و_٢ = ١٥$

$و_١ = \frac{١٥}{و_٢}$ بالتعويض فى (٣)

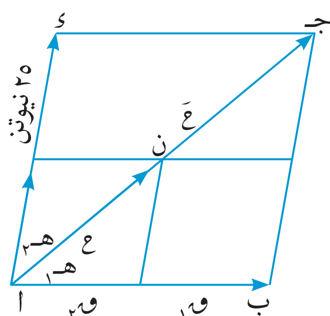
$\frac{٢٢٥}{و_٢} + و_٢^٢ = ٣٤$

$\therefore و_٢^٢ = ٩$ أو $و_٢^٢ = ٢٥$

$\therefore و_٢ = ٣$ نيوتن $\therefore و_٢ = ٥$

$\therefore و_١ = ٥$ نيوتن $\therefore و_١ = ٣$ نيوتن

٢٢



من الشكل نجد أن:

$$\frac{و}{جا هـ_١} = \frac{٢ و}{جا هـ_٢} = \frac{ع}{جا ى} \quad (١)$$

$\therefore ٢ جا هـ_١ = جا هـ_٢$ (٢)

$$\frac{و + جا}{جا هـ_١} = \frac{٤ و}{جا هـ_٢} = \frac{ع}{جا ى} \quad (٣)$$

$\therefore و + ١٥ \text{ جا } هـ_٢ = ٤ و \text{ جا } هـ_١$ (٤)

بحل (٢)، (٤) ينتج أن و = ١٥

حل آخر:

من هندسة الشكل:

$\overline{م ن}$ تصل بين منتصفى الضلعين $\overline{أ ب}$ $\overline{أ جـ}$ ،

$\therefore م ن = \frac{١}{٢}$ ب جـ

$\therefore$ و = (ق + ١٥)

$\therefore$ و = ١٥ نيوتن

٢٣ و = ٣ $\sqrt{٥}$ ث كجم

٢٤ $\sqrt{٢} : \sqrt{٣}$

٢٥ إثبات



تحليل القوى
Forces resolution

خلفية

سبق أن درس الطالب إيجاد محصلة قوتين معلومتين $\overleftarrow{و_١}$، $\overleftarrow{و_٢}$ متلاقيتين فى نقطة، وذلك باستخدام قاعدة متوازى أضلاع القوى، ورأينا كذلك أنه لا توجد سوى محصلة واحدة للقوتين؛ حيث إنه لا يمكن رسم سوى متوازى أضلاع واحد، يكون فيه الضلعان المتجاوران ممثلين للقوتين بمقياس رسم مناسب ، وسوف ندرس فى هذا الدرس العملية العكسية لتحليل القوة $\overleftarrow{ع}$ إلى مركبتين، وهذه العملية يمكن إجراؤها بعدد لا نهائى من الطرق؛ حيث إنه يمكن رسم عدد لا نهائى من متوازيات الأضلاع يكون لها قطر معلوم؛ أى أن عملية تحليل القوة إلى مركبتين لا تعطى نتيجة وحيدة، ولكن إذا علم اتجاها المركبتين $\overleftarrow{و_١}$، $\overleftarrow{و_٢}$ فإن نتيجة التحليل تكون وحيدة، وتكون لدينا طريقة تعين المركبتين بيانيًّا أو تعين المركبتين جبريًّا.

مخرجات الدرس

فى نهاية هذا الدرس وتنفيذ الأنشطة فيه يتوقع من الطالب أن:

- يحلل قوة إلى مركبتين فى اتجاهين معلومين.
- يحلل قوة إلى مركبتين فى اتجاهين متعامدين.

مفردات أساسية

مركبة قوة - مثلث قوى - مركز ثقل.

المواد التعليمية المستخدمة

السبورة التعليمية - طباشير ملون - آلة حاسبة علمية.

طرق التدريس المقترحة:

العرض المباشر - المناقشة - العصف الذهنى - حل المشكلات.

مكان التدريس

الفصل الدراسى.

مصادر التعلم

كتاب الطالب من صفحة (٢٠) إلى ص (٢٤) ، الشبكة الدولية للمعلومات (الإنترنت).

---

١ - ٢

تحليل القوى
Forces resolution

سوف تتعلم
- تحليل قوة فى اتجاهين معلومين.
- تحليل قوة فى اتجاهين متعامدين.

المصطلحات الأساسية
- مركبة قوة force Component
- مثلث قوى triangle of forces
- مركز ثقل centre of gravity

الأدوات والوسائل
- آلة حاسبة علمية
- برامج رسومية للحاسوب

تمهيد:
إنَّ تحليل قوة معلومة إلى عِدَّة مركبات بوجه عام يعنى إيجاد مجموعة مؤلَّفة من عِدَّة قوى ، تكون القوة المعلومة هى مُحصلتها، وسنقتصر على دراسة **تحليل قوة فى اتجاهين معلومين.**

تحليل قوة فى اتجاهين معلومين

Resolution of a force into two components

يبين شكل (١): متجه المحصلة $\overleftarrow{ع}$ المراد تحليلها إلى مركبتين فى الاتجاهين $\overleftrightarrow{و أ}$ ، $\overleftrightarrow{و ب}$ واللتين تصنعان زاويتين قياسيهما $هـ_١$ ، $هـ_٢$ على الترتيب مع $\overleftarrow{ع}$ ولتكن المركبتان هما: $\overleftarrow{ق_١}$ ، $\overleftarrow{ق_٢}$

شكل (١)

يبين شكل (٢): مثلث القوى مع ملاحظة أن $\overleftarrow{أ جـ} = \overleftarrow{و ب}$

(من خواص متوازى الأضلاع)

وبتطبيق قاعدة الجيب نجد أن:

شكل (٢)

$$\frac{ق_١}{جا هـ_٢} = \frac{ق_٢}{جا هـ_١} = \frac{ح}{جا (هـ_١ + هـ_٢)}$$

(لاحظ أن : جا [١٨٠° - ($هـ_١ + هـ_٢$)] = جا ($هـ_١ + هـ_٢$))

مثال

١) حلِّل قوة مقدارها ١٢ نيوتن إلى مركبتين تميلان على اتجاه القوة بزاويتين ٦٠° ، ٤٥° فى اتجاهين مختلفين منها مقربًا الناتج لأربعة أرقام عشرية.

الحل

بتطبيق قاعدة الجيب:

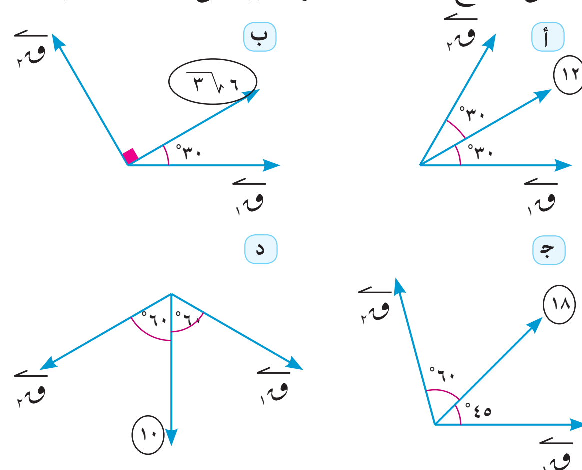
$$\frac{ق_١}{جا ٤٥°} = \frac{ق_٢}{جا ٦٠°} = \frac{١٢}{جا ١٠٥°}$$

$$\therefore ق_١ = جا ٤٥° \times \frac{١٢}{جا ١٠٥°} \simeq ٨,٧٨٤٦ \text{ نيوتن}$$

٢٠ تطبيقات الرياضيات - علمى

التهيئة

- اطلب إلى طلابك عمل عصف ذهنى؛ لتحليل قوة إلى مركبتين فى أوضاع مختلفة مثل القوة المبينة فى الأشكال التالية:



إجراءات الدرس

- اطلب إلى طلابك التحقق من صحة تحليل القوة، وذلك بإيجاد محصلة المركبتين اللتين ،تم تحليلهما جبريًا.

التقييم المستمر (المناقشة والحوار)

¤ ناقش مع طلابك بنود حاول أن تحل ص(٢١)، ص (٢٢) وتوصل معهم إلى الإجابة الصحيحة .

إجابة حاول أن تحل ص (٢١)

$$\frac{\text{و}_1}{\text{جا } ٤٥°} = \frac{\text{و}_2}{\text{جا } ٣٠°} = \frac{٣٦}{\text{جا } ٧٥°}$$

$$\text{و}_1 = \frac{٣٦ \times \text{جا } ٤٥°}{\text{جا } ٧٥°} \simeq ٢٦,٣٥٤ \text{ نيوتن}$$

$$\text{و}_2 = \frac{٣٦ \times \text{جا } ٣٠°}{\text{جا } ٧٥°} \simeq ١٨,٦٣٥ \text{ نيوتن}$$

إجابة تفكير ناقد ص (٢١):

إذا نقص قياس الزاوية مع الأفقي عن ٥° فإن مقدار المركبة يزداد حتى تصل إلى قيمتها العظمى عندما تصبح الحبال أفقية.

إجابة حاول أن تحل ص (٢١):

$$\frac{\text{و}_1}{\text{جا } ٤٨°} = \frac{\text{و}_2}{\text{جا } ٩٠°} = \frac{٣٦}{\text{جا } ١٣٨°}$$

$$\text{و}_1 = \frac{١٢٠ \times \text{جا} ٤٨°}{\text{جا } ١٣٨°} \simeq ١٣٣,٢٧٤ \text{ ث جم}$$

$$\text{و}_2 = \frac{١٢٠ \times \text{جا} ٩٠°}{\text{جا } ١٣٨°} \simeq ١٧٩,٣٣٧ \text{ ث جم}$$

إجابة حاول أن تحل ص (٢٢):

إحدى المركبتين = $٦ \sqrt{٢}$ جتا ٤٥° = ٦ نيوتن

المركبة الأخرى = $٦ \sqrt{٢}$ جا ٤٥° = ٦ نيوتن

فى بند المستوى المائل: تسمى الزاوية المحصورة بين خط أكبر ميل للمستوى ومسقطه على المستوى الآخر بزاوية ميل مستقيم على مستوٍ حيث إن خط أكبر ميل للمستوى ومسقطه على المستوى عمودين على خط التقاطع.

معلومات إثرائية: إذا كان لنصفى مستويين حد مشترك فإن اتحاد نصفى المستويين مع ذلك الحد يسمى زاوية زوجية، وتعرف الزاوية المستوية لزاوية زوجية بأنها الزاوية الحادثة من تقاطع هذه الزاوية الزوجية مع أى مستو عمودى على حرفها.

ففى الشكل المرسوم تكون ∠هـ هى الزاوية المستوية للزاوية الزوجية المحصورة بين المستويين.

$$\text{ق}_2 = \text{جا } ٦٠° \times \frac{١٢}{\text{جا } ١٠٥°} \simeq ١٠,٧٥٨٩ \text{ نيوتن}$$

حاول أنْ تحل

(١) حلل قوة مقدارها ٣٦ نيوتن إلى مركبتين تميلان على اتجاه القوة بزاويتين قياسيهما ٣٠° ، ٤٥° فى اتجاهين مختلفين منها.

مثال — **تطبيقات حياتية**

(٢) مصباح وزنه ٢٠ نيوتن معلق بحبلين معدنيين $\overline{\text{أجـ}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ يميلان على الأفقى بزاويتين متساويتين قياس كل منهما ٥°.

➢ حلل وزن المصباح فى الاتجاهين أجـ ، ب جـ مقربًا الناتج لأقرب نيوتن.

الحل

نُمثِّل قوة الوزن (**٢٠ نيوتن**) بمتجه يعمل رأسيًّا لأسفل نقطة بدايته هى النقطة **جـ**.

نُحلِّل متجه الوزن فى اتجاهى الحبلين المعدنيين كما يلى:

$$\frac{\text{و}_1}{\text{جا } ٨٥°} = \frac{\text{و}_2}{\text{جا } ٨٥°} = \frac{٢٠}{\text{جا } ١٧٠°} \quad \text{أىْ أن:}$$

$$\text{و}_1 = \text{و}_2 = ٢٠ \times \frac{\text{جا } ٨٥°}{\text{جا } ١٧٠°} \quad \text{ومن ذلك تكون:}$$

$$\text{و}_1 = \text{و}_2 = ١١٤,٧٣٧١٣ \simeq ١١٥ \text{ نيوتن.}$$

تفكير ناقد: ماذا يَحدث لمقدار مركبة الوزن فى اتجاهى الحبلين المعدنيين إذا نقص قياس زاويته مع الأفقى عن ٥°؟ وماذا تتوقع لمقدار مركبة الوزن عندما يُصبح الحبل المعدنى أفقيًّا؟ **فسِّر إجابتك.**

حاول أنْ تحل

(٢) **الشكل المقابل:**

حلِّل القوة الرأسية ١٢٠ث.جم إلى مركبتين إحداهما فى الاتجاه الأفقي، والأخرى فى اتجاه يصنع مع خط عمل القوة زاوية قياسها ٤٨°.

تحليل قوة فى اتجاهين متعامدين *Resolution of a force into two perpendicular components*

إذا أثرت القوة $\overleftarrow{\text{ح}}$ فى نقطة مادية (و) كما فى الشكل المجاور، وكانت مركبتيهما المتعامدتين $\overleftarrow{\text{ق}_1}$ ، $\overleftarrow{\text{ق}_2}$ حيث اتجاه $\overleftarrow{\text{ق}_1}$ يميل على اتجاه $\overleftarrow{\text{ح}}$ بزاوية قياسها هـ ، فإن متوازى الأضلاع يؤول فى هذه الحالة إلى المستطيل أجـ ب و ، وبتطبيق قانون الجيب على المثلث وأ جـ فإن:

➢ $\frac{\text{ق}_1}{\text{جا}(٩٠ - \text{هـ})} = \frac{\text{ق}_2}{\text{جا هـ}} = \frac{\text{ح}}{\text{جا } ٩٠}$ **أىْ أنَّ:** $\frac{\text{ق}_1}{\text{جتا هـ}} = \frac{\text{ق}_2}{\text{جا هـ}} = \text{ح}$

ومن ذلك نستنتج أنَّ:

➢ ق$_1$ (مقدار المركبة فى اتجاه معلوم) = ع جتا هـ

➢ ق$_2$ (مقدار المركبة فى الاتجاه العمودى على الاتجاه المعلوم) = ع جا هـ

مثال

(٣) حلل قوة مقدارها ١٨ نيوتن فى اتجاهين متعامدين، إحداهما يصنع مع القوة زاوية قياسها ٦٠

الحل

$$\text{ق}_1 = ١٨ \text{ جتا } ٦٠° = ١٨ \times \frac{١}{٢} = ٩ \text{ نيوتن}$$

$$\text{ق}_2 = ١٨ \text{ جا } ٦٠ = ١٨ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = ٩\sqrt{٣} \text{ نيوتن.}$$

حاول أنْ تحل

(٣) حَلِّل قوة مقدارها $٦\sqrt{٢}$ نيوتن والتى تعمل فى اتجاه الشمال الشرقى إلى مركبتين إحداهما فى اتجاه الشرق والأخرى فى اتجاه الشمال.

المستوى المائل *Inclined Plane*

هو سطح يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ حيث ٠ < هـ < $\frac{\pi}{٢}$ ، وخط أكبر ميل للمستوى هو الخط فى المستوى المائل العمودى على خط تقاطع هذا المستوى مع المستوى الأفقى والموضح بالشكل باللون الأزرق ويكون

جاهـ = $\frac{\text{ع}}{\text{ف}}$ حيث:

ع تمثل بُعد النقطة أ عن المستوى الأفقى،

ف تمثل بُعد النقطة أ عن خط تقاطع المستوى المائل مع المستوى الأفقى.

مثال

(٤) وضع جسم مقدار وزنه ٦ نيوتن على مستوى مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠°.

أوجد مركبتى وزن الجسم فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى والاتجاه العمودى عليه.

الحل

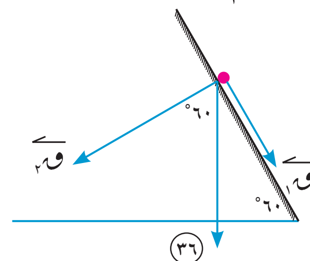
الشكل المقابل يبين وزن الجسم ٦ نيوتن، ويؤثر رأسيًّا إلى أسفل، مركبة وزن الجسم $\overleftarrow{\text{ق}_1}$ تعمل فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى ولأسفل، والمركبة الأخرى $\overleftarrow{\text{ق}_2}$ وتعمل فى الاتجاه العمودى للمستوى ولأسفل.

PDF Compressor Pro

إجابة: تعبير شفهى ص(٢٣)

نعم: مركبتا القوة ق كل منهما أقل من القوة ق نفسها؛ لأن القوة ق مضروبة فى جيب الزاوية أو جيب تمام الزاوية وكلاهما.

٠< جا هـ <١ ، ٠< جتا هـ <١.



إجابة حاول أن تحل ص (٢٣)

ق١ = ٣٦ جا ٦٠°

= ١٨ √٣ نيوتن

ق٢ = ٣٦ جتا ٦٠° = ١٨ نيوتن

إجابات تمارين (١-٢):

(١) صفر (٢) ٤ (٣) ٨,٧٨ ، ٦,٢١٢ نيوتن

(٤) ق١ = ١٨ √٢ نيوتن ، ق٢ = ١٨ نيوتن

(٥) ق١ = ق٢ = ٦ √٢ × $\frac{1}{\sqrt{2}}$ = ٦ ث كجم.

(٦) أ ١٢ √٢ جتا ٣٠ = ٦ √٦ نيوتن.

ب ١٢ √٢ جا ٣٠ = ٦ √٢ نيوتن.

(٧) ق١ = $\frac{\text{٦٠٠ جا٤٥}}{\text{جا ٧٥°}}$ ≃ ٤٣٩,٢٣١ ث جم

ق٢ = $\frac{\text{٦٠٠ جا٣٠°}}{\text{جا ٧٥°}}$ ≃ ٣١٠,٥٨٣ ث جم

(٨) المركبة فى اتجاه الشرق = ١٢٠ جتا٤٥ = ٦٠ √٢ نيوتن

المركبة فى اتجاه الشمال = ١٢٠ جا ٤٥ = ٦٠ √٢ نيوتن

(٩) إحدى المركبتين = ١٦٠ جتا ٣٠ = ٨٠ √٣ ث جم

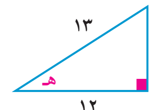
المركبة الأخرى = ١٦٠ جا ٣٠ = ٨٠ ث جم

(١٠) إحدى المركبتين = ١٨ جتا ٦٠ = ٩ نيوتن

المركبة الأخرى = ١٨ جا ٦٠ = ٩ √٣ نيوتن

(١١) المركبة فى الاتجاه العمودى = ١٢ جتا ٦٠ = ٢١ نيوتن

(١٢) المركبة فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى



= ٣٩٠ جا هـ = ٣٩٠ × $\frac{5}{13}$ = ١٥٠ ث جم

المركبة فى الاتجاه العمودى = ٣٩٠ جتا هـ

= ٣٩٠ × $\frac{12}{13}$ = ٣٦٠ ث جم

بعض القضايا المتضمنة فى الدرس: (الربط بالملاحة) ص٢٤

هناك بعض المشكلات المتصلة بالملاحة البحرية، ولانستطيع إيجاد حلها إلا عن طريق استخدام محصلة القوة كما بالتمرين التالى:

(١٣) $\frac{\text{ش ١}}{\text{جا ٣٠}}$ = $\frac{\text{ش ٢}}{\text{جا ٤٥}}$ = $\frac{\text{٥٠٠٠}}{\text{جا ٧٥}}$

ش ١ ≃ ٢٥٨٨,١٩ نيوتن ، ش٢ ≃ ٣٥٣٥,٥٣ نيوتن

مركبة وزن الجسم فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى (ق١).

حيث ق١ = ٦ جا هـ

= ٦ جا ٣٠° = ٦ × $\frac{1}{2}$ = ٣ نيوتن

مركبة وزن الجسم فى الاتجاه العمودى على المستوى (ق٢)

حيث ق٢ = ٦ جتا هـ

= ٦ جتا٣٠° = ٦ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$ = ٣√٣ نيوتن

تعبير شفهى: هل مقدار كل من مركبتى القوة ق أقل من مقدار القوة ق نفسها؟

فسر إجابتك.

أضف إلى معلوماتك

مركز ثقل الجسم الجاسئ

هى النقطة التى يمر بها دائمًا الخط الرأسى المار بنقطة التعليق عندما يعلق الجسم من أى نقطة عليه فعلى سبيل المثال.

(١) مركز ثقل جسم كروى منتظم ومتجانس هى النقطة التى يقع فيها المركز الهندسى لهذا الجسم.

(٢) مركز ثقل قضيب منتظم السمك والكثافة هو منتصف هذا القضيب.

حاول أنْ تحل

(٤) جسم جاسئ مقدار وزنه ٣٦ نيوتن موضوع على مستو يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠°. أوجد مركبتى الوزن فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأسفل والاتجاه العمودى عليه.



أكمل مايأتى:

(١) قوة مقدارها ٦ نيوتن تعمل فى اتجاه الشمال تم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين فإن مركبتها فى اتجاه الشرق تُساوى .... نيوتن.

(٢) قوة مقدارها ٤√٢ نيوتن تعمل فى اتجاه الشرق تم تحليلها إلى مركبتين متعامدتين فإن مركبتها فى اتجاه الشمال الشرقى تساوى .... نيوتن.

(٣) فى شكل (١):

أ إذا حلَّلت القوة ع إلى مركبتين ق١ ، ق٢ اللتين تصنعان معها زاويتين قياسيهما ٣٠° ، ٤٥° من جهتيها وكان || ع || = ١٢ نيوتن ، فإن: ق١ = ... نيوتن ، ق٢ = ... نيوتن.

ق٢ ، ٤٥° ، ٣٠° ، ع ، ق١

شكل (١)

(٤) فى شكل (٢):

أ إذا حللت القوة ع إلى مركبتين ق١ ، ق٢ اللتين تصنعان معها زاويتين قياساهما ٤٥° ، ٩٠° من كلتا جهتيها وكان || ع || = ١٨ نيوتن ، فإن: ق١ = ... نيوتن ، ق٢ = ... نيوتن

ق٢ ، ع ، ٤٥ ، ق١

شكل (٢)

---

(٥) فى شكل (٣):

أ إذا حلَّلت القوة ق إلى مركبتين متعامدتين ق١ ، ق٢ وكان متجه القوة ق ينصف الزاوية بين اتجاهى ق١ ، ق٢ وكان || ق || = ٦√٢ ث كجم فإن: || ق١ || = ... ث كجم ، || ق٢ || = ... ث كجم.

ق٢ ، ق ، ق١

شكل (٣)

(٦) فى شكل (٤):

أ قوة مقدارها ١٢√٢ نيوتن تعمل فى اتجاه ٣٠° شمال الغرب.

- مقدار مركبة القوة فى اتجاه الغرب = ... نيوتن.
- مقدار مركبة القوة فى اتجاه الشمال = ... نيوتن.

ق٢ ، ١٢ √٢ نيوتن ، ق١ ، ٣٠°

شكل (٤)

(٧) قوة مقدارها ٦٠٠ ث جم تؤثِّر فى نقطة مادية. أوجد مركبتيها فى اتجاهين يصنعان معها زاويتين قياسيهما ٣٠°، ٤٥°.

(٨) قوة مقدارها ١٢٠ نيوتن تَعمل فى اتجاهِ الشمال الشرقى. أوجد مركبتيها فى اتجاه الشرق واتجاه الشمال.

(٩) حلِّل قوة أفقية مقدارها ١٦٠ ث جم فى اتجاهين متعامدين، أحدهما يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° إلى أعلى.

(١٠) قوة مقدارها ١٨ نيوتن تَعمل فى اتجاهِ الجنوب. أوجد مركبتيها فى اتجاهى ٦٠° شرق الجنوب، والأخرى فى اتجاه ٣٠° غرب الجنوب.

(١١) جسم جاسئ وزنه ٤٢ نيوتن موضوع على مستو يَميل على الأفقى بزاوية قياسها ٦٠°. أوجد مركبتى وزن هذا الجسم فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى والاتجاه العمودى عليه.

تفكير إبداعى:

(١٢) مستوى مائل طوله ١٣٠ سم وارتفاعه ٥٠ سم وضع عليه جسم جاسئ وزنه ٣٩٠ ث جم. أوجد مركبتى الوزن فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى والاتجاه العمودى عليه.

الربط بالملاحة البحرية:

(١٣) يراد سحب بارجة بواسطة قاطرتين ب ، جـ تتصلان بحبلين مثبتين فى خُطاف فى نقطة أ من البارجة وقياس الزاوية بينهما ٧٥°، فإذا كان زاوية ميل أحد الحبلين على أ ى يساوى ٤٥° وكانت محصلة القوى المبذولة لسحب البارجة تساوى ٥٠٠٠ نيوتن وتعمل فى اتجاه أ ى . أوجد الشد فى كل من الحبلين .



PDF Compressor Pro

١ - ٣ محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة

The resultion of coplaner forces meeting at point

خلفية

سبق أن درس الطالب إيجاد محصلة قوتين متلاقيتين فى نقطة ومُثلت هندسيًّا بقطر متوازى الأضلاع المرسوم بهاتين القوتين كضلعين متجاورين فيه، ثم بعض الحالات الخاصة لإيجاد محصلة هاتين القوتين.

وفى هذا الدرس سوف يدرس الطالب إيجاد محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة هندسيًّا (باستخدام الرسم الهندسى)، وتحليليًّا باستخدام تحليل كل قوة فى اتجاهين متعامدين ثم إيجاد مقدار واتجاه المحصلة .

مخرجات الدرس

فى نهاية هذا الدرس وتنفيذ الأنشطة فيه يتوقع من الطالب أن:

- يوجد محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة هندسيًّا.
- يوجد محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة تحليليًّا.
- يحل مسائل على إيجاد محصلة عدة قوى متلاقية فى نقطة.

مفردات الدرس:

محصلة - مركبة جبرية - متجه وحدة.

المواد التعليمية المستخدمة:

آلة حاسبة علمية - برامج رسومية - ورق مربعات.

طرق التدريس المقترحة:

العرض المباشر - المناقشة - العصف الذهنى - حل المشكلات - استخدام البرامج الرسومية للحاسوب.

مكان الدرس:

الفصل الدراسى- معمل الوسائط بالمدرسة .

مصادر التعلم:

كتاب الطالب من ص (٢٥) إلى صفحة (٣٠) الشبكة الدولية للمعلومات (الإنترنت).

١ - ٣ محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة

The resultant of coplanar forces meeting at a point

سوف تتعلم

- محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة هندسية.
- محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة تحليليًّا.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

- محصلة. Resultant
- مركبة جبرية. Algebraic component
- متجه وحدة. Unit vector

الأدوات والوسائل

- آلة حاسبة علمية . Scientific calculator
- برامج رسومية للحاسوب.

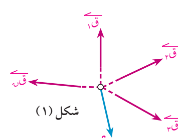
فكر و ناقش

سبق أن درست إيجاد محصلة قوتين مؤثِّرتين على جسم جاسئ فى نقطة واحدة، حيث مُثلت هندسيًّا بقطر متوازى الأضلاع المرسوم بهاتين القوتين كضلعين متجاورين فيه. فهل يمكنك إيجاد محصلة عِدَّة قوى مستو ية متلاقية فى نقطة واحدة هندسيًّا؟

تعلم

محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة هندسيًّا:

إذا أثرت مجموعة القوى $\overleftarrow{ق}_1$ ، $\overleftarrow{ق}_2$ ، $\overleftarrow{ق}_3$ ، .... ، $\overleftarrow{ق}_ن$ فى نقطة مادية كما فى شكل (١)



شكل (١)

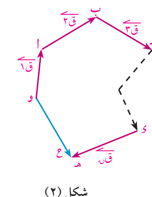
فباستخدام مقياس رسم مناسب

نرسم المتجه $\overleftarrow{و ا}$ الذى يمثل $\overleftarrow{ق}_1$

ثم نرسم $\overleftarrow{ا ب}$ الذى يمثل $\overleftarrow{ق}_2$

ثم نرسم $\overleftarrow{ب جـ}$ الذى يمثل $\overleftarrow{ق}_3$ وهكذا.....

حتى نصل إلى نهاية المتجه $\overleftarrow{ق}_ن$ وذلك برسم $\overleftarrow{ء هـ}$.



شكل (٢)

المتجه $\overleftarrow{و هـ}$ الذى يعمل فى الاتجاه الدورى المضاد يُمثِّل محصلة القوى المعطاة، حيث:

$\overleftarrow{ح} = \overleftarrow{ق}_1 + \overleftarrow{ق}_2 + \overleftarrow{ق}_3 + ... + \overleftarrow{ق}_ن$

ويسمى هذا المضلع بمضلع القوى ومن السهل ملاحظة أن تكوين مضلَّع قوى ما هو إلا تطبيق لقاعدة مثلث قوى عدة مرات متتالية.

PDF Compressor Pro

التهيئة

- وضح إلى الطلاب أنه إذا أثرت قوتان $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ في نقطة ب كما في الشكل المقابل فإن محصلتهما تمثلها مقدارًا واتجاهًا $\overleftarrow{أ جـ}$ (قاعدة إغلاق المثلث في الاتجاه الدوري المضاد لاتجاه القوتين) ويتفق هذا مع قاعدة متوازي الأضلاع ب ء هـ جـ بحيث: $\overleftarrow{ب هـ} = \overleftarrow{ب ء} + \overleftarrow{ب جـ} = \overleftarrow{أ ب} + \overleftarrow{ب جـ}$

إجراءات الدرس

- بين إلى الطلاب الآن الحالة التي تؤثر فيها مجموعة من القوى المستوية في نقطة، وبين لهم أنه في هذه الحالة أيضًا يمكن الاستعاضة عن هذه المجموعة بقوة واحدة تكافئها وتؤثر في نفس النقطة وتسمى بمحصلة المجموعة .
- بين إلى الطلاب بأن مضلع القوى ماهو إلى تطبيق لقاعدة مثلث قوى عدة مرات متتالية.

نشاط: باستخدام برنامج (Geo Gebra).

- وضح إلى طلابك أن للمحصلة مركبتين جبريتين متعامدتين س، ص في اتجاهي الشعاعين $\overrightarrow{و س}$، $\overrightarrow{و ص}$ على الترتيب، وتسمى س بالمركبة السينية،ص بالمركبة الصادية حيث $\overrightarrow{ع} = س\,\overrightarrow{س} + ص\,\overrightarrow{ص}$ ، وإذا كان ع هو مقدار المحصلة، هـ الزاوية القطبية لمتجه المحصلة، فإن $ع = \sqrt{س^2 + ص^2}$ ، $ظا هـ = \frac{ص}{س}$ ، ويجب توضيح النقاط الآتية إلى الطالب:
- إذا انطبق خط عمل $\overrightarrow{ق}$ على محور السينات أو الصادات فإن مركبتها في هذا الاتجاه تساوي مقدار القوة نفسها.
- (لأن ق جتا ٠° = ق) أو مركبتها في الاتجاه العمودي تساوي صفرًا (لأن ق جا ٠° =٠)
- إذا كان س = ٠ فإن ع = ص وفي اتجاه محور الصادات؛ أي إذا كان مجموع المركبات الجبرية للقوى في اتجاه محور السينات يساوي صفرًا؛ فإن المحصلة تساوي المركبة الصادية لها وفي اتجاه محور الصادات، وكذلك إذا كان ص =٠ فإن ع = س وفي اتجاه محور السينات.

التقييم المستمر (المناقشة والحوار)

إجابة حاول أن تحل ص (٢٧):

$$س = ١٠ جتا ٠° + ٢٠ جتا ٦٠° + ٣٠ \sqrt{٣} جتا ١٥٠° + ٤٠ جتا ٣٣٠°$$

$$= ١٠ + ٢٠ \times \frac{١}{٢} - ٣٠ \sqrt{٣} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} + ٤٠ \times \frac{١}{٢}$$

س = ١٠ + ١٠ - ٤٥ + ٢٠ = -٥ ،

$$ص = ١٠ جا ٠° + ٢٠ جا ٦٠° + ٣٠ \sqrt{٣} جا ١٥٠° + ٤٠ جا ٣٠٠°$$

نشاط
استخدام برنامج (GeoGebra)

$\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ ، $\overrightarrow{ق_3}$ ، $\overrightarrow{ق_4}$ أربع قوى مستوية تؤثر في نقطة من جسم جاسئ ، حيث $ق_1$ = ٤٠٠ نيوتن وتعمل في اتجاه الشرق ، $ق_2$ = ٣٠٠ نيوتن وتعمل في اتجاه الشمال ، $ق_3$ = ٥٠٠ نيوتن وتعمل في اتجاه الشمال الغربي ، $ق_4$ = ٢٠٠ نيوتن وتعمل بزاوية قياسها ٣٠° جنوب الغرب. أوجد محصلة هذه القوى.

1. ارسم القطع المستقيمة الموجهة التي تُمثِّل القوى بمقياس رسم ١: ١٠٠
2. ارسم من نقطة الأصل المتجه $\overrightarrow{أ ب}$ الذي طوله ٤ وحدات في اتجاه الشرق.
3. ارسم من نقطة ب المتجه $\overrightarrow{ب جـ}$ الذي طوله ٣ وحدات في اتجاه الشمال.
4. ارسم من نقطة جـ المتجه $\overrightarrow{جـ ء}$ الذي طوله ٥ وحدات في اتجاه الشمال الغربي.
5. ارسم من ء المتجه $\overrightarrow{ء هـ}$ الذي طوله ٢ وحدة في اتجاه ٣٠° جنوب الغرب.

شمال ، شرق ، غرب ، ء ، هـ ، جـ ، أ ، ب ، ٣٠° ، ٤٥° ، المحصلة ، ١٠٢,٨٩°

لاحظ المتجه $\overrightarrow{أ هـ}$ بما تسميه؟

من الرسم السابق نجد أن:

|| $\overrightarrow{أ هـ}$ || = ٥,٦٨ وحدة طول.

مقدار المحصلة = ٥,٦٨ × ١٠٠ = ٥٦٨ نيوتن، وتصنع المحصلة مع الشرق زاوية قياسها ١٠٣°تقريبًا.

محصلة عدة قوى مستوية متلاقية في نقطة تحليليًّا

The resultant of coplanar forces meeting at apoint analytically

إذا أثرت القوى $\overrightarrow{ق_1}$ ، $\overrightarrow{ق_2}$ ، $\overrightarrow{ق_3}$ ،..... ، $\overrightarrow{ق_ن}$ المستوية والمتلاقية في نقطة وفي نظام إحداثي متعامد، وكانت تصنع الزوايا القطبية التي قياساتها $هـ_1$ ، $هـ_2$ ، $هـ_3$ ، .... ، $هـ_ن$ وكانت $\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{ص}$ هما متجها الوحدة في اتجاه $\overrightarrow{و س}$ ، $\overrightarrow{و ص}$ فإن: $\overrightarrow{ع} = \overrightarrow{ق_1} + \overrightarrow{ق_2} + \overrightarrow{ق_3} + ... + \overrightarrow{ق_ن}$

وبتحليل كل قوة في اتجاهي $\overrightarrow{و س}$ ، $\overrightarrow{و ص}$ المتعامدين فإن:

$\overrightarrow{ع}$ = ($ق_1$ جتا $هـ_1$ ، $ق_1$ جا $هـ_1$)
+ ($ق_2$ جتا $هـ_2$ ، $ق_2$ جا $هـ_2$)
+ .... + ($ق_ن$ جتا $هـ_ن$ ، $ق_ن$ جا $هـ_ن$)

$\overrightarrow{ع}$ = ($ق_1$ جتا $هـ_1$ + $ق_2$ جتا $هـ_2$ + ... + $ق_ن$ جتا $هـ_ن$) $\overrightarrow{س}$
+ ($ق_1$ جا $هـ_1$ + $ق_2$ جا $هـ_2$ + ... + $ق_ن$ جا $هـ_ن$) $\overrightarrow{ص}$

$$\overrightarrow{ع} = \left(\sum_{ر=١}^{ن} ق_ر جتا هـ_ر\right)\overrightarrow{س} + \left(\sum_{ر=١}^{ن} ق_ر جا هـ_ر\right)\overrightarrow{ص}$$

- **يسمى المقدار:** $\sum_{ر=١}^{ن} ق_ر جتا هـ_ر$ بالمجموع الجبري لمركبات القوى في اتجاه $\overleftarrow{و س}$ ويرمز له بالرمز س.
- **يسمى المقدار:** $\sum_{ر=١}^{ن} ق_ر جا هـ_ر$ بالمجموع الجبري لمركبات القوى في اتجاه $\overleftarrow{و ص}$ ويرمز له بالرمز ص.

أضف إلى معلوماتك
يسمى الرمز $\sum$ (سيجما) برمز التجميع والعبارة $\sum_{ر=١}^{ن}$ مجموع ن عنصرًا بدأ من العنصر الأول.

ومن ذلك نكتب $\overrightarrow{ع} = س\,\overrightarrow{س} + ص\,\overrightarrow{ص}$

وتكون ح معيار المحصلة ، هـ هي قياس الزاوية القطبية لها

أيْ أنَّ: $ع = \sqrt{س^2 + ص^2}$ ، $ظا هـ = \frac{ص}{س}$

مثال

1. أربع قوى مستوية تؤثر في نقطة مادية، الأولى مقدارها ٤ نيوتن وتؤثر في اتجاه الشرق، والثانية مقدارها ٢ نيوتن وتؤثر في اتجاه ٦٠° شمال الشرق، والثالثة مقدارها ٥ نيوتن وتؤثر في اتجاه ٦٠° شمال الغرب والرابعة $٣\sqrt{٣}$ نيوتن وتؤثر في اتجاه ٦٠° غرب الجنوب. أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.

الحل

القوى ٤ ، ٢ ، ٥ ، $٣\sqrt{٣}$ نيوتن قياس زواياها القطبية هي ٠° ، ٦٠° ، ١٢٠° ، ٢١٠° على الترتيب نوجد المجموع الجبري لمركبات القوى في اتجاه $\overleftarrow{و س}$

$$س = ٤ جتا ٠° + ٢ جتا ٦٠° + ٥ جتا ١٢٠° + ٣\sqrt{٣} جتا ٢١٠°$$

$$= ٤ + ٢ \times \frac{١}{٢} - ٥ \times \frac{١}{٢} - ٣\sqrt{٣} \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = ٤ + ١ - \frac{٥}{٢} - \frac{٩}{٢} = -٢$$

$$ص = ٤ جا ٠° + ٢ جا ٦٠° + ٥ جا ١٢٠° + ٣\sqrt{٣} جا ٢١٠°$$

$$= ٠ + ٢ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} + ٥ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} - ٣\sqrt{٣} \times \frac{١}{٢}$$

$$= \sqrt{٣} + \frac{٥}{٢}\sqrt{٣} - \frac{٣}{٢}\sqrt{٣} = ٢\sqrt{٣}$$

∴ $\overrightarrow{ع} = -٢\,\overrightarrow{س} + ٢\sqrt{٣}\,\overrightarrow{ص}$ **ويكون** $ع = \sqrt{س^2 + ص^2} = \sqrt{٤ + ١٢} = \sqrt{١٦} = ٤$ نيوتن

$ظا هـ = \frac{ص}{س} = \frac{٢\sqrt{٣}}{-٢} = -\sqrt{٣}$

∵ س < ٠ ، ص > ٠

∴ هـ = ١٢٠°

أيْ أنَّ مقدار محصلة القوى يُساوي ٤ نيوتن، وتصنع زاوية قطبية قياسها ١٢٠°

حاول أنْ تحل

1. تؤثِّر القوى المستوية التي مقاديرها ١٠ ، ٢٠ ، $٣٠\sqrt{٣}$، ٤٠ نيوتن في نقطة، بحيث كانت الزاوية بين اتجاهي القوتين الأولى والثانية ٦٠° وبين اتجاهي القوتين الثانية والثالثة ٩٠° وبين اتجاهي القوتين الثالثة والرابعة ١٥٠°. أوجد مقدار واتجاه المحصلة.

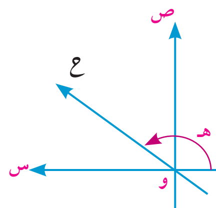
ص = ٠ + ٢٠ × ٦ $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ + ٣٠ $\sqrt{٣}$ × $\frac{١}{٢}$ - ٤٠ $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

= ١٠ $\sqrt{٣}$ + ١٥ $\sqrt{٣}$ - ٢٠ $\sqrt{٣}$ = ٥ $\sqrt{٣}$

ع = $\sqrt{٢٥ + ٧٥}$ = ١٠ نيوتن

ظا هـ = $\frac{٥\sqrt{٣}}{٥}$ = $\sqrt{٣}$

ق (∠هـ) = ١٨٠° - ٦٠° = ١٢٠°



تمارين إثرائية:

م نقطة مادية تؤثر فيها القوى التى مقاديرها ٦ ، ٢ $\sqrt{٣}$ ، ٤ ، ١١ ، ٤ $\sqrt{٣}$ نيوتن فى اتجاهات ٦٠° شمال الشرق، الشمال، ٦٠° شمال الغرب، ٣٠° جنوب الشرق على الترتيب.

أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.

[الإجابة : ع = ٨ نيوتن، وتعمل فى اتجاه ٦٠° شمال الغرب]

إجابات تمارين (١-٣):

(١) ع = ٥ وحدة قوة ، ظا$^{-١}$هـ = $\frac{٤}{٣}$ (٢) أ = ٣ ، ب = $\frac{١٠}{٣}$

(٣) أ = -١ ، ب = ١ (٤) س = ٨ ، ص = ٦ ، ح = ١٠ ،

شكل ١ ظا$^{-١}$ $\frac{٣}{٤}$.

شكل ٢ س = ٤ - ٣ = ١ ، ص = ٤ + ٣ - ٢ = ٥

ع = $\sqrt{١ + ٢٥}$ = $\sqrt{٢٦}$ ، ظا$^{-١}$ ٥

شكل ٣ س = ١ + ٢ - ٤ = -١ ،

ص = ٢ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ + ٤ $\sqrt{٣}$ × $\frac{١}{٢}$ - ٣ $\sqrt{٣}$

= صفر ع = ١ وتعمل فى اتجاه و س َ

شكل ٤ س = ٢ $\sqrt{٣}$ ، ص = ٠

المحصلة = ٢ $\sqrt{٣}$ وتعمل فى الاتجاه العمودى على ب جـ

شكل ٥ س = -٧ ، ص = -٣

ع = $\sqrt{٤٩ + ٩}$ = $\sqrt{٥٨}$ ، ظا$^{-١}$ $\frac{٣}{٧}$

شكل ٦ س = ١٠ ، ص = ١٠ $\sqrt{٣}$

ع = ٢٠ ، ظا$^{-١}$ $\sqrt{٣}$

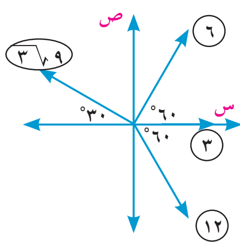
(٥) س = ٣ + ٦ جتا ٦٠° - ٩ $\sqrt{٣}$ جتا ٣٠° + ١٢ جتا ٦٠°

س = ٣ + ٣ - ٩ × $\frac{٣}{٢}$ + ٦ = $\frac{٣}{٢}$

ص = ٦ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ + ٩ $\sqrt{٣}$ × $\frac{١}{٢}$ - ١٢ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

= ٣ $\sqrt{٣}$ + $\frac{٩}{٢}$ $\sqrt{٣}$ - ٦ $\sqrt{٣}$ = $\frac{٣}{٢}$ $\sqrt{٣}$

ح = $\sqrt{\frac{٩}{٤} + \frac{٢٧}{٤}}$ = ٣



مثال

(٢) أ ب جـ ء هـ و شكل سداسى منتظم تؤثر القوى التى مقاديرها ٢ ، ٤ $\sqrt{٣}$ ، ٨ ، ٢ $\sqrt{٣}$ ، ٤ ث كجم فى نقطة أ فى الاتجاهات أب ، أجـ ، أء ، أهـ ، أو على الترتيب. أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.

الحل

باعتبار أب هو اتجاه القوة الأولى فتكون الزوايا القطبية للقوى هى: ٠° ، ٣٠° ، ٦٠° ، ٩٠° ، ١٢٠° على الترتيب.

∴ س = ٢ جتا ٠° + ٤ $\sqrt{٣}$ جتا ٣٠° + ٨ جتا ٦٠° + ٢ $\sqrt{٣}$ جتا ٩٠° + ٤ جتا ١٢٠°

= ٢ + ٤ $\sqrt{٣}$ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ + ٨ × $\frac{١}{٢}$ + ٢ $\sqrt{٣}$ × ٠ - ٤ × $\frac{١}{٢}$

= ٢ + ٦ + ٤ - ٢ = ١٠ نيوتن

ص = ٢ جا ٠° + ٤ $\sqrt{٣}$ جا ٣٠° + ٨ جا ٦٠°

+ ٢ $\sqrt{٣}$ جا ٩٠° + ٤ جا ١٢٠°

= ٠ + ٤ $\sqrt{٣}$ × $\frac{١}{٢}$ + ٨ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ + ٢ $\sqrt{٣}$ + ٤ × $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

= ٢ $\sqrt{٣}$ + ٤ $\sqrt{٣}$ + ٢ $\sqrt{٣}$ + ٢ $\sqrt{٣}$ = ١٠ $\sqrt{٣}$ نيوتن

∴ ع = ١٠ س + ١٠ $\sqrt{٣}$ ص

∴ ع = $\sqrt{س^{٢} + ص^{٢}}$ = $\sqrt{(١٠)^{٢} + (١٠\sqrt{٣})^{٢}}$ = ٢٠ نيوتن

ظا هـ = $\frac{ص}{س}$ = $\frac{١٠\sqrt{٣}}{١٠}$ = $\sqrt{٣}$

∵ س > ٠ ، ص > ٠ ∴ ق (∠هـ) = ٦٠°

أيْ أنَّ المحصلة تعمل فى اتجاه أء

تمارين (١ - ٣)

أكمل مايأتى:

(١) إذا كانت القوى ق١ = ٢ س ، ق٢ = س - ٢ ص ، ق٣ = ٦ ص فإن:

مقدار محصلة القوى = ... واتجاهها = ...

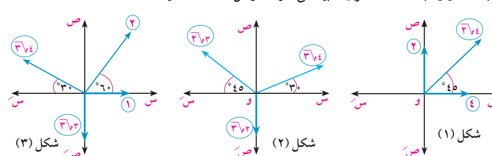
(٢) إذا كانت القوى ق١ = ٢ س - ٢ ص ، ق٢ = ٤ س - ٨ ص ، ع = ٢ أ س - ٣ب ص

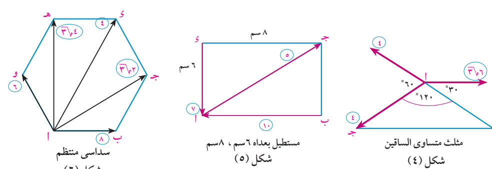
فإن: أ = ... ، ب = ...

(٣) إذا كان ق١ = ٣ س - ٢ ص ، ق٢ = أ س - ص ، ق٣ = ٤ س - ب ص ، ع = ٦ س - ٤ ص

فإن: أ = ... ، ب = ...

(٤) أوجد مقدار واتجاه محصلة القوى المبينة فى كل شكل من الأشكال الآتية:





(٥) أثرت القوى ٣ ، ٦ ، ٩ $\sqrt{٣}$ ، ١٢ ث كجم فى نقطة مادية، وكان قياس الزاوية بين الأولى والثانية ٦٠° وبين الثانية والثالثة ٩٠° وبين الثالثة والرابعة ١٥٠°. أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.

(٦) ثلاث قوى مقاديرها ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ نيوتن تؤثِّر فى نقطة مادية، الأولى نحو الشرق، والثانية تصنع زاوية ٣٠° غرب الشمال، والثالثة تصنع ٦٠° جنوب الغرب. أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.

(٧) أربع قوى مقاديرها ١٠ ، ٢٠ ، ٣٠ $\sqrt{٣}$ ، ٤٠ ث جم تؤثِّر فى نقطة مادية، الأولى تؤثر فى اتجاه الشرق، والثانية تؤثر فى اتجاه ٦٠° شمال الشرق، والثالثة تؤثِّر فى اتجاه ٣٠° شمال الغرب، والرابعة تؤثِّر فى اتجاهٍ يصنع ٦٠° جنوب الشرق. أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.

(٨) أ ب جـ مثلث متساوى الأضلاع ، م نقطة تَلاقى متوسطاته أثرت القوى التى مقاديرها ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ نيوتن فى نقطة مادية فى الاتجاهات م جـ ، م ب ، م أ . أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.

(٩) أ ب جـ ء مربع طول ضلعه ١٢سم ، هـ ∈ ب جـ بحيث ب هـ = ٥سم. أثرت قوى مقاديرها ٢ ، ١٣ ، ٤ $\sqrt{٢}$ ، ٩ث جم فى الاتجاهات أب ، أهـ ، جـأ ، أء على الترتيب. أوجد محصلة هذه القوى.

ظا⁻¹ $\sqrt{٣}$ أى أن المحصلة تعمل فى اتجاه القوة الثانية.

(٦) س = ١٠ + ٢٠ جتا ١٢٠° + ٣٠ جتا ٢٤٠° = -١٥°

ص = ٢٠ جا ١٢٠° + ٣٠ جا ٢٤٠° = -٥ $\sqrt{٣}$

ع = $\sqrt{٢٢٥ + ٧٥}$ = ١٠ $\sqrt{٣}$ نيوتن

هـ = ١٨٠° + ٣٠° = ٢١٠°

(٧) س = ١٠ جتا ٠° + ٢٠ جتا ٦٠° + ٣٠ $\sqrt{٣}$ جتا ١٥٠° + ٤٠ جتا ٣٠٠° = -٥

ص = ١٠ جتا ٠° + ٢٠ جا ٦٠° + ٣٠ $\sqrt{٣}$ جا ١٥٠° + ٤٠ جا ٣٠٠° = ٥ $\sqrt{٣}$

ع = $\sqrt{٢٥ + ٧٥}$ = ث مم ، هـ = ١٢٠°

(٨) س = ٢٥ جتا ٩٠° + ١٥ جتا ٢١٠° + ٢٠ جتا ٣٣٠° = $\frac{٥}{٢}$ $\sqrt{٣}$

ص = ٢٥ جا ٩٠° + ١٥ جا ٢١٠° + ٢٠ جا ٣٣٠° = $\frac{١٥}{٢}$ $\sqrt{٣}$ ع

= ٥ $\sqrt{٣}$ نيوتن واتجاهها يصنع مع و س زاوية قياسها ٦٠°

(٩) أ جـ = ١٠ سم من فيثاغورث

جتا (∠ ب أ جـ) = $\frac{٤}{٥}$ ، جا (∠ ب أ جـ) = $\frac{٣}{٥}$

س = ٣ جتا ٠° + ٥ $\sqrt{٢}$ جتا ٤٥° = ١٤ نيوتن

ص = ٣ جا ٠° + ٥ $\sqrt{٢}$ جا ٤٥° = ١٤ نيوتن

ع = ١٤ $\sqrt{٢}$ نيوتن وتصنع زاوية مع أ ب قياسها ٤٥°

(١١) ع = (٥ + أ - ١٤) س + (٣ + ٦ + ب) ص

= (أ - ٩) س + (ب + ٩) ص (١)

∵ ع = (١٠ $\sqrt{٢}$ ، ١٣٥) = ١٠ $\sqrt{٢}$ جتا ١٣٥ س + ١٠ $\sqrt{٢}$ جا ١٣٥ ص = -١٠ س + ١٠ ص (٢)

من (١) ، (٢) ∴ أ = -١ ، ب = ١

(١٢) س = ق جتا ٠° + ٣ $\sqrt{٢}$ جتا ٤٥° + ٢ $\sqrt{٣}$ جتا ١٥٠° + $\sqrt{٣}$ جتا ٢٧٠° = ق

ص = ق جا ٠° + ٣ $\sqrt{٢}$ جا ٤٥° + ٢ $\sqrt{٣}$ جا ١٥٠° + $\sqrt{٣}$ جا ٢٧٠° = ٣

∴ ع = ق س + ٣ ص ∴ $(٣\sqrt{٢})^٢$ = ق² + ٤

∴ ق = ٣ نيوتن أى أن ع = ٣ س + ٣ ص ، ظا هـ = ١ أى هـ = ٤٥°

(١٣) س = ٤ جتا ٠° + ٢ $\sqrt{٣}$ جتا ٣٠° + ق جتا ٦٠° + ٢ $\sqrt{٣}$ جتا ٩٠° + ك جتا ١٢٠° = ٧ + $\frac{١}{٢}$ ق - $\frac{١}{٢}$ ك ،

ص = ٤ جا ٠° + ٢ $\sqrt{٣}$ جا ٣٠° + ق جا ٦٠° + ٢ $\sqrt{٣}$ جا ٩٠° + ك جا ١٢٠° = ٣ $\sqrt{٣}$ + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ق + $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ك

الوحدة الأولى: الاستاتيكا

(١٠) من بيانات الشكل . أوجد مقدار واتجاه المحصلة .

(١١) إذا كانت ق١ = ٥ س + ٣ ص ، ق٢ = أ س + ٦ ص ، ق٣ = -١٤ س + ب ص ثلاث قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة وكانت المحصلة ع = (١٠ $\sqrt{٢}$ ، ١٣٥°). أوجد قيمتي أ ، ب.

(١٢) فى الشكل المقابل: إذا كان مقدار محصلة القوى تساوى ٣ $\sqrt{٢}$ نيوتن، فأوجد قيمة ق، قياس الزاوية بين خط عمل المحصلة وخط عمل القوة الأولى .

(١٣) فى الشكل المقابل : إذا كانت محصلة القوى تساوى ٢٠ ث كجم، وتعمل فى اتجاه أ ء أوجد قيمتى ق ، ك .

تفكير إبداعى:

(١٤) **الشكل المقابل**: يبين أربع قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة (و) فى الاتجاهات الموضحة حيث جا هـ = $\frac{٤}{٥}$ ، وكانت محصلة هذه القوى تساوى ٨ $\sqrt{٢}$ نيوتن وتصنع زاوية قياسها ١٣٥° مع و س أوجد قيمتى و ، ك.

٣٠ تطبيقات الرياضيات - علمى

∵ ع = ٢٠ ث كجم وتعمل فى اتجاه أ ء

∴ ع = ١٠ س + ١٠ $\sqrt{٣}$ ص ، ومن ذلك فإن :

ق = ١٠ ث كجم ، ك = ٤ ث كجم

تفكير إبداعي:

- يطلب من الطالب التفكير فى المسألة وتحديد خطوات الحل وكيف يمكن إيجاد قيمتى ق،ك؟
- نجد أن المحصلة معطاة بطرفين غير مباشرة (مقدار زاوية الميل).
- اتجاه القوى

(١٤) س = ٢ ق - ك ، ص = $\frac{٤}{٥}$ ق + $\frac{٢}{٥}$ ك

ع = (٢ ق - ك) س + ($\frac{٤}{٥}$ ق + $\frac{٢}{٥}$ ك) ص (١)

∵ ع = ٨ $\sqrt{٢}$ جتا ١٣٥° س + ٨ $\sqrt{٢}$ جا ١٣٥ ص

= -٨ س + ٨ ص (٢)

من (١) ، (٢)

ق = ٣ نيوتن ، ك = ١٤ نيوتن.

PDF Compressor Pro

٤ - ١ اتزان جسيم تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة

Equilibrium of aparticle under the action of coplanar forces meeting at a point

خلفية

سبق أن درس الطالب إيجاد محصلة قوتين و إيجاد محصلة عدة قوى بطريقتين(الهندسية، التحليلية)، وفى هذا الدرس سوف يدرس الطالب اتزان مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة بالطريقتين الهندسية والتحليلية، ثم ينتقل إلى اتزان جسم تحت تأثير ثلاث قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة؛ مستخدمًا قاعدة مثلث القوى وقاعدة لامى والتحليل فى اتجاهين متعامدين.

أهداف الدرس

فى نهاية هذا الدرس، وتنفيذ الأنشطة فيه يتوقع من الطالب أن:

- يدرس شروط اتزان جسم تحت تأثير قوتين.
- يدرس شروط اتزان جسم تحت تأثير ثلاث قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة.
- يستخدم قاعدة مثلث القوى وقاعدة لامى لحل مسائل على اتزان جسم تحت تأثير ثلاث قوى مستوية.
- يتعرف على نظرية القوى الثلاث.
- يدرس شروط اتزان مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة.

مفردات أساسية:

قاعدة مثلث القوى - قاعدة لامى - مضلع القوى.

المواد التعليمية المستخدمة:

السبورة التعليمية- طباشير ملون - آلة حاسبة علمية - ورق مربعات - برامج رسومية (Geo Gebra) للحاسوب.

مكان التدريس:

الفصل الدراسى.

مصادر التعلم:

كتاب الطالب من صفحة (٣١) إلى ص (٤٢)- الشبكة الدولية للمعلومات .

استراتيجيات التدريس

العمل التعاونى - العصف الذهنى - الحوار والمناقشة

---

٤ - ١ اتزان جسيم تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة

Equilibrium of a particle under the action of coplanar forces meeting at a point

سوف تتعلم

- اتزان جسم تحت تأثير قوتين.
- اتزان جسم تحت تأثير ثلاث قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة.
- قاعدة مثلث القوى.
- قاعدة لامى.
- نظرية القوى الثلاث.
- اتزان مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

- قاعدة مثلث القوى. Triangle of forces rule
- قاعدة لامى. Lami`s rule
- مضلع القوى. Polygon of forces

الأدوات والوسائل

- آلة حاسبة علمية Scientific calculator
- برامج رسومية للحاسوب.

إذا أثرت قوتان أو أكثر فى جسم جاسئ، ولم يتغير وضع الجسم قيل إن هاتين القوتين أو هذه القوى متزنة، وأن الجسم متزن ، ويعد أبسط أنواع الاتزان هوالناتج عن تأثير قوتين فى جسم جاسئ.

اتزان جسم جاسئ تحت تأثير قوتين

Equilibrium of a rigid body under the action of two forces

عمل تعاونى

١- ضع جسمًا وزنه ٢٠ ث كجم على كفة ملساء لميزان ضغط أفقى، ولاحظ قراءة الميزان حينئذٍ. كما فى الشكل (١).

٢- اطلب من زميلك أن يربط نفس الجسم بخيط خفيف أملس، ويربط نهاية الخيط فى خُطاف ميزان زنبركى، ويلاحظ قراءة الميزان فى وضع السكون.

٣- قارن بين النتائج فى كل من التجربتين، ماذا تلاحظ؟

شكل (١)
رد فعل الميزان
وزن الجسم ٢٠ ث كجم

شكل (٢)
الشد فى الخيط
وزن الجسم ٢٠ ث كجم

ر = ٢٠ ث كجم   ش = ٢٠ ث كجم
و = ٢٠ ث كجم   و = ٢٠ ث كجم

نلاحظ أن:

- كل من قوتى رد الفعل ر فى التجربة الأولى وقوة الشد فى الخيط ش فى التجربة الثانية تساوى ٢٠ ث كجم وهو وزن الجسم.

تعلم

شروط اتزان جسم جاسئ تحت تأثير قوتين

يتزن الجسم الجاسئ تحت تأثير قوتين فقط إذا كانت القوتان:

١- متساويتين فى المقدار.
٢- متضادتين فى الاتجاه.
٣- خطى عملهما على استقامة واحدة.

التهيئة

- ابدأ مع طلابك السؤال التالي: كيف يكون الجسم متزنًا تحت تأثير قوتين؟
- ناقش ذلك من خلال نشاط (عمل تعاوني).

إجراءات الدرس

- وضح لطلابك أن الجسم الجاسئ الخاضع لتأثير قوتين يكون متزنًا، إذا كانت القوتان متساويتين مقدارًا ومتضادتين اتجاهًا ولهما فى نفس خط العمل.
- اطلب إلى طلابك عمل عصف ذهنى لمواقف حياتية أخرى يمكن التعبير عنها لتوازن جسم جاسئ تحت تأثير قوتين مثل: كتاب على منضدة ، مروحة معلقة فى سقف غرفة.
- أشر إلى الطلاب أنه عندما يكون الجسم الجاسئ متزنًا فإن محصلة القوى المؤثرة عليه تساوى صفرًا، وهنا يضمن الاتزان الانتقالى للجسم .

معلومات إثرائية: توجد للاتزان ثلاث حالات من الثبات وهى :

الاتزان المستقر: وفيه إذا وضع جسم لأبعاده فإنه يعود إلى وضعه الأصلى مرة أخرى، مثل رفع كتاب من أحد طرفيه على سطح منضدة، ثم تركه ليعود مرة أخرى إلى حالته الأولى.

الاتزان الغير مستقر: وفيه إذا رفع جسم لأبعاده فإنه يبتعد نهائيًا مثل دفع كرسى؛ ليستقر على رجلين فقط فإنه ينقلب عند دفعه.

الاتزان المحايد : وفيه إذا رفع الجسم لأبعاده عن حالة الاتزان فإنه ينتقل لحالة اتزان جديدة ، مثل أسطوانة موضوعة على منضدة.

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة)

إجابة حاول أن تحل ص (٣٢):

- اطلب من الطلاب أن يقوموا بالتفكير فى المسألة، ومحاولة حلها فرديًّا ثم مناقشتها جماعيًّا.

نوجد محصلة القوتين ٥ ، ١٢ نيوتن من القانون

ع = $\sqrt{\text{ق}_1^2 + \text{ق}_2^2}$ أى أن ع = $\sqrt{25 + 144}$

ع = ١٣ نيوتن.

∵ القوة (ق) ومحصلة القوتين ٥ ، ١٢ نيوتن فى حالة اتزان

∴ ق = ١٣ نيوتن.

مثال

٣ إذا كانت القوة التى مقدارها ق تتزن مع قوتان مقدارهما ٥ ، ٣ نيوتن واللتان تحصران بينهما زاوية قياسها ٦٠° فأوجد قيمة ق؟

ق ، ٣ نيوتن ، ٥ نيوتن ، ٦٠°

الحل

نوجد محصلة القوتين ٥ ، ٣ نيوتن من القانون:

ع = $\sqrt{\text{ق}_1^2 + \text{ق}_2^2 + 2\,\text{ق}_1\text{ق}_2 \text{ جتا ى}}$ ∴ ع = $\sqrt{25 + 9 + 2 \times 5 \times 3 \text{ جتا } 60^\circ}$

∴ ع = $\sqrt{25 + 9 + 15} = \sqrt{49} = 7$ نيوتن

∵ القوة (ق) ومحصلة القوتان ٥ ، ٣ نيوتن فى حالة اتزان. ∴ ق = ٧ نيوتن

حاول أنْ تحل

١ إذا كانت القوة التى مقدارها ق تتزن مع القوتين المتعامدتين التى مقدار كل منها ٥ ، ١٢ نيوتن فأوجد قيمة ق.

نقل نقطة تأثير القوة إلى أى نقطة على خط عملها

نشاط

ء ، ب ، ب_1 ، ب_2 ، أ_2 ، أ_1 ، أ ، جـ

١ أحضر الأدوات الآتية:
ميزانًا زنبركيًّا - قرصًا رقيقًا من المعدن - خيطًا - ميزانًا مائيًّا - مسطرة.

٢ اضبط النضد أفقيًّا باستخدام الميزان المائى.

٣ صل القرص بخيطين عند الثقبين أ ، ب ثم اربط الطرفين الآخرين للخيطين بميزان الزنبرك.

٤ ثبت حلقة أحد الميزانين فى مسمار مثبت فى النضد عند نقطة (جـ) واجذب الميزان الآخر ثم ثبته عند نقطة (ء) فى مسمار آخر يبعد عن المسمار الأول بحيث يكون الخيطان مشدودين كما بالشكل .

٥ أوجد مقدار الشد المؤثر فى الخيط وسجل النتائج.

٦ غير موضع تثبيت طرف الخيط من النقطة أ، إلى النقاط أ_1، أ_2، ... وكذلك تغيير الطرف الآخر للخيط من النقطة ب إلى النقاط ب_1، ب_2، ... ولاحظ قراءة ميزان الزنبرك فى كل حالة وسجل النتائج - ماذا تلاحظ؟

نلاحظ أنه عند حدوث التوازن تتساوى القراءتان تمامًا .

من النشاط السابق نستنتج أن :

إذا اتزن جسم جاسئ تحت تأثير قوتين، فإنه يمكن نقل نقطة تأثير أى من القوتين إلى نقطة أخرى على خط عملها دون أن يؤثر ذلك فى اتزان الجسم.

فى بند نشاط ص (٣٢)

- جهز الأدوات اللازمة لعمل النشاط.
- قسم طلابك إلى مجموعات مختلفة.
- اطلب من طلابك تسجيل النتائج بعد عرض خطوات النشاط المرفق صفحة ٣٢ .
- تسجيل النتائج فى الجدول التالي:

قراءة الميزان الزنبركي	تسجيل النتائج (مقدار الشد)

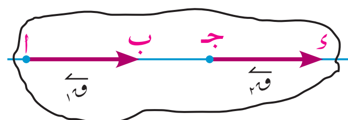
- مناقشة النتائج
- بين للطلاب أنه من النشاط السابق يمكن نقل نقطة تأثير القوة إلى أى نقطة أخرى على خط عملها دون أن يؤثر ذلك فى اتزان الجسم.

PDF Compressor Pro

PDF Compressor Pro

معلومات إثرائية:

القوتان المتكافئتان



إذا أثرت ق١ ، ق٢ فى جسم جاسئ وكان خطًّا عملهما على استقامة واحدة وفى اتجاه واحد وكان أ ب تمثل ق١ ، جـ ء تمثل ق٢ وكان أ ب = جـ ء فإنه يقال إنهما قوتان متكافئتان؛ لأن تأثيرهما على الجسم واحد.

التقييم المستمر (الحوار والمناقشة)

إجابة حاول أن تحل ص (٣٣)

(١٣)^٢ = (٧)^٢ + (٨)^٢ + ٢ × ٧ × ٨ جتا ى

ومنها ى = ٦٠°

فى بند تعلم ص (٣٣): (معلومات إثرائية)

ذكر الطلاب بمتباينة المثلث التى تنص بأن مجموع طولى ضلعين فى مثلث أكبر من طول الضلع الثالث، وعلى ذلك يمكن حل التعبير الشفهى بتمثيل القوى بأطوال واستخدام متباينة المثلث.

أ - ٣ ، ٥ ، ٩ لا تكون مثلث لأن ٣ + ٥ < ٩

ب - ٣ ، ٥ ، ٧ تمثل أطوال أضلاع فى مثلث حيث أن : ٣ + ٥ > ٧

جـ - ٤، ٦، ١٠ ا تمثل مثلث لأن : ٤ + ٦ = ١٠

حيث إن القوى فى اتجاهات مختلفة .

اتزان جسم جاسئ تحت تأثير ثلاث قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة.

¤ أشر إلى الطلاب بأنه سبق لهم دراسة اتزان جسيم تحت تأثير قوتين، وعند دراسة اتزان جسيم أو نقطة مادية أو جسم جاسئ (بحيث تتلاقى خطوط عمل القوى فى نقطة واحدة تحت تأثير ثلاث قوى؛ فإنه يمكن تمثيل هذه القوى المتزنة بأضلاع مثلث مأخوذة فى ترتيب دورى واحد، ويمكن دراسة هذا الاتزان باستخدام:

١- قاعدة مثلث القوى.

٢- قاعدة لامى.

٣- دراسة شروط الاتزان حيث سـ= ٠ ، صـ= ٠

مثال

١) القوى ٣، ٥، ٤ نيوتن متوازنة كما فى الشكل المقابل.
أوجد قياس الزاوية بين القوتين ٣، ٥ نيوتن.

الحل

∵ مجموعة القوى متزنة.

∴ محصلة القوتين ٣، ٥ نيوتن تتزن مع القوة ٤ نيوتن

ويفرض أن قياس الزاوية بين القوتين ٣، ٥ نيوتن ى فإن :

ع^٢ = ق١^٢ + ق٢^٢ + ٢ق١ ق٢ جتا ى

بالتعويض عن : ع = ٤ ، ق١ = ٣ ، ق٢ = ٥

١٦ = ٩ + ٢٥ + ٢ × ٣ × ٥ جتا ى   ٣٠ جتا ى = -١٨

أى أن جتا ى = -٣/٥

∴ ق(∠ى) = ١٨٠° - ٤٩ً ٧َ ٥٣° = ١١ً ٥٢َ ١٢٦°

٥ نيوتن
٣ نيوتن
٤ نيوتن
ى
أ
ب

حاول أنْ تحل

٢) إذا كانت القوى ٧، ٨، ١٣ نيوتن متوازنة فأوجد قياس الزاوية بين القوتين الأولى والثانية.

اتزان جسم جاسئ تحت تأثير ثلاث قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة

Equilibrium of arigid body under the action of three coplanar forces meeting at apoint

سبق أن درست شروط اتزان جسم جاسئ تحت تأثير قوتين ، وسوف ندرس توازن ثلاث قوى تقع خطوط عملها فى مستوى واحد وتتلاقى فى نقطة واحدة ، وهذه القوى إما أن تؤثر فى نقطة مادية (أوجسيم) أو تؤثر على جسم بحيث تتلاقى خطوط عملها فى نقطة واحدة.

تعلم

إذا أمكن تمثيل ثلاث قوى مستوية متلاقية فى نقطة بأضلاع مثلث مأخوذة فى ترتيب دورى واحد فإن هذه القوى تكون متزنة.

ففى الشكل المقابل :

لكى تتزن القوى الثلاث يجب أن تكون مقاديرها تصلح لأن تكون أطوال أضلاع مثلث .

ق١
ق٢
ق٣

تعبير شفهى :

بين أيًّا من القوى التى لها المقادير الآتية يمكن أن تكون متزنة ؟ فسر إجابتك.
على اعتبار أن القوى تؤثر فى نقطة واحدة و فى اتجاهات مختلفة.

أ) ٣، ٥، ٩ نيوتن   ب) ٣، ٥، ٧ نيوتن   جـ) ٤، ١٠، ٦ نيوتن.

قاعدة مثلث القوى *Triangle of forces*

شكل (١): يمثل القوتان ق١ ، ق٢ تؤثران على جسم جاسئ تعملان فى و أ ، و ب

وتكون محصلة هاتين القوتين هي (ق١ + ق٢) والتى تعمل فى القطر و جـ من متوازى الأضلاع و أ جـ ب.

ق٣ تساوى (ق١ + ق٢) فى المقدار وتضادهما فى الاتجاه

أىْ أنَّ: ق١ + ق٢ + ق٣ = ٠ ∴ ق١ ، ق٢ ، ق٣ مجموعة متزنة.

ب
جـ
ق٢
ق١ + ق٢
و
أ
ق١
ق٣
شكل (١)

تحقق من فهمك

بين أن مجموعة القوى ق١ ، ق٢ ، ق٣ مجموعة متزنة حيث :

ق١ = ٢ سـ - صـ ، ق٢ = سـ + ٣ صـ ، ق٣ = -٣ سـ - ٢ صـ

شكل (٢): يمثل مثلث القوى للمجموعة المتزنة ق١ ، ق٢ ، ق٣

حيث إن أطوال أضلاع المثلث تكون متناسبة مع مقادير القوى المتناظرة.

أىْ أنَّ: ق١ / و أ = ق٢ / أ جـ = ق٣ / جـ و

جـ
ق٢
ق٣
و
أ
ق١
شكل (٢)

أى أن: إذا اتزنت ثلاث قوى متلاقية فى نقطة، ورسم مثلث أضلاعه توازى خطوط عمل القوى، فإن أطوال أضلاع المثلث تكون متناسبة مع مقادير القوى المناظرة.

فكر: استخدم قاعدة الجيب لإثبات قاعدة مثلث القوى.

مثال

٢) عُلِّقَ ثُقل مقداره ١٢ نيوتن فى أحد طرفى خيط خفيف طوله ١٣٠سم، والطرف الآخر للخيط مثبت فى نقطة على حائط رأسي، جذب الجسم بتأثير قوة أفقية حتى اتزن وهو على بعد ٥٠سم من الحائط. أوجد مقدار كل من القوة والشد فى الخيط.

الحل

الثقل متزن تحت تأثير القوى الثلاث:

- قوة الوزن (١٢ نيوتن) وتعمل رأسيًّا لأسفل.
- القوة الأفقية ق.
- الشد فى الخيط ش ويعمل فى ب أ

نوجد طول أ جـ من فيثاغورث.

أ جـ = √((١٣٠)^٢ - (٥٠)^٢) = ١٢٠ سم

المثلث ب أ جـ مثلث القوى:

ش / ١٣٠ = ١٢ / ١٢٠ = ق / ٥٠

ش = ١٣ نيوتن ، ق = ٥ نيوتن

أ
ش
جـ
ب
ق
١٢
١٢٠ سم
١٣٠ سم
٥٠ سم

PDF Compressor Pro

٣- إجابة حاول أن تحل ص ٣٥:

بتطبيق قاعدة مثلث القوى.

$\frac{و}{٣٠} = \frac{ش}{٥٠} = \frac{١٦}{٤٠}$ ومنها

∴ و = ١٢ نيوتن .   ش = ٢٠ نيوتن.

٤- إجابة حاول أن تحل ص ٣٥

بتطبيق قاعدة لامى:

$$\frac{و_١}{جا ١٣٠°} = \frac{و_٢}{جا ١٢٠°} = \frac{١٠}{جا ١١٠°}$$

$$و_١ = ١٠ \times \frac{جا ١٣٠°}{جا ١١٠°} \simeq ٨,١٥٢ \text{ نيوتن}$$

$$و_٢ = ١٠ \times \frac{جا ١٢٠°}{جا ١١٠°} \simeq ٩,٢١٦ \text{ نيوتن.}$$

تمارين إثرائية:

١- مصباح وزنه ١٠ نيوتن معلق رأسيًّا من سقف حجرة بواسطة سلك طوله ٧٥سم، جذب المصباح بقوة أفقية مقدارها و حتى أصبح على بعد ٦٠سم من سقف الحجرة. أوجد مقدار و وكذلك الشد فى السلك.

الإجابة : [و = ٧,٥ نيوتن ، ســ = ١٢,٥ نيوتن]

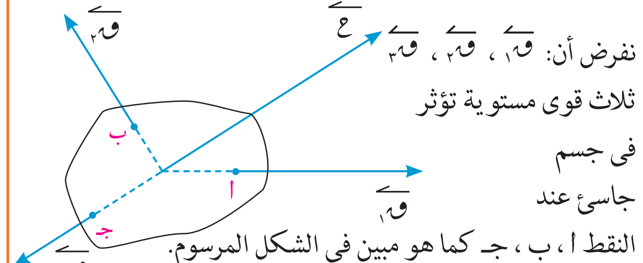
٢- جسم وزنه ١٥ نيوتن معلق فى خيط مثبت طرفه الخالص فى نقطة على حائط رأسى، أثرت عليه قوة أفقية جعلت الخيط يميل على الحائط بزاوية ٦٠°. أوجد الشد فى الخيط ومقدار القوة.

الإجابة: [ســ = ٣٠ نيوتن، و = ١٥ $\sqrt{٣}$ نيوتن]

فى بند قاعدة على (نظرية القوى الثلاث):

أشر إلى الطلاب أنه يمكن إثبات هذه النظرية على النحو الآتي:

نفرض أن: $\overrightarrow{و_١}$ ، $\overrightarrow{و_٢}$ ، $\overrightarrow{و_٣}$ ثلاث قوى مستوية تؤثر فى جسم جاسئ عند النقط ا ، ب ، جـ كما هو مبين فى الشكل المرسوم



نفرض أن خطى عمل القوتين $\overrightarrow{و_١}$ ، $\overrightarrow{و_٢}$ تلاقيا فى نقطة (و)

∴ محصلتهما $\overrightarrow{ح}$ تمر بنفس نقطة (و).

∵ $\overrightarrow{و_١}$ ، $\overrightarrow{و_٢}$ ، $\overrightarrow{و_٣}$ متزنة   ∴ $\overrightarrow{ح}$ ، $\overrightarrow{و_٣}$ متزنتان

∴ $\overrightarrow{ح}$ ، $\overrightarrow{و_٣}$ متساويتان فى المقدار ومتضادتان فى الاتجاه وخط عملهما على استقامة واحدة.

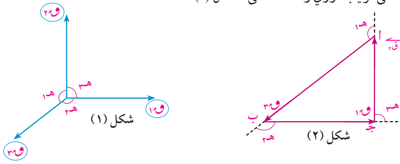
∴ خط عمل $\overrightarrow{و_٣}$ يمر بنقطة (و).

حاول أن تحل

٣ علق ثقل مقداره ١٦ نيوتن فى أحد طرفى خيط خفيف طوله ٥٠سم، مثبت طرفه الآخر فى نقطة فى سقف الحجرة أزيح الثقل بقوة أفقية، حتى اتزن وهو على بعد ٤٠سم من السقف، أوجد مقدار القوة الأفقية والشد فى الخيط.

قاعدة لامى *lami's theorem*

إذا أثرت القوى $\overrightarrow{ق_١}$ ، $\overrightarrow{ق_٢}$ ، $\overrightarrow{ق_٣}$ فى نقطة مادية كما فى الشكل (١) وكانت متزنة فإنه يُمكن تمثيلها بأضلاع المثلث مأخوذة فى ترتيب دوري واحد كما فى الشكل (٢)



باستخدام قاعدة الجيب نجد أن:

$$\frac{ب جـ}{جا(١٨٠ - هـ_١)} = \frac{جـ ا}{جا(١٨٠ - هـ_٢)} = \frac{ا ب}{جا(١٨٠ - هـ_٣)}$$ أى أنّ $$\frac{ق_١}{جا هـ_١} = \frac{ق_٢}{جا هـ_٢} = \frac{ق_٣}{جا هـ_٣}$$

إذا أتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى مستوية متلاقية فى نقطة فإن مقدار كل قوة يتناسب مع جيب الزاوية المحصورة بين القوتين الأخرتين.

مثال

٣ ثلاث قوى مقاديرها ٦٠ ، ق ، ك نيوتن متزنة ومتلاقية فى نقطة فإذا كان قياس الزاوية بين القوتين الأولى والثانية ١٢٠° وبين الثانية والثالثة ٩٠°. فأوجد مقدار كل من ق ، ك.

الحل

المجموعة متزنة تحت تأثير القوى الثلاث الآتية:

القوة ٦٠ نيوتن ، القوة ق نيوتن ، القوة ك نيوتن بتطبيق قاعدة لامى:

$$\frac{٦٠}{جا ٩٠°} = \frac{ق}{جا ١٥٠°} = \frac{ك}{جا ١٢٠°}$$

$$\frac{٦٠}{١} = ٢ق = \frac{٢ك}{\sqrt{٣}}$$

أى أنّ: ق = ٣٠ نيوتن ، ك = ٣٠$\sqrt{٣}$ نيوتن

حاول أن تحل

٤ فى الشكل المقابل ثقل مقداره ١٠ نيوتن معلق بخيطين يميل الأول على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° و يميل الآخر على الأفقى بزاوية قياسها ٤٠°. أوجد $ق_١$ ، $ق_٢$ فى حالة الاتزان.

قاعدة:

إذا اتزن جسم جاسئ تحت تأثير ثلاث قوى غير متوازية ومستوية فإن خطوط عمل هذه القوى تتلاقى فى نقطة واحدة.

مثال توضيحي: إذا اتزن قضيب منتظم السمك والكثافة وزنه (و) على حائط رأسى أملس وأرض أفقية خشنة فإن:

◄ مركز ثقل وزن القضيب يعمل فى منتصفه واتجاهه رأسيًّا لأسفل.

◄ رد فعل الحائط الرأسى ($ر_١$) يكون عموديًا على الحائط ويعمل فى اتجاه ب ى.

◄ رد فعل الأرض الأفقية الخشنة ($ر_٢$) غير محدد الاتجاه ولتحديد اتجاهه نرسم ا ى الذى يمر بالنقطة ى (نقطة تلاقى خطى عمل و ، $ر_١$) كما فى الشكل.

مثال

٤ كرة معدنية منتظمة ملساء وزنها ١,٥ ث كجم وطول نصف قطرها ٢٥سم ، ربطت من إحدى نقط سطحها ب بخيط طوله ٢٥سم ومربوط طرفه الآخر ا من نقطة فى حائط رأسى أملس فاتزنت الكرة وهى مستندة على الحائط. أوجد مقدار الشد فى الخيط ومقدار رد فعل الحائط.

تذكر أن: مركز ثقل الكرة المتجانسة يقع فى مركزها الهندسي.

الحل

الكرة متزنة تحت تأثير القوى الثلاث:

◄ وزن الكرة ١,٥ ث كجم ويؤثر رأسيًّا لأسفل.

◄ رد فعل الحائط على الكرة (ر) و يؤثر عند نقطة تماس الكرة مع الحائط، و يعمل فى اتجاه عمودى على الحائط مارًّا بالمركز (م).

◄ الشد فى الخيط (ش) ويعمل فى اتجاه ب ا ويمر بالمركز (م) نقطة تلاقى قوتي وزن الكرة ورد فعل الحائط.(نظرية)

المثلث م ا جـ هو مثلث القوى، حيث

م ا = ٢٥ + ٢٥ = ٥٠ سم

ومن نظرية فيثاغورث: ا جـ = $\sqrt{(٥٠)^٢ - (٢٥)^٢}$ = ٢٥$\sqrt{٣}$ سم

وبتطبيق قاعدة مثلث القوى:

$$\frac{ش}{٥٠} = \frac{١,٥}{٢٥\sqrt{٣}} = \frac{ر}{٢٥}$$

أى أنّ: ش = $\sqrt{٣}$ ث كجم ، ر = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ث كجم

∴ خطوط عمل القوى الثلاث تتلاقى فى نقطة واحدة.

إرشادات للدراسة

يمكن تلخيص قواعد اتزان جسم جاسئ كالآتى:

١- إذا اتزن جسم تحت تأثير قوتين، فإنهما تكونان متساويتين فى المقدار، ومتضادتين فى الاتجاه، وخط عملهما على استقامة واحدة.

٢- إذا اتزن جسم جاسئ تحت تأثير ثلاث قوى مستوية غير متوازية، فإن خطوط عملها تتلاقى جميعًا فى نقطة واحدة.

٣- إذا اتزن جسم متماسك تحت تأثير عدد محدود من القوى المتلاقية فى نقطة، فإن شروط الاتزان هى المجموع الجبرى للمركبات الجبرية لهذه القوى فى أى اتجاه تتلاشى.

التقييم المستمر: (المناقشة والحوار)

⌑ ناقش مع طلابك بنود حاول أن تحل ص (٣٧) ، ص (٣٨) وتوصل معهم إلى الإجابات الصحيحة .

الاجابات:

(٥) $\frac{\text{ر}}{\text{جا}(٩٠+\text{هـ})} = \frac{١٠٠}{\text{جا}(١٨٠-\text{هـ})} = \frac{\text{ش}}{\text{جا}٩٠}$

$\frac{\text{ر}}{\text{جتا هـ}} = \frac{١٠٠}{\text{جا هـ}} = \text{ش}$ ، $\frac{٥\text{ر}}{٣} = \frac{١٠٠ \times ٥}{٤} = \text{ش}$

ش = ١٢٥ ث جم ، ر = ٧٥ ث جم

(٦) $\frac{\text{ق}}{\text{جا }١٥٠} = \frac{\text{ش}}{\text{جا }١٢٠} = \frac{٦٠٠}{\text{جا }٩٠}$

$\text{ق} = ٦٠٠ \times \frac{١}{٢} = ٣٠٠$ ث كجم

$\text{ش} = ٦٠٠ \times \frac{\sqrt{٣}}{٢} = ٣٠٠\sqrt{٣}$ ث كجم

استخدام التكنولوجيا

⌑ اطلب إلى الطلاب استخدام برنامج (Geo Gebra) فى تمثيل مجموعات أخرى من القوى المستوية والمتلاقية فى نقطة والمتزنة، والملاحظ أن هذه المجموعات من القوى عندما تكون مأخوذة فى ترتيب دورى واحد؛ فإنها تكون مضلع قوى مقفلًا، وإذا استخدمنا الطريقة التحليلية لاتزان هذه المجموعة نجد أن.

- المجموع الجبرى لمركبات القوى فى اتجاه $\overleftarrow{\text{و س}}$ = صفر.
- المجموع الجبرى لمركبات القوى فى اتجاه $\overleftarrow{\text{و ص}}$ = صفر.

فكر: هل يمكنك حل المسألة السابقة بطرق أخرى؟ اذكر هذه الطرق ثم حل المسألة بإحدى هذه الطرق.

حاول أنْ تحل

⑤ كرة منتظمة ملساء وزنها ١٠٠ ث جم وطول نصف قطرها ٣٠سم معلقة من نقطة على سطحها بأحد طرفى خيط خفيف طوله ٢٠سم، ومثبت طرفه الآخر فى نقطة من حائط رأسى أملس. أوجد فى وضع التوازن كلًّا من الشد فى الخيط ورد فعل الحائط.

مثال

⑤ علق قضيب منتظم طوله ١٠٠سم ووزنه ٣٠ نيوتن من طرفيه بحبلين ثبت طرفاهما فى خُطّاف ، فإذا كان الحبلان متعامدين، وطول أحدهما ٥٠سم. فأوجد مقدار الشد فى كل من الحبلين عندما يكون القضيب معلقًا تعليقًا حرًّا مطلقًا وفى حالة اتزان.

ش١ ، ش٢ ، جـ ، ٦٠° ، ٣٠° ، ٥٠ سم ، ٥٠ سم ، ٥٠ سم ، ا ، ب ، ى ، ٣٠ نيوتن

الحل

القضيب متزن تحت تأثير القوى الثلاث:

وزنه ٣٠ نيوتن، ويعمل رأسيًّا لأسفل ويؤثر عند منتصفه ، الشد فى الحبلين ش١ ، ش٢ ويعملان فى الاتجاهين $\overleftarrow{\text{ا جـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{ب جـ}}$ على الترتيب ويتقاطعان على التعامد عند نقطة جـ.

∵ $\overline{\text{جـ ى}}$ مرسومة من رأس القائمة إلى منتصف الوتر

∴ جـ ى = $\frac{١}{٢}$ ا ب = ٥٠سم

∴ ا جـ ى مثلث متساوى الأضلاع

∴ ق(∠ا جـ ى) = ٦٠° ، ق(∠ب جـ ى) = ٣٠°

أضف إلى معلوماتك: إذا مر خيط على بكرة ملساء، وكان الخيط مشدودًا فإن الشدين على جانبى البكرة متساوى.

بتطبيق قاعدة لامى:

$\frac{\text{ش}_١}{\text{جا }١٥٠°} = \frac{\text{ش}_٢}{\text{جا }١٢٠°} = \frac{٣٠}{\text{جا }٩٠°}$ ومنها ش١ = ١٥ نيوتن ، ش٢ = $١٥\sqrt{٣}$ نيوتن

فكر: استخدم طرق أخرى لحل المسألة السابقة.

مثال

⑥ **فى الشكل المقابل:** ثقل مقداره ك معلق فى طرف خيط وينتهى طرف الخيط بخيطين يمران على بكرتين ملساوتين عند ب ، جـ ويحملان ثقلين مقدار كل منهما ٣٠ ، ٢٠ ث جم. أوجد مقدار الثقل ك ، قياس زاوية هـ فى وضع الاتزان

ب ، جـ ، ش١ ، ش٢ ، ٣٠ ث كجم ، ٢٠ ث كجم ، ٦٠° ، هـ ، ا ، الأفقي ، ك ث كجم

الحل

فى الشكل السابق: نفرض أن ش١ ، ش٢ هما الشدان فى الخيطين ويعملان فى اتجاهى $\overleftarrow{\text{ا ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{ا جـ}}$

البكرتان ملساوتان لذلك فإن: ش١ = ٣٠ ث كجم ، ش٢ = ٢٠ث كجم

الجسم الذى ثقله ك متزن تحت تأثير القوى الثلاث:

وزن الجسم ك ث كجم والشد فى الخيطين ش١ ، ش٢

لاحظ أن: بكرة ملساء ، ش ، ش ، الشد متساوٍ فى طرفي الخيط.

بتطبيق قاعدة لامى:

$\frac{٣٠}{\text{جا}(٩٠° + \text{هـ})} = \frac{٢٠}{\text{جا}(٦٠° + ٩٠°)} = \frac{\text{ك}}{\text{جا}[١٨٠° - (\text{هـ} + ٦٠°)]}$ وبالتبسيط

$\frac{٣٠}{\text{جتا هـ}} = ٤٠ = \frac{\text{ك}}{\text{جا}(\text{هـ} + ٦٠°)}$

تذكر أن: جا(٩٠° + هـ) = جتا هـ ، جا(١٨٠° - هـ) = جا هـ

أىْ أنَّ جتا هـ = $\frac{٣}{٤}$ أي أن ق(∠هـ) = ٤١° ٢٤′ ٣٥″

ك = ٤٠ × جا (٤١° ٢٤′ ٥″ + ٦٠°)

أىْ أنَّ ك ≃ ٣٩,٢١٠٧ ث كجم

حاول أنْ تحل

⑥ أزيحت كرة بندول وزنها ٦٠٠ث جم؛ حتى صار الخيط يصنع زاوية قياسها ٣٠° مع الرأس تحت تأثير قوة على الكرة فى اتجاه عمودى على الخيط. أوجد مقدار القوة ومقدار الشد فى الخيط.

اتزان جسم تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية والمتلاقية فى نقطة

نشاط

مضلع القوى: *Polygon of forces*

باستخدام برنامج (*Geo Gebra*):

مثل القوى التى مقاديرها ٤٠٠ ، ١٠٠ ، ٣٠٠ ، ١٠٠ داين والتى تعمل بزوايا قطبية قياساتها كالآتى: ٠° ، ١٢٠° ، ١٨٠° ، ٢٤٠° على الترتيب. ماذا تلاحظ؟

نلاحظ ان:

➢ نقطة نهاية خط عمل القوة الأخيرة ينطبق على نقطة بداية خط عمل القوة الأولى فى مضلع القوى الموضح بالشكل.

ص ، س ، و ، ا ، ب ، جـ ، ٢٤٠° ، ١٨٠° ، ١٢٠° ، ٣٠٠ ، ١٠٠ ، ١٠٠ ، ٤٠٠

أىْ أنَّه قد تكوَّن مضلع القوى المقفل و ا ب جـ.

نستنتج من هذا النشاط أنَّ:

الشرط اللازم والكافى لاتزانِ مجموعةٍ من القوى المستوية والمتلاقية فى نقطة هو أن تُمثِّل هذه القوى بأضلاع مضلع مقفل مأخوذة فى اتجاه دورى واحد.

PDF Compressor Pro

ملاحظة: يمكن تحميل أحدث نسخة مجانية من برنامج الرياضيات لرسم المنحنيات والهندسة (geogebra) من الشبكة العنكبوتية، وهو يدعم اللغة العربية وهو مكتوب بلغة (جافا) ويفيد فى جميع أفرع الرياضيات.

حاول أن تحل ص (٣٩):

(٧) ∵ ع⃖ = ق⃖١ + ق⃖٢ + ق⃖٣

∴ ع⃖ = (٤ - ا - ٦) س⃖ + (- ٣ - ٢ + ب) ص⃖ = ٠⃖

∴ - ا - ٢ = ٠ أى ا = - ٢ ، - ٥ + ب = ٠ أى ب = ٥

معلومات إثرائية:

اتزان مجموعة من القوى بوجه عام :

إذا انعدم مجموع القوى (ع⃖ = ٠⃖) وانعدم عزم المجموعة بالنسبة لكل نقطة (ج⃖ = ٠⃖) قيل إن مجموعة القوى متوازنة، و إذا أثرت مثل هذه المجموعة من القوى على جسم ما قيل إن هذا الجسم متزن .

أى أن الشروط الكافية واللازمة لاتزان مجموعة من القوى هى :

١- متجه مجموع القوى = ٠⃖

٢- ينعدم عزم المجموعة بالنسبة لنقطة واحدة . وتكتب رمزيًا كالآتى: س = ٠ ، ص = ٠ ، ج = ٠

حيث تظل الشروط الكافية واللازمة لتوازن مجموعة القوى صحيحة فى حالة أن يكون متجها الوحدة س⃖ ، ص⃖ غير متوازيين (ولكن ليس متعامدين بالضرورة).

حاول أن تحل ص (٤٠) رقم (٨)

ق + ٥ جتاى - ٦ $\sqrt{١٠}$ جتاص = ٠

ق + ٥ × $\frac{٤}{٥}$ - ٦ × $\sqrt{١٠}$ × $\frac{١}{\sqrt{١٠}}$ = ٠

ق + ٤ - ٦ = ٠ ، ق = ٢ ،

٥حاس + ك - ٦ $\sqrt{١٠}$ حاص = ٠ ∵ جا س = $\frac{٣}{٥}$

، جا ص = $\frac{٣}{\sqrt{١٠}}$ ∴ ك = ١٥

الطريقة التحليلية لدراسة اتزان مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة.

فى النشاط السابق يمكن إيجاد المركبتين السينية والصادية لمجموعة القوى كالآتى:

س = ٤٠٠ جتا٠° + ١٠٠ جتا ١٢٠° + ٣٠٠ جتا ١٨٠° + ١٠٠ جتا ٢٤٠°

= ٤٠٠ - ١٠٠ × $\frac{١}{٢}$ - ٣٠٠ - ١٠٠ × $\frac{١}{٢}$ = صفر

ص = ٤٠٠ جا٠° + ١٠٠ جا ١٢٠° + ٣٠٠ جا ١٨٠° + ١٠٠ جا ٢٤٠°

= ٠ + ٥٠ $\sqrt{٣}$ + ٠ - ٥٠ $\sqrt{٣}$ = صفر

نستنتج من ذلك أنه لكى تكون مجموعة القوى المستوية والمتلاقية فى نقطة متزنه يجب أن تكون:

- المجموع الجبرى لمركبات القوى فى اتجاه و س⃖ = صفر
- المجموع الجبرى لمركبات القوى فى اتجاه و ص⃖ = صفر

أىْ أنَّ س = صفر ، ص = صفر

ويمكن التعبير عن شرط توازن مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة كما يأتى : إذا اتزن جسم تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة فإن المجموع الجبرى للمركبات الجبرية لهذه القوى فى كل من اتجاهين متعامدين يساوى صفرًا.

مثال

(١) إذا كانت ق⃖١ = ٥ س⃖ - ٣ ص⃖ ، ق⃖٢ = - ٧ س⃖ + ٢ ص⃖ ، ق⃖٣ = ٢ س⃖ + ص⃖ فأثبت أن مجموعة القوى ق⃖١ ، ق⃖٢ ، ق⃖٣ متوازنة.

الحل

∵ ع⃖ = ق⃖١ + ق⃖٢ + ق⃖٣

∴ ع⃖ = (٥ - ٧ + ٢) س⃖ + (- ٣ + ٢ + ١) ص⃖ = ٠⃖ أىْ أنَّ مجموعة القوى متزنة.

حاول أنْ تحل

(٧) إذا كانت القوى ق⃖١ = ٤ س⃖ - ٣ ص⃖ ، ق⃖٢ = - ا س⃖ - ٢ ص⃖ ، ق⃖٣ = - ٦ س⃖ + ب ص⃖ متلاقية فى نقطة ومتزنة فأوجد قيمة كل من ا ، ب.

مثال

(٢) **الشكل المقابل:** يمثل القوى ١٦ ، ٢٠ ، ١٢ $\sqrt{٢}$ ، ٤ $\sqrt{٥}$ نيوتن ،والتى توثر فى المربع ا ب جـ ى فى الاتجاهات ا ب ، ا ى ، جـ ا ، هـ ا على الترتيب حيث هـ منتصف جـ ى. أثبت أنَّ مجموعة القوى متزنة.

الحل

من الشكل المقابل نجد أن القوى ١٦ ، ٢٠ ، ١٢ $\sqrt{٢}$ ، ٤ $\sqrt{٥}$ نيوتن

زواياها القطبية هي: ٠° ، ٩٠° ، ٢٢٥° ، (١٨٠° + θ)

∴ س = ١٦ جتا ٠° + ٢٠جتا ٩٠°

+ ١٢ $\sqrt{٢}$ جتا ٢٢٥° + ٤ $\sqrt{٥}$ جتا (١٨٠° + θ)

= ١٦ + ٠ - ١٢ $\sqrt{٢}$ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ - ٤ $\sqrt{٥}$ × جتا θ

= ١٦ - ١٢ - ٤ $\sqrt{٥}$ × $\frac{١}{\sqrt{٥}}$ = صفر

ص = ١٦ جا ٠° + ٢٠جا ٩٠° + ١٢ $\sqrt{٢}$ جا ٢٢٥°

+ ٤ $\sqrt{٥}$ جا (١٨٠° + θ)

= ٠ + ٢٠ - ١٢ $\sqrt{٢}$ × $\frac{١}{\sqrt{٢}}$ - ٤ $\sqrt{٥}$ جا θ

= ٢٠ - ١٢ - ٤ $\sqrt{٥}$ × $\frac{٢}{\sqrt{٥}}$ = صفر

س = صفر ، ص = صفر

∴ المجموعة متزنة.

لاحظ أن

جتا (١٨٠° + θ) = - جتا θ

حاول أنْ تحل

(٨) **الشكل المقابل:** يمثل القوى التى مقاديرها ق ، ٥ ، ك ، ٦ $\sqrt{١٠}$ نيوتن والمتزنة، والتى تؤثر فى المستطيل ا ب جـ ى فى الاتجاهات جـ ب ، جـ ا ، جـ ى ، هـ جـ حيث ا ب = ٦سم ، ب جـ = ٨سم ، ا هـ = ٦سم. أوجد قيمة ق ، ك.

تمـــاريـن (ا - ٤)

أكمل مايأتى:

(١) الشرط اللازم والكافى لاتزان مجموعة من القوى المستوية والمتلاقية فى نقطة هو أن تمثل هندسيًّا بـ ....

(٢) شرط اتزان مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة هى أن تكون .... ، ....

(٣) إذا كانت ق⃖١ = ٤ س⃖ + ب ص⃖ ، ق⃖٢ = - ٧ س⃖ - ٢ ص⃖ ، ق⃖٣ = ا س⃖ - ٣ ص⃖ متزنة فإن:
ا = ... ، ب = ...

(٤) إذا كانت القوة التى مقدارها ق متزنة مع قوتين متعامدتين مقدارهما ٣ ، ٤ نيوتن فإن مقدار ق = ...

(٥) إذا مُثلت ثلاث قوى مستوية ومتزنة ومأخوذة فى اتجاه دورى واحد بأضلاع مثلث فإن أطوال أضلاع المثلث تكون متناسبة مع ....

PDF Compressor Pro

⑥ إذا اتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى مستوية ومتلاقية فى نقطة فإن مقدار كل قوة يتناسب مع ....

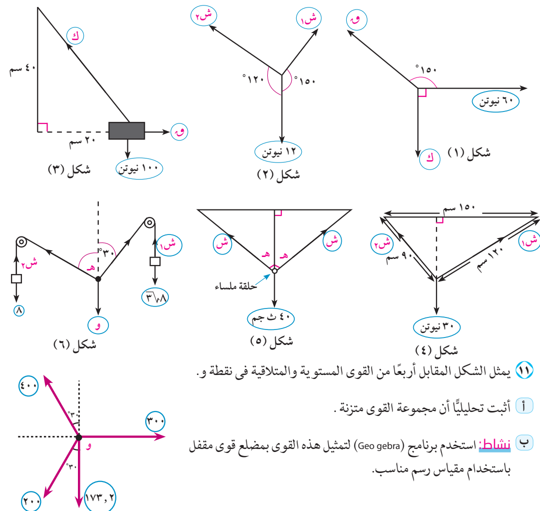
⑦ إذا اتزن جسم تحت تأثير ثلاث قوى غير متوازية ومستوية فإن خطوط عمل هذه القوى ....

⑧ ثلاث قوى متساوية فى المقدار ومتلاقية فى نقطة ومتزنة فإن قياس الزاوية بين أى قوتين يساوي ....

⑨ **فى الشكل المقابل:** مجموعة القوى متزنة ومتلاقية فى نقطة

$ش_١$ = ... نيوتن ، $ش_٢$ = ...نيوتن.

⑩ يمثل كل شكل من الأشكال الآتية مجموعة من القوى المستوية المتزنة والمتلاقية فى نقطة. أوجد القيمة المجهولة سواء كانت قوة أو قياس زاوية:



⑪ يمثل الشكل المقابل أربعًا من القوى المستوية والمتلاقية فى نقطة و.

أ أثبت تحليليًّا أن مجموعة القوى متزنة .

ب نشاط: استخدم برنامج (Geo gebra) لتمثيل هذه القوى بمضلع قوى مقفل باستخدام مقياس رسم مناسب.

عمل تعاونى :

فى بند شروط اتزان جسم جاسئ تحت تأثير قوتين:

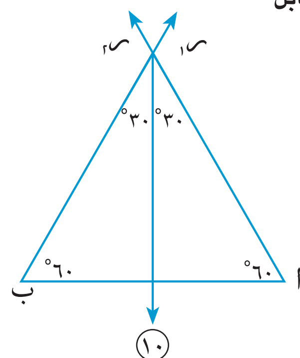
⌑ اطلب إلى طلابك عمل عصف ذهنى لمواقف حياتية أخرى يمكن التعبير عنها لتوازن جسم جاسئ تحت تأثير قوتين.

تمرين إثرائى :

كرة مصمتة ترتكز علي قضيبين متوازيين يقعان فى مستوى أفقى واحد، البعد بينهما يساوى طول نصف قطر الدائرة . أوجد الضغط على كل من القضيبين إذا كان وزن الكرة ١٠ نيوتن .

الحل:

من الشكل المقابل



بفرض أن ا ، ب ، جـ نقطتى ارتكاز الكرة على القضيبين.

ر د الفعل عند ا عمودى على القضيب وكذلك عند ب و يلتقيان مع قوة الوزن فى مركز الكرة

$$∴ \frac{ى_١}{جا ١٥٠} = \frac{ى_٢}{جا ١٥٠} = \frac{١٠}{جا ٦٠}$$

$$ى_١ = ى_٢ = \frac{١٠ جا ١٥٠}{جا ٦٠}$$

$$= \frac{١٠\sqrt{٣}}{٣} \text{ نيوتن}$$

إجابات بعض تمارين (١-٤):

① مضلع مقفل

② س = ٠ ، ص = ٠

③ ٣ ، ٥

⑧ ١٢٠°

⑨ $ش_١$ = ٣ نيوتن ، $ش_٢$ = $٣\sqrt{٣}$ نيوتن

⑩ **شكل (١):** ك = $٢٠\sqrt{٣}$ نيوتن، ق = $٤٠\sqrt{٣}$ نيوتن

شكل (٢): $ش_١$ = $٦\sqrt{٣}$ نيوتن، $ش_٢$ = ٦ نيوتن.

شكل (٣): ك = $٥٠\sqrt{٥}$ نيوتن، ق = ٥٠ نيوتن

شكل (٤): $ش_١$ = ١٨ نيوتن ، $ش_٢$ = ٢٤ نيوتن.

شكل (٥): ش = $٢٠\sqrt{٢}$ ث جم

شكل (٦): $\frac{٨\sqrt{٣}}{جا(١٨٠ - هـ)} = \frac{٨}{جا ١٥٠°} = \frac{و}{جا(٣٠ + هـ)}$

ق(∠هـ) = ٦٠° ، و = ١٦ وحدة قوة

⑪ $س = ٣٠٠ + ٤٠٠ جتا ١٢٠° + ٢٠٠ جتا ٢٤٠° + ٠$ ، س = صفر،

$ص = ٠ + ٤٠٠ جا ١٢٠° + ٢٠٠ جا ٢٤٠° - ١٧٣,٢$

ص ≃ صفر

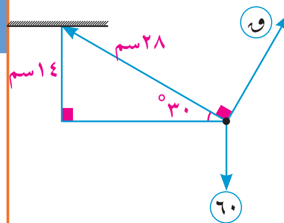
∴ المجموعة متزنة.

PDF Compressor Pro

(١٢) $\frac{\text{و}}{\text{جا}١٢٠°} = \frac{\text{ش}}{\text{جا}١٥٠°} = \frac{٦٠}{\text{جا}٩٠°}$

ومنها: و = ٣٠ $\sqrt{٣}$ ث جم ،

س = ٣٠ ث جم.

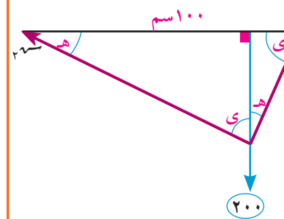


(١٣) $\frac{\text{ش}_١}{\text{جا}(١٨٠° - \text{س})} = \frac{\text{ش}_١}{\text{جا}(١٨٠° - \text{هـ})}$

$= \frac{٢٠٠}{\text{جا}٩٠°}$

$\text{ش}_١ = ٢٠٠ \times \frac{٤}{٥} = ١٦٠$ ث جم.

$\text{ش}_٢ = ٢٠٠ \times \frac{٣}{٥} = ١٢٠$ ث.جم



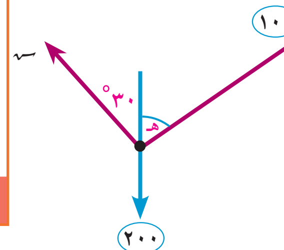
(١٤) $\frac{١٠٠}{\text{جا}١٥٠°} = \frac{\text{ش}}{\text{جا}(١٨٠° - \text{هـ})}$

$= \frac{٢٠٠}{\text{جا}(٣٠° - \text{هـ})}$

$= \frac{٢٠٠}{\text{جا}(٣٠° - \text{هـ})} = ٢٠٠$

∴ جا (٣٠° + هـ) = ٩٠

هـ = ٦٠° ، س = ١٠٠ $\sqrt{٣}$ ث جم



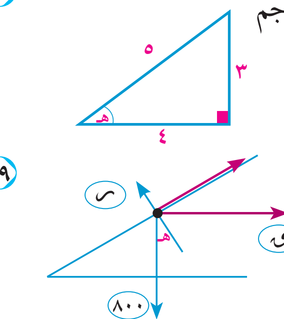
(١٥) $\frac{\text{ر}}{\text{جا}٩٠°} = \frac{\text{و}}{\text{جا}(١٨٠° - \text{هـ})}$

$= \frac{٨٠٠}{\text{جا}(٩٠° + \text{هـ})}$

$\text{ر} = \frac{\text{و}}{\text{جا هـ}} = \frac{٨٠٠}{\text{جتا هـ}}$

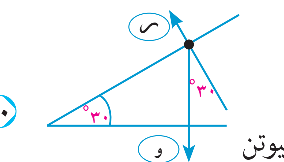
ظا هـ = $\frac{\text{و}}{٨٠٠} = \frac{١}{٢}$ ومنها

و = ٦٠٠ ث.جم ، ر = ١٠٠٠ ث جم



(١٦) $\frac{\text{ر}}{\text{جا}١٢٠°} = \frac{\text{ر}}{\text{جا}٩٠°} = \frac{٣٦}{\text{جا}١٥٠°}$

ر = ٣٦ $\sqrt{٣}$ نيوتن، و = ٧٢ نيوتن



(١٧) $\text{ر}_١$ ، $\text{ر}_٢$ عموديان على الحائط ويمران بمركز الكرة

$\frac{\text{ر}_١}{\text{جا}١٢٠°} = \frac{\text{ر}_٢}{\text{جا}٩٠°} = \frac{٣}{\text{جا}١٢٠°}$ ومنها

$\text{ر}_١ = ٣\sqrt{٣}$ نيوتن ، $\text{ر}_٢ = ٦$ نيوتن

الوحدة الأولى: الاستاتيكا

(١٢) علق ثقل مقدار وزنه ٦٠ ث جم من أحد طرفى خيط طوله ٢٨سم، مثبت طرفه الآخر فى نقطة فى سقف حجرة، أثرت على الجسم قوة فاتزن الجسم وهو على بعد ١٤سم رأسيًّا أسفل السقف ، فإذا كانت القوة فى وضع الاتزان عمودية على الخيط فأوجد مقدار كل من القوة والشد فى الخيط.

(١٣) علق ثقل مقداره ٢٠٠ ث جم بخيطين طولاهما ٦٠سم ، ٨٠سم من نقطتين على خط أفقى واحد البعد بينهما ١٠٠سم. أوجد مقدار الشد فى كل من الخيطين.

(١٤) علق جسيم وزنه ٢٠٠ ث جم بواسطة خيطين خفيفين يميل أحدهما على الرأسى بزاوية قياسها هـ ويميل الخيط الآخر على الرأسى بزاوية قياسها ٣٠° ، فإذا كان مقدار الشد فى الخيط الأول يساوى ١٠٠ ث جم. فأوجد هـ ومقدار الشد فى الخيط الثاني.

(١٥) وضع جسم وزنه ٨٠٠ ث جم على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ حيث جا هـ = ٠,٦ وحفظ الجسم فى حالة توازن بواسطة قوة أفقية أوجد مقدار هذه القوة ورد فعل المستوى على الجسم.

(١٦) وضع جسم وزنه (و) نيوتن على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° وحفظ الجسم فى حالة توازن بتأثير قوة مقدارها ٣٦ نيوتن تعمل فى اتجاه خط أكبر ميل للمستوى لأعلى. احسب مقدار وزن الجسم ومقدار رد فعل المستوى.

(١٧) كرة معدنية ملساء وزنها ٣ نيوتن مستقرة بين حائط رأسى أملس ومستوى أملس يميل على الحائط الرأسى بزاوية قياسها ٣٠°. أوجد الضغط على كل من الحائط الرأسى والمستوى المائل.

(١٨) علق قضيب منتظم طوله ٥٠سم ووزنه ٢٠ نيوتن من طرفيه بواسطة خيطين ثبت طرفاهما فى نقطة واحدة. فإذا كان طولا الخيطين ٣٠سم ، ٤٠سم على الترتيب فأوجد الشد فى كل من الخيطين.

(١٩) خمس قوى مستوية مقاديرها ق ، ٦ ، ٤ $\sqrt{٢}$ ، ٥ $\sqrt{٢}$ ، ك ث كجم متزنة وتؤثر فى نقطة مادية فى اتجاهات الشرق والشمال والشمال الغربى والجنوب الغربى والجنوب على الترتيب. أوجد مقدار كل من ق ، ك.

(٢٠) أثرت القوى المستوية ٥ ، ٤ ، ق ، ٣ ، ك ، ٧ ث كجم فى نقطة مادية والزاوية بين كل قوتين متتاليتين منها ٦٠°. أوجد مقدار كل من ق ، ك حتى تكون المجموعة فى حالة اتزان.

تفكير إبداعى:

(٢١) **فى الشكل المقابل** جسم وزنه ٦ ث كجم موضوع على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠ وحفظ توازنه بواسطة قوة شد ش مقدارها ٢ $\sqrt{٣}$ ث كجم تعمل فى خيط مثبت أحد طرفيه بالجسم والآخر فى حائط رأسى. أوجد قياس الزاوية التى يصنعها الخيط مع المستوى ومقدار رد فعل المستوى على الجسم.

٦ ث كجم

٢ $\sqrt{٣}$ ث كجم

٣٠°

٤٢ تطبيقات الرياضيات – علمى

(١٨) $\frac{\text{ش}_١}{\text{جا}(٩٠° + \text{ى})} = \frac{\text{ش}_٢}{\text{جا}(٩٠° + \text{هـ})} = \frac{٢٠}{\text{جا}٩٠°}$

ومنها:

$\text{ش}_١ = ١٢$ نيوتن ، $\text{ش}_٢ = ١٦$ نيوتن

(١٩) و جتا٠ + ٦ جتا٩٠° + ٤ $\sqrt{٢}$ جتا١٣٥° + ٥ $\sqrt{٢}$ جتا٢٢٥° + ك جتا٢٧٠° = ٠

و - ٤ - ٥ = ٠ ق = ٩ ث كجم.

و جا٠ + ٦ جا٩٠° + ٤ $\sqrt{٢}$ جا١٣٥° + ٥ $\sqrt{٢}$ جا٢٢٥° + ك جا٢٧٠° = ٠

٦ + ٤ - ٥ - ك = ٠ ك = ٥ ث كجم

(٢٠) ٥ جتا٠° + ٤ جتا٦٠° + ق جتا١٢٠° + ٣ جتا١٨٠° + ك جتا٢٤٠° + ٧ جتا٣٠٠° = ٠

ومنها: ك + ق = ١٥ (١)

٥ جا٠° + ٤ جا٦٠° + ق جا١٢٠° + ٣ جا١٨٠° + ك جا٢٤٠° + ٧ جا٣٠٠° = ٠

ومنها: و - ك = ٣ (٢)

من (١) ، (٢) ق = ٩ ث كجم ، ك = ٦ ث كجم

PDF Compressor Pro

$\frac{ش_1}{٢٥} = \frac{ش_2}{٢٥} = \frac{٢٠}{٣٠}$

$ش_1 = ش_2 = \frac{٥٠}{٣}$ ث جم

شكل (٣): $\frac{ش_1}{٦٠} = \frac{ش_2}{٢٥} = \frac{٣٩}{٦٥}$

$ش_1 = ٣٦$ ث جم ، $ش_2 = ١٥$ ث جم

٨ أ) $ع = \sqrt{٦٤ + ٢٢٥ + ٢ \times ٨ \times ١٥ \text{ جتا } ٩٠} = ١٧$ نيوتن.

ب) $ع = ٢ \times ٦٠ \text{ جتا } ٣٠ = ٦٠\sqrt{٣}$ داين $هـ = \frac{٦٠}{٢} = ٣٠°$

جـ) $\text{ظا } ٩٠ = \frac{٦ \text{ جا ى}}{٣ + ٦ \text{ جتا ى}}$ ٦ جتا ى = -٣ أي جتا ى = $-\frac{١}{٢}$

ق(∠ى) = ١٢٠°.

$ع = \sqrt{٣٦ + ٩ + ٢ \times ٦ \times ٣ \text{ جتا } ١٢٠°}$

$ع = ٣\sqrt{٣}$ نيوتن

د) $\text{ظا } ٩٠° = \frac{٦ \text{ جا ى}}{٣\sqrt{٣} + ٦ \text{ جتا ى}}$ ، جتا ى = $-\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ق(∠ى) = ١٨٠° - ٣٠° = ١٥٠°

$ع = \sqrt{٢٧ + ٣٦ + ٢ \times ٣\sqrt{٣} \times ٦ \text{ جتا } ١٥٠°}$

ع = ٣ نيوتن

هـ) $١٤٤ = و_2^2 + ٤٣٢ + ٢ \times و_2 \times ١٢\sqrt{٣} \text{ جتا } ١٥٠$

$و_2^2 - ٣٦ و_2 + ٢٨٨ = ٠$

$و_2 = ١٢$ نيوتن ، ١ ، $و_2 = ٢٤$ نيوتن

١٠ شكل (١)

$٦\sqrt{٣} - و \text{ جتا } ٣٠° - ك \text{ جتا } ٦٠° = ٠$

$٦\sqrt{٣} - \frac{\sqrt{٣}}{٢} و - \frac{١}{٢} ك = ٠$

$\sqrt{٣} و + ك = ١٢\sqrt{٣}$ ⟵ ١

$و \text{ جا } ٣٠° = ك \text{ جا } ٦٠°$

$و = \sqrt{٣} ك$ ⟵ ٢   (من ١ ، ٢)

$ك = ٣\sqrt{٣}$ ، و = ٩

جـ) $و + ٤\sqrt{٣} \text{ جتا } ٣٠ - ١٢ \text{ جتا } ٦٠ + ٢ \text{ جتا } ٩٠ - ك \text{ جتا } ٦٠° = ٠$

ومنها ك = ٢ و ⟵ ١

$٤\sqrt{٣} \text{ جا } ٣٠ - ١٢ \text{ جا } ٦٠ + ٢\sqrt{٣} + ك \text{ جا } ٦٠ = ٠$

ومنها ك = ٤ وحدة قوة

ومن ١ و = ٢ وحدة قوة.

١ - ٤ تمارين عامة

تمارين عامة (الوحدة الأولى)

أكمل ما يأتى:

١) قوتان مقدارهما ٤ ، ق داين وقياس الزاوية بينهما ∋]٠، π[، محصلتها تنصف الزاوية بينهما فإن ق = ... داين.

٢) قوتان تؤثران فى نقطة مادية مقدارهما ٥ ، ٨ نيوتن فإن أكبر قيمة للمحصلة = ... نيوتن ، أصغر قيمة للمحصلة = ... نيوتن.

٣) إذا وضع جسم وزنه (و) على مستوى أملس يميل على الأفقى بزاوية قياسها هـ فإن مركبة وزنه فى اتجاه المستوى تساوى ....

٤) إذا اتزنت القوة $\overrightarrow{ق}$ مع قوتين متعامدتين مقدارهما ٦ ، ٨ ث كجم فإن مقدار القوة ق يساوى .... ث كجم.

٥) إذا كانت القوى $\overrightarrow{ق_1} = أ \overrightarrow{س} - ٦ \overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_2} = -٣ \overrightarrow{س} + ٤ \overrightarrow{ص}$ ، $\overrightarrow{ق_3} = ٩ \overrightarrow{س} + ب \overrightarrow{ص}$ متزنة فإن أ = ... ، ب = ...

٦) كل شكل مما يأتى مكون من ثلاث قوى متزنة ومتلاقية فى نقطة. أكمل ما يأتى:

شكل (١)	شكل (٢)	شكل (٣)
ق = ...	ق = ...	ق = ...
ك = ...	ك = ...	ك = ...

٧) $\overline{أب}$ قضيب متزن تحت تأثير ثلاث قوى مستوية كما هو موضح فى كل شكل. أكمل:

أ) ش١ = ... ث جم.   ب) ش = ... ث جم.   جـ) ش١ = ... ث جم.

د) ش٢ = ... ث جم.   هـ) ر = ... ث جم.   و) ش١ = ... ث جم.

٤٥   كتاب الطالب – الصف الثانى الثانوى

تفكير إبداعي:

٢١) بفرض أن الخيط يصنع زاوية قياسها ى مع المستوى ، وبتطبيق قاعدة لامي:

$\therefore \frac{٢\sqrt{٣}}{\text{جا } ١٥٠°} = \frac{٦}{\text{جا}(٩٠° - ى)} = \frac{ر}{\text{جا}(١٢٠° + ى)}$

$\therefore$ جتا ى = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ $\therefore$ ى = ٣٠°

$ى = ٤\sqrt{٣} \times \frac{١}{٢} = ٢\sqrt{٣}$ ث كجم

إجابة التمارين العامة على الوحدة

١) $\because \text{ظا هـ} = \frac{٤ \text{ جا٢هـ}}{و + ٤ \text{ جتا٢هـ}}$ $\therefore \frac{\text{جاهـ}}{\text{جتاهـ}} = \frac{٤ \times ٢ \text{ جاهـ جتاهـ}}{و + ٤(٢\text{جتا}^2\text{هـ} - ١)}$

$٨ \text{ جتا}^2 \text{هـ} = و + ٨ \text{ جتا}^2\text{هـ} - ٤$ $\therefore$ و = ٤ داين

٢) ١٣ ، ٣ نيوتن   ٣) و جا هـ

٤) ١٠ ث كجم   ٥) أ = -٦ ، ب = ٢

٦) **شكل (١):** و = ٣، ك = $٣\sqrt{٣}$

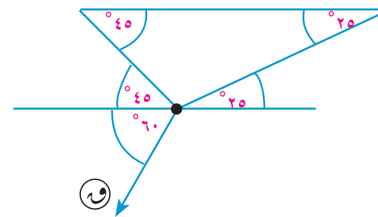
شكل (٢): و = ك = ٤   **شكل (٣):** ش = ٢٠ ، و = ١٦

٧) **شكل (١):** $ش_1 = \frac{١٦}{٥}$ ، $ش_2 = \frac{١٢}{٥}$ ث جم

شكل (٢): ب جـ = ٥٠سم من فيثاغورث

△ أ ى جـ مثلث القوى.

PDF Compressor Pro

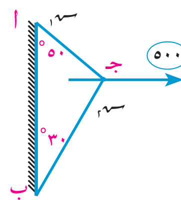


(١١) بتطبيق قاعدة لامي :

$$\frac{ش_١}{جا ١٠٥°} = \frac{ش_٢}{جا ١٤٥°} = \frac{٥٠٠}{جا ١١٠°}$$

$$ش_١ = \frac{٥٠٠}{جا ١١٠°} \times جا ١٠٥° \simeq ٥١٤ \text{ نيوتن}$$

$$ش_٢ = \frac{٥٠٠}{جا ١١٠°} \times جا ١٤٥° \simeq ٣٠٥ \text{ نيوتن}$$



(١٢)

$$\frac{ش_١}{جا ١٢٠°} = \frac{ش_٢}{جا ١٤٠°} = \frac{٥٠٠}{جا ١٠٠°}$$

$$ش_١ = \frac{٥٠٠}{جا ١٠٠°} \times جا ١٢٠° \simeq ٤٢٥ \text{ نيوتن}$$

$$ش_٢ = \frac{٥٠٠}{جا ١٠٠°} \times جا ١٤٠° \simeq ٧٩٠ \text{ نيوتن}$$

إجابات تمارين الاختبار التراكمي

(١) أ مقدارها فقط. ب المقدار ، الاتجاه.

ج نقطة بداية ، نقطة نهاية ، اتجاه.

د نفس الطول ونفس الاتجاه.

هـ (٥ ، ٤٩ ٧ ٥٣°)

و (٢٠ جتا ٣٣٠° ، ٢٠ جا ٣٣٠°) = (١٠ $\sqrt{٣}$ ، -١٠)

(٢) أ $\overrightarrow{ا جـ}$ ب $\overrightarrow{ب ء}$ ج $\vec{٠}$

د $\overrightarrow{ا ء}$ هـ $\overrightarrow{م ب}$

(٣) أ ١٨ $\vec{ى}$ ب ٤٥ $\vec{ى}$ ج ٥٠ $\vec{ى}$

(٤) أ ٢٥ نيوتن في اتجاه الغرب.

ب ٣٤ $\sqrt{٢}$ في اتجاه الشمال

ج ع ≃ ١٣,١ داين وتميل بزاوية ٥٢,٥° مع الشرق

د ٦٠ نيوتن وتعمل في نفس اتجاه القوتين.

(٥) أ ا + ٣ = ٤ ومنها ا = ١ ، ب - ٥ = -٣ ومنها ب = ٢

ب ا + ٣ = ٠ ومنها ا = -٣ ، ب - ٥ = ٠ ومنها ب = ٥

(٦) ع = ٨ نيوتن ، هـ = ٣٠°

(٧) $(٢٦)^٢ = (٣٠)^٢ + (١٦)^٢ + ٢ \times ٣٠ \times ١٦$ جتاى

ومنها جتا ى = $-\frac{١}{٢}$ ، ى = ١٢٠°

---

(٨) إذا كانت $\vec{ع}$ هي محصلة القوتين $\vec{ق_١}$ ، $\vec{ق_٢}$ اللذين يحصران بينهما زاوية قياسها ى وكان قياس زاوية ميل المحصلة على $\vec{ق_١}$ يساوي هـ فأوجد:

أ مقدار $\vec{ع}$ ، عندما $ق_١$ = ٨ نيوتن ، $ق_٢$ = ١٥ نيوتن ، ى = ٩٠°.

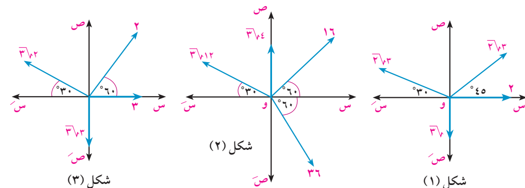
ب مقدار $\vec{ع}$ وقياس زاوية هـ عندما $ق_١$ = $ق_٢$ = ٦٠ داين ، ى = ٦٠°.

ج مقدار $\vec{ع}$ وقياس زاوية هـ عندما $ق_١$ = ٦ نيوتن ، $ق_٢$ = ٣ نيوتن والمحصلة عمودية على $ق_٢$.

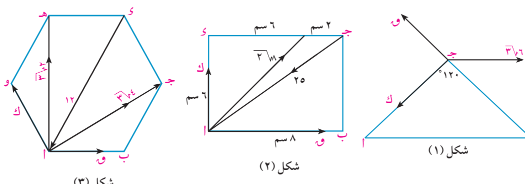
د مقدار $\vec{ع}$ وقياس زاوية ى إذا كان $ق_١$ = ٣$\sqrt{٣}$ نيوتن ، $ق_٢$ = ٦ نيوتن والمحصلة عمودية على $ق_١$.

هـ قيمة $ق_١$ عندما ع = ١٢ نيوتن ، $ق_٢$ = ١٢$\sqrt{٣}$ نيوتن ، ى = ١٥٠°

(٩) أوجد مقدار المحصلة وزاوية ميلها مع محور السينات في كل شكل من الأشكال الآتية:

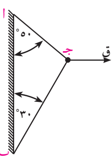


(١٠) أوجد مقدار كل من ق ، ك بحيث تصبح كل مجموعة مما يأتي متزنة.



(١١) أثرت قوة $\vec{ق}$ عند نقطة جـ مقدارها ٥٠٠ نيوتن، وتصنع مع الأفقي زاوية قياسها ٦٠° وربط حبلان عند جـ مثبتان عند ا ، ب ويصنعان مع الأفقي زاويتين قياسهما ٤٥°، ٢٥° على الترتيب . أوجد في وضع الاتزان الشد في أجزاء الخيطين لأقرب نيوتن .

(١٢) أثرت قوة أفقية $\vec{ق}$ عند جـ مقدارها ٥٠٠ نيوتن من نقطة في حبل ثبت طرفاه عند النقطتين ا، ب من حائط رأسي، أوجد الشد في كل من الحبلين لأقرب نيوتن.



اختبار تراكمى

أسئلة ذات إجابات قصيرة:

(١) اكمل ماياتي:

أ الكمية القياسية يلزم لتعريفها تعريفًا تامًا معرفة ....

ب الكمية المتجهة يلزم لتعريفها تعريفًا تامًا معرفة .... ، ....

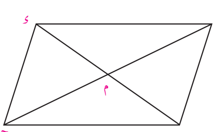
ج القطعة المستقيمة الموجهة هي قطعة مستقيمة لها .... ، .... ، ....

د تتكافأ القطعتان المستقيمتان الموجهتان إذا كان لهما ....

هـ الصورة القطبية للمتجه $\vec{م}$ = ٣ $\vec{س}$ + ٤ $\vec{ص}$ هي ....

و المتجه الذى يعبر عن قوة مقدارها ٢٠ ث كجم في اتجاه ٣٠° جنوب الشرق يكتب على الصورة الإحداثية كالآتي ....

(٢) في الشكل المقابل: ا ب جـ ء متوازي أضلاع م نقطة تلاقي قطريه. أكمل:



أ $\overrightarrow{ا ب}$ + $\overrightarrow{ب جـ}$ = ...

ب $\overrightarrow{ا ء}$ + $\overrightarrow{ء جـ}$ = ...

ج $\overrightarrow{ا م}$ + $\overrightarrow{م جـ}$ = ...

د $\overrightarrow{ا ب}$ + ٢ $\overrightarrow{ب م}$ = ...

هـ $\overrightarrow{ا ب}$ - $\overrightarrow{ا م}$ = ...

PDF Compressor Pro

⑧ أ) ق² = (٢)² + (ق)² + ٢ × ٢ × ق جتا ١٢٠°

∴ ق = ٢ نيوتن

ب) ق + ٢ جتا ١٢٠° = ٠ ومنها ق = ١ نيوتن.

جـ) ق = ٢ نيوتن والمحصلة تنصف الزاوية بين القوتين.

⑨ ق / جا ٣٠ = ٦٠ / جا ٦٠ ومنها ق = ٢٠√٣ نيوتن

⑩ ٨٠ / جا ٩٠° = ق١ / جا ١٥٠° = ق٢ / جا ١٢٠° ومنها

ق١ = ٤٠ نيوتن ، ق٢ = ٤٠√٣ نيوتن

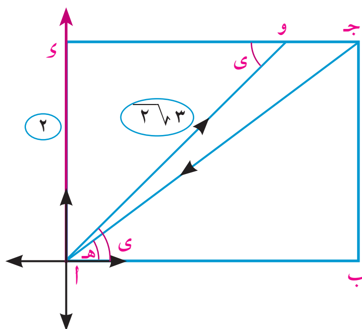
⑪ س = ٢ ق جتا ٠° + ٤ ق جتا ١٢٠° + ٦ ق جتا ٢٤٠° = -٣ ق

ص = ٢ ق جا ٠° + ٤ ق جا ١٢٠° + ٦ ق جا ٢٤٠°

= ٢ √٣ ق - ٣ √٣ ق = - √٣ ق

ح = ٢ √٣ ق نيوتن ، تضع زاوية قطبية ٢١٠°

⑫



س = ٦ جتا ٠° + ٢٠ جتا (١٨٠° + هـ) + ١٣ √٢ جتا ى + ٢ جتا ٩٠° = ٣

ص = ٦ جا ٠° + ٢٠ جا (١٨٠° + هـ)

= ١٣ √٢ جا ى + ٢ جا ٩٠° = ٣

∴ ح = ٣ √٢ نيوتن واتجاهها ينصف ←أو

⑬ ق / جا ١٥٠° = ش / جا ١٢٠° = ٨٠ / جا ٩٠° ومنها

ق = ٤٠ ث. جم ، ش = ٤٠√٣ ث جم

⑭ ق / جا (١٨٠° - س) = س / جا ٩٠° = ٨٠ / جا (٩٠° - س)

أى أن : ق / جاى = ر / ١ = ٢٠ / جتاى ومنها

ق = ١٥ ث كجم، ى = ٢٥ ث كجم

---

③ اكتب بدلالة متجه الوحدة ى محصلة القوى الموضحة بكل شكل:

٣٠ نيوتن ، ١٢ نيوتن ، ى — ٢٠ ث كجم ، ٢٥ ث كجم ، ى — ٨٠ ث جم ، ٣٠ ث جم ، ى

④ فى كل مماياتى القوتان ق١ ، ق٢ تؤثران فى نقطة مادية ، وضح مقدار واتجاه محصلة كل قوتين منها .

أ) ق١= ١٥ نيوتن فى اتجاه الشرق ، ق٢ = ٤٠ نيوتن فى اتجاه الغرب.

ب) ق١ = ٣٤ ث جم فى اتجاه الشمال الشرقى ، ق٢ = ٣٤ ث جم فى اتجاه الجنوب الغربى.

جـ) ق١ = ٥٠ داين تعمل فى اتجاه غرب الشمال، ق٢ = ٥٠ داين تعمل فى اتجاه ٣٠° جنوب الشرق .

د) ق١ = ٣٠ نيوتن تعمل فى اتجاه ٢٠° شرق الشمال، ق٢ = ٣٠ نيوتن تعمل فى اتجاه ٧٠° شمال الشرق .

⑤ ق١ = ٧ سَ - ٥ صَ ، ق٢ = أ سَ + ٣ صَ ، ق٣ = -٤ سَ + (ب - ٣) صَ تؤثر فى نقطة مادية أوجد قيمتى أ ، ب إذا كانت:

أ) محصلة مجموعة القوى تساوى ٤ سَ - ٧ صَ   ب) مجموعة القوى متزنة

أسئلة ذات إجابات طويلة

⑥ قوتان مقدارهما ٨√٣ ، ٨ نيوتن توثران فى نقطة مادية وتحصران بينهما زاوية قياسها ١٥٠°. أوجد مقدار محصلتهما وقياس الزاوية التى تصنعها مع القوة الأولى.

⑦ قوتان مقدارهما ٣٠ ، ١٦ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية ، إذا كان مقدار محصلتهما ٢٦ نيوتن. أوجد قياس الزاوية بين هاتين القوتين.

⑧ قوتان مقدارهما ٢ ، ق نيوتن وقياس الزاوية بينهما ١٢٠° أوجد ق عندما:

أ) مقدار المحصلة يساوى ق.   ب) اتجاه المحصلة عمودى على القوة الثانية.

جـ) المحصلة تنصف الزاوية بين القوتين.

⑨ حَلِّل قوة مقدارها ٦٠ إلى قوتين متساويتين فى المقدار وقياس الزاوية بين اتجاهيهما ٦٠°.

⑩ أوجد مقدار المركبتين المتعامدتين، لوزن جسم موضوع على مستوى أفقي ومقداره ٨٠ نيوتن إذا عُلِمَ أنَّ إحداهما تميل على الأفقى بزاوية قياسها ٣٠° إلى أسفل.

⑪ ثلاث قوى مقاديرها ٢ق ، ٤ق ، ٦ق نيوتن تؤثر فى نقطة مادية فى اتجاهات موازية لأضلاع مثلث متساوى الأضلاع مأخوذة فى ترتيب دورى واحد، أوجد مقدار واتجاه المحصلة.

١ - ٤ اختبار تراكمى

⑫ أ ب جـ ى مستطيل فيه أ ب = ٨سم ، ب جـ = ٦سم ، و ∈ جـ ى بحيث و ى = ٦سم. أثرت قوى مقاديرها ٦ ، ٢٠ ، ١٣√٣ ، ٢ نيوتن فى أب ، جـ أ ، أو ، أى على الترتيب. أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.

⑬ علق ثقل مقداره ٨٠ ث جم فى طرف خيط مثبت طرفه الآخر فى حائط رأسى، أزيح الثقل بقوة عمودية على الخيط حتى أصبح الخيط مائلًا على الحائط بزاوية قياسها ٣٠°. أوجد فى وضع الاتزان مقدار القوة، وكذلك الشد فى الخيط.

⑭ وضع ثقل قدره ٢٠ ث كجم على مستو مائل أملس يميل على الأفقى بزاوية ى، حيث جتا ى = ٤/٥ ومنع من الانزلاق بتأثير قوة أفقية مقدارها (ق) أوجد ق وكذلك رد فعل المستوى.

⑮ قضيب منتظم يرتكز بطرفيه على مستويين أملسين مائلين يصنعان مع الأفقى زاويتين قياساهما ٦٠° ، ٣٠°. أوجد قياس الزاوية التى يصنعها القضيب مع الأفقى فى وضع الاتزان ، وإذا كان مقدار وزن القضيب يساوى ٢٤ نيوتن. عين مقدار رد الفعل لكل من المستويين.

⑯ الشكل المقابل يبين ثقل مقداره ٢٠٠ نيوتن معلق رأسيًّا من نقطة جـ ومثبت بواسطة حبلين ب جـ ، أ جـ يصنعان مع الأفقى زاويتين قياسيهما ٢٠° ، ٦٠° فإذا كانت المجموعة متزنة ، أوجد الشد فى كل من الحبلين لأقرب نيوتن.

أ ، ب ، جـ ، ٦٠° ، ٢٠° ، ٢٠٠

⑰ الربط بالملاحة البحرية: يجرى إنقاذ بحار باستخدام كرسى القبطان وذلك بتعليقه فى بكرة يمر عليها حبلان أب ، أجـ كما فى الشكل المجاور فإذا كان قياسا زاويتى α ، β مع الأفقى ٢٥° ، ١٥° على الترتيب وكان الشد فى الخيط أب يساوى ٨٠ نيوتن . فأوجد وزنى البحار والكرسى معًا ، وكذلك الشد فى الخيط أجـ فى وضع الاتزان.

ب ، جـ ، أ ، α ، β

إن لم تستطع الإجابة على هذه الأسئلة يمكنك الاستعانة بالجدول التالى :

إذا لم تستطع حل السؤال رقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧
ارجع إلى	المتجهات ت	المتجهات ت	المتجهات ت	المتجهات ت	المتجهات ت	الدرس (١) ت٢	الدرس (١) ت٢	الدرس (١) ت٢	الدرس (٢) ت٢	الدرس (٢) ت٢	الدرس (٣) ت٢	الدرس (٣) ت٢	الدرس (٤) ت٢	الدرس (٤) ت٢	الدرس (٤) ت٢	الدرس (٤) ت٢	الدرس (٤) ت٢

PDF Compressor Pro

الديناميكا

Dynamics

مقدمة الوحدة

سبق أن درس الطالب علم الاستاتيكا، وهو علم دراسة الأجسام الساكنة، وفي هذه الوحدة سوف يُدْرس علم الديناميكا، وهو العلم الذى يختص بدراسة حركة الأجسام؛ حيث ينقسم إلى الكينماتيكا Kincmatics، وهي تبحث خصائص الحركة من الوجهة الهندسية والكيناتيكا Kinetics وهي تبحث تأثير القوى المسببة للحركة، وسوف ندرس في هذه الوحدة (الكينماتيكا) وهي التي تختص بوصف حركة الأجسام دون التعرض للقوى المسببة لها، وتتناول حركة الأجسام والظواهر المصاحبة لهذه الحركة ومسببات الحركة وقوانينها وتطبيقات على الحركة الأفقية والرأسية بعجلة منتظمة وقانون الجذب العام لنيوتن.

وذلك من خلال أربعة دروس:

الدرس الأول: الحركة المستقيمة.

الدرس الثاني: الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة.

الدرس الثالث: السقوط الحر.

الدرس الرابع: قانون الجذب العام.

مخرجات التعلم

بعد دراسة هذه الوحدة و تنفيذ الأنشطة فيها، يتوقع من الطالب أن:

- يَتعرَّف مفهوم الجسيم.
- يتعرف المقصود بالحركة الانتقالية لجسيم من موضع لآخر.
- يدرك أن الحركة الانتقالية تحدث إذا كانت جميع نقاط الجسم تتحرك في خطوط موازية لبعضها في أثناء الحركة.
- يميز بين الإزاحة والمسافة.
- يتعرف مفهوم السرعة المنتظمة (متجه السرعة – الحركة المنتظمة – متجه السرعة المتوسطة – متجه السرعة اللحظية – السرعة النسبية – وحدات قياس السرعة).
- يميز بين مفهومى متجه السرعة المتوسطة (Average velocity)، ومقدار السرعة المتوسطة (Average speed) في حالة الحركة الخطية في اتجاه متجه ثابت.
- يطبق مفاهيم السرعة ، السرعة النسبية والعجلة في نمذجة مواقف فيزيائية وحياتية تشمل: (حركة الصواريخ – حركة الطيران – الأقمار الصناعية) في صورة أنشطة .
- يتعرف مفهوم السرعة النسبية.
- يتعرف الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة – وحدات قياس العجلة) ع = ع. + جـ ن، ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ جـ ن^{2}، ع^{2} = ع.^{2} + ٢ جـ ف
- يتعرف الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية.
- يوظف تطبيقات على قوانين الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة.
- يتعرف قوانين الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية فى حالة صعود الجسم أو هبوطه.
- يتعرف الجاذبية الأرضية (قانون نيوتن للجذب العام). ثابت الجذب العام.
- يمثل بيانيًّا منحنى الإزاحة مع الزمن ، منحنى السرعة مع الزمن.
- يستخدم الآلة الحاسبة البيانية فى تمثيل العلاقة بين الإزاحة مع الزمن والسرعة مع الزمن.





مقدمة الوحدة

يختص علم الديناميكا بدراسة حركة الأجسام والقوى المسببة لهذه الحركة حيث ينقسم إلى الكينماتيكا والكيناتيكا وسوف نقتصر فى هذه الوحدة على دراسة الكينماتيكا kinematics ذلك العلم الذى يصف حركة الأجسام دون الأخذ فى الاعتبار للقوى المؤثرة عليها، وجدير بالذكر أن الكينماتيكا لها أهميتها التطبيقية فى حياتنا العملية مثل حساب خسوف الشمس وكسوف القمر قبل حدوثهما - إمكانية توجيه قذيفة إلى هدف ما بدقة كافية – تحديد مسار مركبة فضائية أو قمر صناعى وتحديد نقطة نزوله على الأرض– تصميم جميع الآلات الميكانيكية، ومن هنا سنتناول فى هذه الوحدة دراسة حركة الأجسام والظواهر المصاحبة لهذه الحركة ومسبباتها.



مخرجات التعلم

بعد دراسة هذه الوحدة و تنفيذ الأنشطة فيها، يتوقع من الطالب أن:

- يَتعرَّف مفهوم الجسيم على أنه نقطة افتراضية.
- يتفهم المقصود بالحركة الانتقالية لجسيم من موضع لآخر.
- يدرك أن الحركة الانتقالية تحدث إذا كانت جميع نقاط الجسم تتحرك فى خطوط موازية لبعضها فى أثناء الحركة.
- يميز بين الإزاحة والمسافة.
- يتعرف مفهوم السرعة المنتظمة (متجه السرعة – الحركة المنتظمة – متجه السرعة المتوسطة – متجه السرعة اللحظية– السرعة النسبية – وحدات قياس السرعة).
- يميز بين مفهومى متجه السرعة المتوسطة (Average velocity)، ومقدار السرعة المتوسطة(Average speed) فى حالة الحركة الخطية فى اتجاه متجه ثابت.
- يطبق مفاهيم السرعة ، السرعة النسبية والعجلة فى نمذجة مواقف فيزيائية وحياتية تشمل: (حركة الصواريخ – حركة الطيران – الأقمار الصناعية) فى صورة أنشطة .
- يتعرف مفهوم السرعة النسبية.
- يتعرف الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة – وحدات قياس العجلة ع = ع. + جـ ن ، ف = ع. ن + $\frac{1}{2}$ جـ ن^{2} ، ع^{2} = ع.^{2} + ٢جـ ف
- يتعرف الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية.
- يتعرف تطبيقات على قوانين الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة.
- يتعرف قوانين الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية فى حالة صعود الجسم أو هبوطه.
- يتعرف الجاذبية الأرضية (قانون نيوتن للجذب العام). ثابت الجذب العام.
- يتعرف التمثيل البياني لمنحنى الإزاحة مع الزمن ، منحنى السرعة مع الزمن.
- يستخدم الآلة الحاسبة البيانية فى تمثيل العلاقة بين الإزاحة مع الزمن والسرعة مع الزمن فى صورة أنشطة.

٥٠

PDF Compressor Pro

المصطلحات الأساسية

حركة مستقيمة	Rectilinear Motion	إزاحة	Displacement
مسافة	Distance	سرعة منتظمة	Uniform Velocity
متجه سرعة	Vector Velocity	سرعة لحظية	Instantaneous Velocity
السرعة المتوسطة	Average Velocity	متجه موضع	Position Vector
مقدار السرعة المتوسطة	Average Speed	عجلة منتظمة	Uniform Acceleration
السرعة النسبية	Relative Velocity	سقوط حر	Free fall
حركة رأسية	Vertical Motion	جاذبية أرضية	Gravity
جذب عام	Universal Gravitation		

الأدوات والوسائل

آلة حاسبة علمية	Scientific calculator	برامج رسومية للحاسوب	Graphical programs
آلة حاسبة رسومية	Graphical calculator		

دروس الوحدة

الدرس (٢ - ١): الحركة المستقيمة.

الدرس (٢ - ٢): الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة.

الدرس (٢ - ٣): الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية.

الدرس (٢ - ٤): قانون الجذب العام لنيوتن .

مخطط تنظيمى للوحدة



٥١

زمن تدريس الوحدة

١٨ حصة.

مهارات التفكير التى تنميها الوحدة

التفكير الناقد - التفكير الإبداعى - التفكير التحليلى - حل المشكلات.

الوسائل التعليمية المستخدمة

السبورة التعليمية - طباشير ملون - آلة حاسبة علمية - برامج رسومية مثل جيوجبرا (**Geo Gebra**) جهاز حاسب آلى - ورق مربعات، جهاز عرض فوق رأسى - شفافيات - أقلام ألوان رصاص.

طريقة التدريس المقترحة:

العرض المباشر - المناقشة - العصف الذهنى - الطريقة الاستنباطية - التعلم التعاونى - حل المشكلات.

طريقة التقويم المقترحة:

تتمثل فى الأسئلة الشفهية والتحريرية الفردية والجماعية قبل وفى أثناء وبعد الدرس، والأنشطة المقترحة، وسلم التقييم الخاص بكل منها، والتكاليف الجماعية والفردية، وتمارين متنوعة على الوحدة والاختبار التراكمى فى نهاية الوحدة واختبارات عامة للربط بين جميع أجزاء الوحدة فى نهاية الكتاب.

حول المخطط التنظيمى للوحدة:

يتناول المخطط التنظيمى لهذه الوحدة مفاهيم أساسية: وتتناول التعرف على متجهات الموضع، الإزاحة، السرعة، العجلة ووحدات قياس كل منها.

والتمثيلات البيانية: لكل منها منحنيات (الإزاحة- الزمن، السرعة - الزمنية). وكذلك الحركة المستقيمة: حيث تناول مفاهيم السرعة المتوسطة، السرعة اللحظية، السرعة النسبية.والحركة ذات العجلة المنتظمة: الحركة الأفقية والحركة الرأسية وقوانينها.

ونتطرق إلى قانون الجذب العام لنيوتن: لدراسة تجاذب الأجسام فى الكون تحت تأثير القوى وتعريف ثابت للجذب العام.

وأيضًا نمذجه بعض المواقف الفيزيائية والحياتية: حيث تتناول حركة الصواريخ والطيران والأقمار الصناعية.

PDF Compressor Pro

٢ - ١ الحركة المستقيمة
Rectilimear motion

خلفية

سبق أن درس الطالب الحركة المستقيمة فى الفيزياء، وتعرف على وحدات النظام المترى لكل من الطول Length والكتلة mass والزمن time والإزاحة displacement، كما تعرف على متجه السرعة بوجه عام، وسوف يتعرف فى هذا الدرس على الحركة المنتظمة والسرعة المتوسطة، والسرعة اللحظية ، ثم حساب قيمة السرعة المتوسطة، ثم يتعرف على مفهوم السرعة النسبية.

مخرجات التعلم

فى نهاية هذا الدرس من المتوقع أن يكون الطالب قادرًا على أن:

- يسترجع وحدات النظام المترى.
- يوجد العلاقة بين متجه الموضع ومتجه الإزاحة.
- يتعرف على السرعة المتوسطة – السرعة اللحظية – السرعة النسبية.
- يمثل بيانيًّا العلاقة بين المسافة والزمن.
- يفرق بين مقدار السرعة ومتجه السرعة.

مفردات أساسية

حركة مستقيمة - نظام مترى - متجه إزاحة - متجه موضع - متجه سرعة - حركة منتظمة - سرعة متوسطة - سرعة لحظية - سرعة نسبية.

المواد التعليمية المستخدمة

السبورة التعليمية - طباشير ملون - جهاز عرض فوق رأسى - ورق مربعات - شفافيات - آلة حاسبة علمية - أقلام ألوان رصاص.

طرق التدريس المقترحة

العرض المباشر - المناقشة - العصف الذهنى - حل المشكلات - التفكير الناقد - أنشطة.

مصادر التعلم

- كتاب الطالب من صفحة (٥٢) إلى صفحة (٦٣).
- الشبكة الدولية للمعلومات (الإنترنت).

التهيئة

- وضح لطلابك أن السكون والحركة مفهومان نسبيان.
- أشر إلى طلابك الأوضاع المختلفة للحركة، فمثلًا: إذا تأملت من حولك وجدت كل شيء فى حالة حركة، فالشمس تتحرك فى الفضاء، الأشجار وهى تتحرك بفصل الرياح، كرة القدم وهى تتأرجح من لاعب إلى آخر، ... إلخ.

---

٢ - ١ الحركة المستقيمة
Rectilinear motion

سوف تتعلم

- العلاقة بين متجه الموضع ومتجه الإزاحة.
- السرعة المتوسطة.
- السرعة اللحظية.
- السرعة النسبية.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

- حركة مستقيمة Rectilinear Motion
- نظام مترى IS
- متجه إزاحة Displacement Vector
- متجه موضع Position Vector
- متجه سرعة Velocity Vector
- حركة منتظمة. Uniform motion
- سرعة متوسطة Average Velocity
- سرعة لحظية Instantaneous Velocity
- السرعة النسبية Relative Velocity

الأدوات والوسائل

- ورق مربعات.
- آلة حاسبة علمية .
- برامج رسومية للحاسوب.

تقديم:

سبق أن تعرفت على بعض أنظمة القياس إلى أن تم اعتماد النظام العشرى الذي ابتكره الفرنسيون عام ١٧٩٠م ، واستمر حتى جاء النظام العالمي الموحد SI وهو مشتق من الكلمة International System Of Units و يتشكل هذا النظام من الكميات الأساسية فى علم الميكانيكا (الكتلة ، الطول ، الزمن)، وكذلك من الوحدات المشتقة التى تتشكل كحاصل ضرب قوى الوحدات الأساسية وفقًا لبعض العلاقات الجبرية (كالسرعة ، العجلة ، القوة).

الحركة *Motion*

السكون والحركة :

عندما يغير جسم ما موقعه بالنسبة لجسم آخر بمرور الزمن فإنه يقال إن الجسم الأول فى حالة حركة بالنسبة للجسم الثانى، أما إذا كان موقع الجسمين النسبى لايتغير بمرور الزمن فإن كلًّا منهما يكون فى حالة سكون بالنسبة للآخر.
فالسكون أو الحركة مفهومان نسبيان، فالأشجار والمنازل ساكنة ولكنها تبدو فى حالة حركة بالنسبة لقطار يتحرك بسرعة ما.

الحركة وأنواعها *Motion and its Types*

هناك أنواع عديدة للحركة كالحركة الانتقالية، والدورانية، والاهتزازية، فمثلًا: كرة القدم المقذوفة تنتقل من موضع إلى موضع آخر، وقد تدور حول نفسها فهى إذن تتحرك حركة انتقالية وأخرى دورانية فى الوقت نفسه، بينما نجد أن قطرات الماء المتساقط تتحرك حركة انتقالية وفى الوقت نفسه تكون فى حالة حركة اهتزازية وسوف نقوم بدراسة الحركة الانتقالية بصورة منفردة، ويتم ذلك بافتراض حركة جسم متناهٍ فى الصغر يسمى الجسيم، ويعامل الجسيم كنقطة هندسية من دون أبعاد تماشيًا للتعقيدات النظرية الناتجة عن الحركة الدورانية أو الاهتزازية والتى سنسجلها فى هذه الدراسة .



- أكد على طلابك أن فى دراستنا لحركة الجسم لايهمنا كثيرًا موضع الجسم بقدر ما نهتم بالتغير فى موضعه وهو ما نعبر عنه بمصطلح «الإزاحة».

إجراءات الدرس

- اطلب إلى طلابك عمل عصف ذهنى لأمثلة حياتية لأنواع مختلفة من الحركة الانتقالية والدورانية والاهتزازية.

مثال: إذا وقفت فى مكان ما ودرت حول نفسك (حركة دورانية).

- حركة المرواح والعجلات والبكرات والأسطوانات (حركة دورانية).
- حركت رأسك يمينًا ويسارًا بسرعة (حركة اهتزازية).
- استخرج الأفكار والآراء من الطلاب الصامتين، ومن ثم أعطهم تعزيزًا إيجابيًّا.
- نوعية الأفكار أقل أهمية من كميتها، غير أن ذلك لا يعفى أعضاء المجموعة من التفكير بإبداع.
- أكد إلى الطلاب أن المتر (م)، والكيلوجرام (كجم) والثانية (ث) هى الوحدات الأساسية المستخدمة فى النظام المترى، ثم دربهم على الوحدات الأخرى الأكبر والأقل من هذه

الحركة الانتقالية *Translational Motion*

الحركة الانتقالية يتحرك فيها الجسم بين نقطتين، تسمى الأولى نقطة البداية والثانية نقطة النهاية ومن أمثلتها حركة جسم فى خط مستقيم.

المسافة *Distance*

إذا تحرك قطار من مدينة القاهرة إلى مدينة المنصورة، فإنه سوف يقطع مسافة قدرها ١٢٦ كم، وتعتبر المسافة كمية قياسية إذ يجب معرفة مقدارها فقط، فإذا كان مقدار المسافة بين المدينتين ١٢٦ كم فإن الرقم ١٢٦ يمثل القيمة العددية ، (كم) هى وحدة قياس المسافة.

متجه الإزاحة *Displacement vector*

هو المتجه الذى تمثله القطعة المستقيمة الموجهة $\overleftarrow{اب}$ التى نقطة بدايتها (أ) ونقطة نهايتها (ب) ويرمز لمتجه الإزاحة $\overleftarrow{اب}$ بالرمز $\overleftarrow{ف}$ ، ويرمز لمعيار متجه الإزاحة بالرمز $\|\overleftarrow{اب}\|$ وهو لا يساوى بالضرورة طول المسار الذى قطعه الجسيم فى أثناء الحركة.

المسار — نقطة البداية — نقطة النهاية — أ — ب — $\overleftarrow{ف}$

متجه الموضع *Position vector*

هو المتجه الذى تنطبق نقطة بدايته مع موضع المشاهد (و) ونقطة نهايته مع موضع الجسيم، ويرمز له بالرمز $\overleftarrow{ر}$ حيث $\overleftarrow{ر} = س\,\overleftarrow{س} + ص\,\overleftarrow{ص}$
$\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ متجها وحدة متعامدين .

موضع الجسم (س، ص) — موضع المشاهد — و — س — ص — $\overleftarrow{ر}$

العلاقة بين متجه الموضع ومتجه الإزاحة:

Relation between position vector and displacement vector

إذا كانت (و) هى موضع المشاهد، أ(س١، ص١) ، ب (س٢، ص٢) هما موضعا الجسيم عند لحظتين متتاليتين فإن $\overleftarrow{اب}$ هو متجه الإزاحة للجسيم وليكن $\overleftarrow{ف}$.

فإذا رمزنا لمتجه الموضع عند اللحظة ن بالرمز $\overleftarrow{ر}$ ، متجه الموضع عند اللحظة (ن + هـ) بالرمز $\overleftarrow{ر}$ فإن: $\overleftarrow{ف} = \overleftarrow{ر} - \overleftarrow{ر}$.

$\overleftarrow{ف} = (س_٢\,\overleftarrow{س} + ص_٢\,\overleftarrow{ص}) - (س_١\,\overleftarrow{س} + ص_١\,\overleftarrow{ص})$

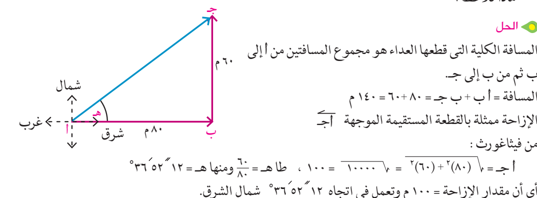
$= (س_٢ - س_١)\,\overleftarrow{س} + (ص_٢ - ص_١)\,\overleftarrow{ص}$ ، $\|\overleftarrow{ف}\| = \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

$\therefore \overleftarrow{ف} = \|\overleftarrow{ف}\|\,\overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه $\overleftarrow{ف}$ (اتجاه الحركة)

مثال

١ تحرك عدّاء ٨٠ مترًا شرقًا، ثم تحرك بعد ذلك ٦٠ مترًا شمالاً . احسب المسافة والإزاحة التى قطعها العداء . ماذا تلاحظ ؟

الحل



المسافة الكلية التى قطعها العداء هو مجموع المسافتين من أ إلى ب ثم من ب إلى جـ.

المسافة = أ ب + ب جـ = ٨٠ + ٦٠ = ١٤٠ م

الإزاحة ممثلة بالقطعة المستقيمة الموجهة $\overleftarrow{أجـ}$

من فيثاغورث :

أ جـ = $\sqrt{(٨٠)^٢ + (٦٠)^٢} = \sqrt{١٠٠٠٠} = ١٠٠$ ، طا هـ = $\frac{٦٠}{٨٠}$ ومنها هـ = ١٢″ ٥٢′ ٣٦°

أى أن مقدار الإزاحة = ١٠٠ م وتعمل فى اتجاه ١٢″ ٥٢′ ٣٦° شمال الشرق.

نلاحظ أن:

- المسافة المقطوعة كمية قياسية (تتحدد بمعلومية مقدارها فقط) بينما الإزاحة كمية متجهة (تتحدد بمعلومية المقدار والاتجاه).
- معيار متجه الإزاحة ≤ المسافة المقطوعة.

حاول أنْ تحل

١ تحرك راكب دراجة ٦ كم غربًا، ثم تحرك بعد ذلك ٨ كم بزاوية قياسها ٦٠° جنوب الغرب ، احسب المسافة و الإزاحة التي قطعها راكب الدراجة

٢ تفكير ناقد: عندما تصعد نملة جدارًا ارتفاعه ٣ أمتار، ثم تعود إلى نفس نقطة البداية، أوجد المسافة المقطوعة والإزاحة المقطوعة.

مثال

٢ يتحرك جسيم بحيث كان متجه موضعه $\overleftarrow{ر}$ يعطى كدالة فى الزمن بدلالة متجهى الوحدة الأساسيين $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ص}$ بالعلاقة: $\overleftarrow{ر}(ن) = (٣ن + ٢)\,\overleftarrow{س} + (٤ن - ١)\,\overleftarrow{ص}$ أوجد معيار متجه الإزاحة حتى اللحظة ن = ٤

الحل

$\overleftarrow{ر}(٠) = ٢\,\overleftarrow{س} - \overleftarrow{ص}$ ، $\overleftarrow{ر}(٤) = (٣ \times ٤ + ٢)\,\overleftarrow{س} + (٤ \times ٤ - ١)\,\overleftarrow{ص} = ١٤\,\overleftarrow{س} + ١٥\,\overleftarrow{ص}$

$\therefore \overleftarrow{ف} = \overleftarrow{ر}(٤) - \overleftarrow{ر}(٠)$

$= (١٤ - ٢)\,\overleftarrow{س} + (١٥ + ١)\,\overleftarrow{ص} = ١٢\,\overleftarrow{س} + ١٦\,\overleftarrow{ص}$

، $\|\overleftarrow{ف}\| = \sqrt{١٤٤ + ٢٥٦}$ ، ف = ٢٠ وحدة طول

الوحدات، وذلك بالاسترشاد بجدول التحويلات فى الدروس التمهيدية، الواردة فى أول الكتاب.

الحركة وأنواعها:

- وضح إلى الطلاب بأن الخط المتصل الذى ترسمه النقطة أثناء حركتها بالنسبة لمجموعة القياس المعطاة يسمى مسار النقطة، و إذا كان المسار خطًّا مستقيمًا، فإن الحركة تسمى بالحركة فى خط مستقيم، و إذا كان منحنيًا سميت بالحركة فى خط منحنى ، ولتحديد حركة نقطة مادية على مسار معلوم يجب معرفة الآتى:

أ - مسار النقطة. ب - نقطة بدء القياس.

جـ - نقطة نهاية القياس.

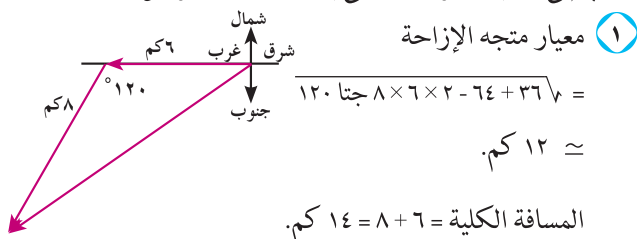
ويبين الشكل الأوسط مفهوم متجه الإزاحة لحركة النقطة المادية الذى لا يعتمد على المسار الذى يسلكه الجسم، وعلى ذلك فإن معيار متجه الإزاحة يكون دائمًا ≥ طول المسار الذى يسلكه الجسم فى الحركة.

خطأ شائع: قد يخلط الطلاب بين مفهومى المسافة والإزاحة تأكد من استيعاب الطلاب للمفهومين بطريقة سليمة من خلال عرض مثال ص٥٣.

التقييم المستمر (الحوار والمناقشة):

اطلب إلى طلابك حل ما ورد فى بند حاول أن تحل ص (٥٤)

١ معيار متجه الإزاحة



$= \sqrt{٣٦ + ٦٤ - ٢ \times ٦ \times ٨ \text{ جتا } ١٢٠}$

$\simeq ١٢$ كم.

المسافة الكلية = ٦ + ٨ = ١٤ كم.

فى بند تفكير ناقد:

- يهدف هذا النوع من التفكير على مدى دقة الطالب فى التفرقة بين المسافة والإزاحة تساوى صفرًا عندما يكون نقطة البداية هى نقطة النهاية.

٢ إذا بدأت النملة تسلق الجدار من النقطة أ إلى النقطة ب حيث اب = ٣ م وبأخذ $\overleftarrow{ى}$ فى اتجاه $\overleftarrow{اب}$ فإن:

متجه الإزاحة = ٣ $\overleftarrow{ى}$ + (-٣ $\overleftarrow{ى}$) = $\overleftarrow{٠}$

PDF Compressor Pro

التقييم المستمر:

- اطلب إلى طلابك حل ما ورد فى بند حاول أن تحل ص (٥٥) وتابع إجاباتهم:

$$\overleftarrow{ر}(١) = (٣ \times ١ + ٢)\,\overleftarrow{س} + (٤ \times ١ - ١)\,\overleftarrow{ص}$$

$$\overleftarrow{ر}(١) = ٥\,\overleftarrow{س} + ٣\,\overleftarrow{ص} ،$$

$$\overleftarrow{ر}(٣) = ١١\,\overleftarrow{س} + ١١\,\overleftarrow{ص}$$

$$\therefore \overleftarrow{ف} = \overleftarrow{ر}(٣) - \overleftarrow{ر}(١)$$

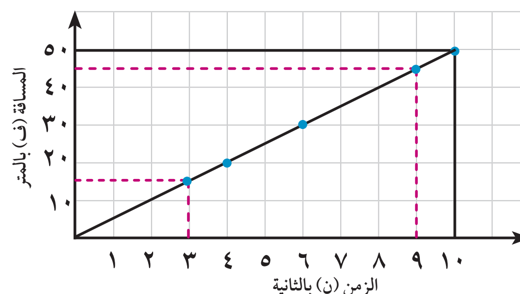
$$= ٦\,\overleftarrow{س} + ٨\,\overleftarrow{ص}$$

$$\|\overleftarrow{ف}\| = \sqrt{٣٦ + ٦٤}$$

= ١٠ وحدة مسافة.

نشاط فردى (آليات تنفيذ النشاط)

- وضح للطلاب الهدف من التمثيل البيانى بين المسافة والزمن ورسم أفضل خط مستقيم يمر بأغلب هذه النقاط وذلك لإيجاد مقدار السرعة الممثلة بميل هذا الخط المستقيم.
- أعط جداول أخرى تبين العلاقة بين الزمن والمسافة، واطلب إليهم إيجاد السرعة فى كل جدول باستخدام ميل الخط المستقيم.



من الشكل البياني نجد أن:

- بعد ٣ ثوان يقطع العداء ١٥ م .
- العداء يقطع ٤٥ م في ٩ ثوان .
- الخط المستقيم (٣، ١٥) ، (٩، ٤٥) .
- نحدد سرعة العداء، وذلك بإيجاد ميل الخط المستقيم.

ميل الخط المستقيم = سرعة العداء.

$$= \frac{(٤٥ - ١٥) \text{ بالمتر}}{(٩ - ٣) \text{ بالثانية}} = \frac{٣٠\text{م}}{٦\text{ث}} = ٥\text{م/ث}$$

الحركة المستقيمة | ٢ - ١

حاول أنْ تحل

(٣) فى المثال السابق : أوجد معيار متجه الإزاحة من ن = ١ إلى ن = ٣.

نشاط

منحنى (المسافة – الزمن):

الجدول التالى يبين العلاقة بين الزمن بالثوانى والمسافة بالأمتار لعدَّاء

الزمن بالثانية	صفر	٢	٤	٦	٨	١٠
المسافة بالمتر	صفر	١٠	٢٠	٣٠	٤٠	٥٠

١ فى ورقة الرسم البيانى حدد الزمن على محور السينات والمسافة على محور الصادات .

٢ مَثِّل بيانيًّا مواقع إحداثيات النقاط المبينة فى الجدول.

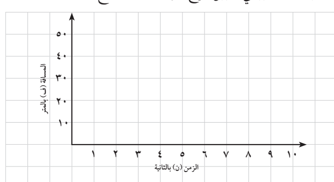
٣ استخدم المسطرة فى رسم أفضل خط مستقيم يمر بأغلب النقاط الموقعة فى الرسم.

٤ باستخدام الخط البياني الذي يبين العلاقة بين المسافة والزمن فى الأزمنة المبينة بالجدول، هل يمكنك إيجاد كل من :

أ المسافة التى يقطعها العداء بعد مضى ٣ ثوان؟

ب الزمن الذى يستغرقه العداء فى قطع مسافة ٤٥ مترًا؟

٥ هل يمكنك إيجاد ميل الخط البياني المبين لنوع حركة العداء؟ وضح ذلك.



السرعة *Speed*

إذا تسابق عداءان فى فترة زمنية محددة فإن العداء الذى يقطع مسافة أطول يكون أسرع من العداء الذى يقطع مسافة أقل، ويمكن قياس السرعة بالمسافة المقطوعة خلال فترة زمنية محددة دون تحديد اتجاه حركتها ؛ فالعداد الموجود أمام سائق السيارة يحدد مقدار سرعة السيارة فقط دون تحديد اتجاه مسار هذه السيارة .

تذكر أن

١ كم / س = $\frac{٥}{١٨}$ م / ث

١م / ث = $\frac{١٨}{٥}$ كم / س

٥٥ كتاب الطالب - الصف الثانى الثانوى

نشاط (اليات تنفيذ النشاط) :

- وجه طلابك إلى ملعب المدرسة لإجراء سباق للجرى.
- استعن بساعة إيقاف - شريط لقياس المسافات وحدد المسافة التى يجب أن ينتهى بها السباق؟

دون النتائج كالتالى

اسم المتسابق	المسافة المقطوعة (م)	الزمن بالثانية

اعرض على طلابك الأسئلة التالية:

١ من الفائز فى السباق؟

٢ ما الوصف الذى تطلقه على الفائز فى السباق؟

٣ ما العلاقة بين المسافة والزمن؟

٤ إذا قطع أحد المتسابقين مسافة ٣٠م فى زمن قدره ٥ ثوانٍ: فما هى سرعته؟

PDF Compressor Pro

حاول أنْ تحل

٤ أ حول ٩٠ كم / س إلى م / ث   ب حول ١٥م / ث إلى كم / س

٥ أكمل الجدول الآتي:

١٨ كم / س	٥٤ كم / س	.... كم / س	٩٠ كم / س	... كم / س	١٨٠ كم / س
٥ م / ث	...م / ث	٢٠م / ث	...م / ث	٣٠م / ث	...م / ث

$\times \frac{5}{18}$ $\times \frac{18}{5}$

متجه السرعة *Velocity vector*

متجه سرعة جسيم هو المتجه الذى معياره يساوى قيمة السرعة و ينطبق اتجاهه على اتجاه الحركة.

تعبير شفهي:

١- قارن بين السرعة ، متجه السرعة من حيث :

أ التعريف.   ب نوع الكمية (قياسية أو متجهة) .

السرعة المنتظمة: والسرعة المتغيرة *Uniform Volocity and variable Velocity*

الحركة المنتظمة: هى الحالة التى يكون فيها كل من معيار واتجاه متجه السرعة ثابتًا

وهنا نورد ملاحظتين هامتين على الحركة المنتظمة.

١ - **ثبات اتجاه متجه السرعة** : وهذا يعنى ان الجسم يتحرك فى اتجاه ثابت.

٢ - **ثبات معيار متجه السرعة** : وهذا يعنى ان الجسم يقطع في اتجاه حركته مسافات متساوية خلال فترات زمنية متساوية.

الحركة المتغيرة: إذا لم تكن الحركة منتظمة فإننا نسميها متغيرة. والحركة المتغيرة يتغير فيها متجه سرعة الجسم فى المقدار أو الاتجاه أو كليهما من لحظة إلى أخرى.

السرعة المتوسطة *average speed*

إذا قامت سيارة برحلة من مدينة القاهرة إلى مدينة الغردقة فإن المسافة بين المدينتين طبقًا لمسار السيارة يبلغ ٥١٠ كم، فإذا كانت السيارة تتحرك بسرعات متفاوتة بين المدينتين، وكان الزمن الكلى لتلك الرحلة ٦ ساعات فإنه لحساب السرعة المتوسطة للسيارة خلال هذه الرحلة نجد أن:

$$\text{السرعة المتوسطة } ع_م = \frac{\text{المسافة الكلية}}{\text{الزمن الكلى}} = \frac{٥١٠}{٦} = ٨٥ \text{ كم / س}$$

وعليه فإن :

السرعة المتوسطة هى المسافة الكلية المقطوعة خلال الرحلة ، مقسومًا على الزمن الكلي الذي استغرقته الرحلة.

متجه السرعة ومقدار السرعة:

⌑ وضح لطلابك بأن قيمة متجه السرعة يخضع لخواص المتجهات من حيث المقدار (قيمة السرعة) والاتجاه ينطبق على اتجاه حركة الجسيم أما السرعة فتتعين بمقدارها فقط لذلك فإن السرعة كمية قياسية موجبة دائمًا.

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة)

⌑ اطلب إلى طلابك حل ما جاء فى بند حاول أن تحل وتوصل معهم إلى الإجابات الصحيحة.

إجابات: ٩٠ كم/س = ٢٥م/ث ، ١٥م/ث = ٥٤ كم/س

١٨	٥٤	٧٢	٩٠	١٠٨	١٨٠
٥	١٥	٢٠	٢٥	٣٠	٥٠

سلم تقييم النشاط:

التقدير	أداء الطالب
ممتاز	ينفذ الطالب جميع بنود النشاط، ويمثل البيانات، و يوجد ميل الخط المستقيم بكل دقة.
جيد جدًّا	يمثل الطالب البيانات الموجودة فى الجدول، و يحتاج إلى مساعدة طفيفة لإيجاد ميل الخط المستقيم.
جيد	يحتاج الطالب لمساعدة طفيفة فى تمثيل البيانات و إيجاد ميل الخط المستقيم.
مقبول	يحتاج الطالب لمساعدة كبيرة فى تمثيل البيانات ورسم الخط المستقيم و إيجاد ميله.
ضعيف	لايستطيع الطالب تنفيذ النشاط ويحتاج إلى مساعدة كبيرة وتوجيه.

أخطاء شائعة

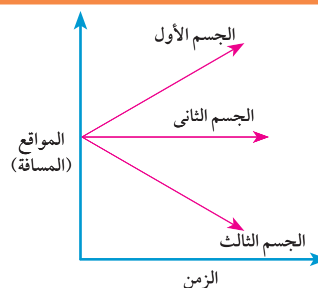
الخطأ: عدم قدرة الطالب على التفرقة بين السرعة ومتجه السرعة.

العلاج: تذكرة الطالب بأن السرعة كمية قياسية موجبة دائمًا تعتمد على المقدار فقط مثل قراءة عداد سرعة السيارة.
متجه السرعة كمية متجهة تعتمد على المقدار والاتجاه وتخضع إلى مفاهيم المتجهات.

⌑ ذكر طلابك بالفرق بين الكمية القياسية والكمية المتجهة.

PDF Compressor Pro

متجه السرعة المتوسطة:



- اعرض على طلابك الشكل السابق الذى يوضح حركة ثلاثة أجسام.
- اطلب منهم (فى مجموعات) وصف حركة كل جسم من الأجسام الثلاثة من حيث السكون أو الحركة أو ثبات السرعة وتغيرها وكذلك اتجاهها.
- ناقش الطلاب فى إجاباتهم.

نجد أن الجسم الأول يتحرك للأمام بسرعة ثابتة، والجسم الثانى فى حالة سكون، أما الجسم الثالث فيتحرك للخلف بسرعة ثابتة.

- أشر إلى طلابك بأن الشكل العلوى المرسوم ص (٥٧) يوضح مفهوم متجه السرعة المتوسطة عند لحظتين زمنيتين $ن_١$ ، $ن_٢$

حيث $\overrightarrow{ع_م} = \frac{\overrightarrow{ف}}{ن_٢ - ن_١}$

حيث $\overrightarrow{ف}$ متجه الإزاحة . كما يبين مثال (٢) أن قيمة السرعة المتوسطة هو ميل الخط المستقيم للشكل البيانى المقابل.

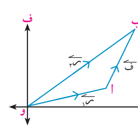
أى أن: $\overrightarrow{ع_م} = \frac{\overrightarrow{ر_٢} - \overrightarrow{ر_١}}{ن_٢ - ن_١}$

كما أن السرعة اللحظية لجسم يتحرك بسرعة متغيرة تساوى ميل المماس عند لحظة زمنية ما.

إرشادات للدراسة:

- السرعة: هى المسافة المقطوعة خلال فترة زمنية محددة، وهى كمية قياسية، إشارتها (+)
- متجه السرعة: معيار يساوى قيمة السرعة و ينطبق اتجاهه على اتجاه الحركة، وهو كمية متجهة إشارته + أ ، - ، ٠
- الإشارة الموجبة لمتجه السرعة المتوسطة تعنى أن المسافة تزداد بتزايد الزمن.
- اتجاه السرعة المتوسطة (+) إذا كانت المسافة تزداد بالنسبة للزمن و يكون (-) إذا كانت المسافة تقل بالنسبة للزمن.

متجه السرعة المتوسطة Vector of the average velocity



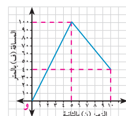
إذا تحرك جسيم وتواجد عند لحظتين زمنيتين $ن_١$ ، $ن_٢$ عند الموضعين أ ، ب على الترتيب وكان $\overrightarrow{ف}$ هو متجه الإزاحة فى الفترة الزمنية $(ن_٢ - ن_١)$ فإن $\overrightarrow{ع_م}$ يعرف بمتجه السرعة المتوسطة لهذا الجسيم خلال تلك الفترة الزمنية و يكون:

$$\overrightarrow{ع_م} = \frac{\overrightarrow{ر_٢} - \overrightarrow{ر_١}}{ن_٢ - ن_١} = \frac{\overrightarrow{ف}}{ن_٢ - ن_١}$$

مثال

٣ يبين الشكل المقابل العلاقة بين المسافة والزمن لحركة راكب دراجة ، فى خط مستقيم من نقطة(و) أوجد:

أ متجه السرعة المتوسطة. ب السرعة المتوسطة.



الحل

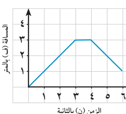
نوجد متجه السرعة المتوسطة باستخدام نقطتين على الخط البياني.

أ $\overrightarrow{ع_م} = \frac{٤٠ \overrightarrow{ى}}{١٠} = ٤ \overrightarrow{ى}$ ومعيارها ٤ م/ث

ب $\overrightarrow{ع_م} = \frac{١٠٠ + ٦٠}{١٠} = ١٦$ م/ث

حاول أنْ تحل

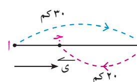
٦ يبين الشكل التالى رسمًا بيانيًّا لمنحنى (المسافة - الزمن) لفأر يهرب من قط. أعد رسم هذا الشكل إذا هرب الفأر من القط بضعف سرعته.



مثال حساب السرعة المتوسطة ومتجه السرعة المتوسطة

٤ قطع راكب دراجة ٣٠ كم على طريق مستقيم بسرعة ١٨ كم / س، ثم عاد على نفس الطريق فقطع ٢٠ كم فى الاتجاه المضاد بسرعة ١٥ كم / س أوجد متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها، ثم أوجد سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها.

الحل



إذا بدأ راكب الدراجة الحركة من الموضع أ إلى الموضع ب فى المرحلة الأولى، ثم عاد من ب إلى جـ فى المرحلة الثانية وبفرض أنَّ $\overrightarrow{ى}$ هو متجه الوحدة فى اتجاه $\overrightarrow{أب}$.

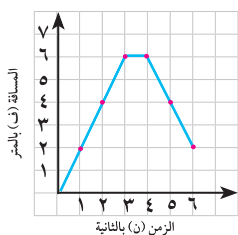
زمن المرحلة الأولى $= \frac{ف}{ع_١}$ أى $ن_١ = \frac{٣٠}{١٨} = \frac{٥}{٣}$ ساعة،

زمن المرحلة الثانية $ن_٢ = \frac{٢٠}{١٥} = \frac{٤}{٣}$ ساعة.

الزمن الكلى للرحلة $= \frac{٥}{٣} + \frac{٤}{٣} = \frac{٩}{٣} = ٣$ ساعات

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة)

¤ ناقش مع طلابك ما جاء في بند حاول أن تحل ص (٥٧)، (٥٨) وتوصل معهم إلى الإجابة الصحيحة.



إجابات:

٦- يبين الشكل المقابل الرسم البياني للفأر يضعف سرعته الأولى.

٧- ∵ راكب الدراجة تحرك إزاحتين متتاليين في نفس الاتجاه.

$\overleftarrow{ف} = ٢٥\,\overleftarrow{ى} + ٧\,\overleftarrow{ى} = ٣٢\,\overleftarrow{ى}$.

الزمن الكلي للرحلة $= \frac{٢٥}{١٥} + \frac{٧}{٧} = \frac{٨}{٣}$ ساعة

$\because \overleftarrow{ع_م} = \frac{\overleftarrow{ف}}{ن}$ $\quad \therefore \overleftarrow{ع_م} = \frac{٣٢\,\overleftarrow{ى}}{\frac{٨}{٣}} = ١٢\,\overleftarrow{ى}$

أي أن متجه السرعة المتوسطة له نفس اتجاه $\overleftarrow{ى}$ ومعياره ١٢ كم/س.

، مقدار السرعة المتوسطة $= \frac{(٢٥+٧)\times ٣}{٨} = ١٢$ كم/س.

أخطاء شائعة:

¤ أكد على الطلاب على التفرقة بين السرعة المتوسطة (كمية قياسية) حيث $ع = \frac{ف_{الكلية}}{ن_{الكلى}}$ وبين معيار واتجاه السرعة المتوسطة كما وردت في مثال (٥) باعتبارها كمية متجهة وعدم الخلط بين الحالتين.

¤ ناقش مع طلابك ما ورد في نبد حاول أن تحل٩ ص (٥٩) وتوصل معهم إلى الإجابة الصحيحة.

إجابات:

$\because \overleftarrow{ف} = \overleftarrow{ر_٢} - \overleftarrow{ر_١} = (-٣ ، ٤)$

$\overleftarrow{ع_م} = \frac{١}{٨-٣}\left(-٣\,\overleftarrow{س} + ٤\,\overleftarrow{ص}\right)$

$= -\frac{٣}{٥}\,\overleftarrow{س} + \frac{٤}{٥}\,\overleftarrow{ص}$

$\|\overleftarrow{ع_م}\| = \sqrt{\frac{٩}{٢٥} + \frac{١٦}{٢٥}} = ١$ وحدة سرعة

وتصنع زاوية قطبية $ظا^{-١}\left(-\frac{٤}{٣}\right)$

أي: $١٢٦° \; ٥٢' \; ١١''$.

¤ زمن السرعة اللحظية متناهٍ في الصغر فإذا اعتبرنا أن السرعة المتوسطة $= \frac{\Delta ف}{\Delta ن}$ فإن السرعة اللحظية $\underset{\Delta ن \to ٠}{نهـا} \frac{\Delta ف}{\Delta ن}$

¤ لذلك قراءة عداد السيارة يشير إلى السرعة اللحظية :

الإزاحة $\overleftarrow{ف} = ٣٠\,\overleftarrow{ى} - ٢٠\,\overleftarrow{ى} = ١٠\,\overleftarrow{ى}$

$\because \overleftarrow{ع_م} = \frac{\overleftarrow{ف}}{ن}$ $\quad \therefore \overleftarrow{ع_م} = \frac{١٠\,\overleftarrow{ى}}{٣} = ٣\frac{١}{٣}\,\overleftarrow{ى}$

أيْ أنَّ متجه السرعة المتوسطة له نفس اتجاه $\overleftarrow{ى}$ أي في اتجاه $\overleftarrow{اب}$ ومعياره يساوى $٣\frac{١}{٣}$ كم / س.

السرعة المتوسطة $= \frac{المسافة\ الكلية}{الزمن\ الكلى} = \frac{٣٠+٢٠}{٣} = \frac{٥٠}{٣}$ كم/س

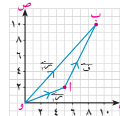
حاول أنْ تحل

(٧) قطع راكب دراجة مسافة ٢٥ كم على طريق مستقيم بسرعة ١٥ كم / س، ثم قطع مسافة ٧ كم في نفس الاتجاه بسرعة ٧ كم / س. أوجد متجه السرعة المتوسطة خلال الرحلة كلها، سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها.

مثال

(٥) تواجد جسيم عند لحظتين زمنيتين ٣، ٧ ثوان عند الموضعين أ (٥ ، ٢) ، ب (٩ ، ١٠) على الترتيب، أوجد متجه السرعة المتوسطة للجسيم خلال هذه الفترة الزمنية، ثم أوجد معيار واتجاه هذه السرعة المتوسطة.

الحل



الشكل المقابل يمثل:

متجه الموضع الابتدائى $\overleftarrow{وأ}$ ($\overleftarrow{ر_١}$)،

متجه الموضع النهائى $\overleftarrow{وب}$ ($\overleftarrow{ر_٢}$)،

متجه الإزاحة $\overleftarrow{اب}$ ($\overleftarrow{ف}$)

حيث: $\overleftarrow{ف} = \overleftarrow{ر_٢} - \overleftarrow{ر_١}$

$\overleftarrow{ف} = (٩ ، ١٠) - (٥ ، ٢)$

$\overleftarrow{ف} = (٤ ، ٨)$

$\because \overleftarrow{ع_م} = \frac{\overleftarrow{ف}}{ن_٢ - ن_١}$

$\therefore \overleftarrow{ع_م} = \frac{١}{(٧-٣)}\left(٤\,\overleftarrow{س} + ٨\,\overleftarrow{ص}\right)$

$\overleftarrow{ع_م} = \overleftarrow{س} + ٢\,\overleftarrow{ص}$ (الصورة المتجهة للسرعة المتوسطة)

$\|\overleftarrow{ع_م}\| = \sqrt{(١)^٢ + (٢)^٢} = \sqrt{٥}$ وحدة سرعة

وتصنع زاوية قطبية مع $\overleftarrow{وس}$ ظلها ٢ أي $٦٣° \; ٢٦' \; ٦''$.

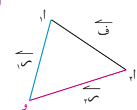
حاول أنْ تحل

(٨) تواجد جسيم عند لحظتين زمنيتين ٣، ٨ ثوان عند الموضعين أ(٧، ٢) ، ب (٤، ٦) على الترتيب أوجد متجه السرعة المتوسطة للجسيم خلال هذه الفترة الزمنية، ثم أوجد معيار واتجاه هذه السرعة.

متجه السرعة اللحظية *Instantaneous Velocity*

في الشكل المقابل

$\because \overleftarrow{ع_م} = \frac{\overleftarrow{ف}}{ن_٢ - ن_١} = \frac{\overleftarrow{ر_٢} - \overleftarrow{ر_١}}{ن_٢ - ن_١}$



و إذا كانت الفترة الزمنية $(ن_٢ - ن_١)$ صغيرة جدًا تتوسطها اللحظة ن فإن متجه السرعة في هذه الحالة يعرف بمتجه السرعة اللحظية عند اللحظة ن و يرمز لها بالرمز $\overleftarrow{ع}$

فكر و ناقش

السرعة النسبية *Relative velocity*

ماذا تلاحظ؟

- إذا جلست في قطار يتحرك وأنت تشاهد من النافذة أعمدة الإنارة والأشجار على جانب الطريق.
- إذا ركبت سيارة تتحرك بسرعة في اتجاه ما، وأنت تشاهد السيارات الأخرى التي تتحرك في نفس اتجاه سيارتك.
- إذا كانت السيارات الأخرى تتحرك عكس اتجاه سيارتك.

نلاحظ مما سبق أن الحركة مفهوم نسبى يختلف من مشاهد لآخر في موضع آخر، وفي جميع الحالات فإن المشاهد يرصد حركات الأجسام الأخرى باعتباره ساكنًا حتى ولو كان غير ذلك، فيرى هذه الأجسام تتحرك بسرعات ليست هى السرعات الفعلية لها، ولكنها سرعات نسبية.

مفهوم السرعة النسبية:

السرعة النسبية لجسيم (ب) بالنسبة لجسيم آخر (أ) هى السرعة التى يبدو أن الجسيم (ب) يتحرك بها لو اعتبرنا الجسيم (أ) في حالة سكون.

متجه السرعة النسبية:

باعتبار أن $\overleftarrow{ع_أ}$ ، $\overleftarrow{ع_ب}$ هما متجها سرعة لجسمين أ ، ب بالنسبة للمشاهد (و) وأن $\overleftarrow{ع_{بأ}}$ هو متجه سرعة ب بالنسبة إلى أ.

بإضافة $(-\overleftarrow{ع_أ})$ إلى كل من المتجهين $\overleftarrow{ع_أ}$ ، $\overleftarrow{ع_ب}$ للجسمين أ ، ب حيث يصبح أ ساكنًا و يصبح متجه سرعة ب بالنسبة إلى أ هى $(\overleftarrow{ع_ب} - \overleftarrow{ع_أ})$ **أيْ أنَّ:** $\overleftarrow{ع_{بأ}} = \overleftarrow{ع_ب} - \overleftarrow{ع_أ}$

تفكير ناقد: إذا كان $\overleftarrow{ع_{بأ}}$ هو متجه سرعة ب بالنسبة إلى أ ، $\overleftarrow{ع_{أب}}$ متجه سرعة أ بالنسبة إلى سرعة ب فاكتب العلاقة بين $\overleftarrow{ع_{بأ}}$ ، $\overleftarrow{ع_{أب}}$

PDF Compressor Pro

حسب خواص المتجهات: $\overleftarrow{ع}_{ب أ} = - \overleftarrow{ع}_{أ ب}$

السرعة النسبية

⌑ وضح إلى الطلاب الفرق بين السرعة الفعلية والسرعة النسبية بأمثلة ملموسة من واقع حياة الطالب كالآتى:

١- إذا جلست فى قطار بدأ حركته، ونظرت من نافذته فأنك ترى أعمدة الإنارة والأشجار على جانب الطريق تبدو وكأنها تتحرك عكس اتجاه حركة القطار، تسمى هذه بالسرعة النسبية لهذه الأجسام بالنسبة للقطار.

٢- إذا ركبت سيارة تتحرك بسرعة ما فى اتجاه معين، فإنك تشاهد السيارات التى تتحرك فى الاتجاه المضاد، وكأنها تتحرك بسرعة كبيرة. هذه السرعات سرعة نسبية بالنسبة لسيارتك.

٣- إذا ركبت سيارة تتحرك بسرعة ما وأمامك سيارة تسير بنفس السرعة وفى نفس الاتجاه فتبدو لك هذه السيارة وكأنها ساكنة وهذه هى السرعة النسبية للسيارة التى أمامك بالنسبة لسيارتك.

٤- اطلب إلى الطلاب عمل عصف ذهنى لأمثلة حياتية أخرى.

و يمكن القول بأن السرعة اللحظية لجسم ما عند لحظة معينة تساوى سرعته المتوسطة خلال فترة صغيرة جدًّا حول هذه اللحظة.

التقييم المستمر : (الحوار والمناقشة)

ناقش مع طلابك ما جاء بخصوص حاول أن تحل ص(٦١)، ص(٦٢) وتوصل معهم إلى الإجابات الصحيحة.

إجابات:

١٠- بفرض أن متجه سرعة السيارة $\overleftarrow{ع}_{أ}$ ومتجه سرعة الدراجة $\overleftarrow{ع}_{ب}$ ومتجه سرعة الدراجة بالنسبة للسيارة $\overleftarrow{ع}_{ب أ}$ فإن.

أ - $\overleftarrow{ع}_{ب أ} = \overleftarrow{ع}_{ب} - \overleftarrow{ع}_{أ}$

أى أن $\overleftarrow{ع}_{ب أ} = ٢٨ \overleftarrow{ى} - ٧٢ \overleftarrow{ى} = -٤٤ \overleftarrow{ى}$

أى أن الدراجة تبدو لقائد السيارة وكأنها تتقهقر بسرعة ٤٤ كم/س.

ب - عندما تتحرك الدراجة عكس اتجاه السيارة:

$\because \overleftarrow{ع}_{ب أ} = -٢٨ \overleftarrow{ى} - ٧٢ \overleftarrow{ى} = -١٠٠ \overleftarrow{ى}$

أى أن الدراجة تبدو لقائد السيارة، وكأنها متحركة نحوه بسرعة ١٠٠ كم/س

١١- نفرض أن سرعة سيارة الرادار = $\overleftarrow{ع}_{أ}$، سرعة سيارة النقل = $\overleftarrow{ع}_{ب}$ ، $\overleftarrow{ع}_{أ} = ٤٠ \overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{ب أ} = -١٢٠ \overleftarrow{س}$

$\because \overleftarrow{ع}_{ب} = \overleftarrow{ع}_{أ} + \overleftarrow{ع}_{ب أ}$

$\therefore \overleftarrow{ع}_{ب} = ٤٠ \overleftarrow{س} - ١٢٠ \overleftarrow{س} = -٨٠ \overleftarrow{س}$

مثال

⑥ تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٨٠ كم/س. فإذا تحركت فى نفس اللحظة على نفس الطريق دراجة بخارية بسرعة ٥٠ كم / س. أوجد السرعة النسبية للدراجة البخارية بالنسبة للسيارة عندما تكون:

أ الدراجة تتحرك فى نفس اتجاه حركة السيارة.

ب الدراجة تتحرك عكس اتجاه حركة السيارة.

الحل

نرمز للسيارة بالرمز أ وللدراجة بالرمز ب وبفرض أن $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة فى اتجاه حركة السيارة.

الدراجة ٥٠ كم / س ب — السيارة ٨٠ كم / س أ

أ عندما تتحرك الدراجة فى نفس اتجاه حركة السيارة تكون:

$\overleftarrow{ع}_{ب} = ٥٠ \overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع}_{أ} = ٨٠ \overleftarrow{ى}$ ، سرعة الدراجة بالنسبة للسيارة $\overleftarrow{ع}_{ب أ} = ؟$

$\because \overleftarrow{ع}_{ب أ} = \overleftarrow{ع}_{ب} - \overleftarrow{ع}_{أ}$ $\therefore \overleftarrow{ع}_{ب أ} = ٥٠ \overleftarrow{ى} - ٨٠ \overleftarrow{ى} = -٣٠ \overleftarrow{ى}$

أىْ أنَّ الدراجة تبدو لراكب السيارة وكأنها متحركة مبتعدة عن السيارة بسرعة مقدارها ٣٠ كم / س فى عكس اتجاه $\overleftarrow{ى}$.

ب عندما تتحرك الدراجة فى عكس اتجاه السيارة:

$\overleftarrow{ع}_{ب} = -٥٠ \overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع}_{أ} = ٨٠ \overleftarrow{ى}$ ،

الدراجة ٥٠ كم / س ب — السيارة ٨٠ كم / س أ

$\because \overleftarrow{ع}_{ب أ} = \overleftarrow{ع}_{ب} - \overleftarrow{ع}_{أ}$

$\therefore \overleftarrow{ع}_{ب أ} = -٥٠ \overleftarrow{ى} - ٨٠ \overleftarrow{ى} = -١٣٠ \overleftarrow{ى}$

أىْ أنَّ الدراجة تبدو لراكب السيارة وكأنها متحركة نحوه بسرعة ١٣٠ كم/ س.

حاول أنْ تحل

⑨ تتحرك سيارة على طريق مستقيم بسرعة ٧٢ كم/ س. فإذا تحركت على الطريق نفسه دراجة بخارية بسرعة ٢٨ كم / س. فأوجد السرعه النسبية للدراجة البخارية بالنسبة للسيارة عندما:

أ الدراجة تتحرك فى نفس اتجاه حركة السيارة.

ب الدراجة تتحرك فى عكس اتجاه حركة السيارة.

مثال

⑦ تتحرك باخرة فى مسار مستقيم نحو ميناء، ولما صارت على مسافة ١٠٠ كم منه مرت فوقها طائرة حراسة فى الاتجاه المضاد بسرعة ٢٥٠ كم / س، ورصدت حركة الباخرة، فبدت لها متحركة بسرعة ٣٠٠ كم / س، احسب الزمن الذى يمضى من لحظة الرصد حتى وصول الباخرة إلى الميناء.

الحل

نرمز للباخرة بالرمز ب وللطائرة بالرمز أ ونفرض أن $\overleftarrow{ى}$ متجه وحدة له نفس اتجاه حركة الطائرة.

وأن السرعة الفعلية للباخرة $\overleftarrow{ع}_{ب}$ (فى اتجاه مضاد لحركة الطائرة).

الطائرة ٢٥٠ كم / س أ — الباخرة $\overleftarrow{ع}_{ب}$ ب

$\therefore \overleftarrow{ع}_{أ} = ٢٥٠ \overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع}_{ب أ} = -٣٠٠ \overleftarrow{ى}$

$\because \overleftarrow{ع}_{ب أ} = \overleftarrow{ع}_{ب} - \overleftarrow{ع}_{أ}$ $\therefore -٣٠٠ \overleftarrow{ى} = \overleftarrow{ع}_{ب} - ٢٥٠ \overleftarrow{ى}$

أىْ أنَّ $\overleftarrow{ع}_{ب} = -٥٠ \overleftarrow{ى}$

أىْ أنَّ السرعة الفعلية للباخرة مقدارها ٥٠ كم / س وتعمل فى الاتجاه المضاد لحركة الطائرة.

$\because \overleftarrow{ف} = \overleftarrow{ع}$ ن $\therefore ١٠٠ = ٥٠$ ن

أىْ أنَّ ن = ٢ ساعة

حاول أنْ تحل

⑩ تتحرك سيارة رادار لمراقبة السرعة على الطريق الصحراوى بسرعة ٤٠ كم / س، راقبت هذه السيارة حركة سيارة نقل قادمة فى الاتجاه المضاد، فبدت وكأنها تتحرك بسرعة ١٢٠ كم / س فما هى السرعة الفعلية لسيارة النقل؟



تمارين (٢ - ١)

أكمل مايأتى:

① ٢٠م / ث = ... كم / س ② ٩٠ كم / س = ... م / ث

③ تتحرك سيارة بسرعة منتظمة مقدارها ٧٢ كم / س لمدة ربع ساعة فإن المسافة المقطوعة = ... كم.

④ إذا كان $\overleftarrow{ع}_{أ} = ١٥ \overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع}_{ب} = ٢٢ \overleftarrow{س}$ فإن $\overleftarrow{ع}_{ب أ} =$ ....

⑤ إذا كان $\overleftarrow{ع}_{أ ب} = ٦٥ \overleftarrow{ى}$ ، $\overleftarrow{ع}_{أ} = ٥٠ \overleftarrow{ى}$ فإن $\overleftarrow{ع}_{ب} =$ ....

⑥ يتحرك راكب دراجة أ على طريق مستقيم بسرعة ١٥ كم / س ويتحرك فى نفس الاتجاه راكب آخر ب بسرعة ١٢ كم / س فإن سرعة ب بالنسبة إلى أ تساوى .... كم / س.

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

⑦ إذا تحركت سيارة بسرعة منتظمة مقدارها ٧٥ كم / س لمدة ٢٠ دقيقة فإن المسافة المقطوعة بـ كم تساوى:

أ ١٥ ب ٢٠ ج ٢٥ د ٣٠

الوحدة الثانية: الديناميكا

(٨) الزمن بالساعة الذي تستغرقه سيارة تتحرك بسرعة منتظمة ٢٠ متر / ث في قطع مسافة ١٨٠ كم يساوي:

أ $١\frac{١}{٢}$ ب ٢ ج $٢\frac{١}{٢}$ د ٣

(٩) إذا كان $\overleftarrow{ع_{اب}}$ = ١٥ $\overleftarrow{س}$ ، $\overleftarrow{ع_{ا}}$ = ٣٥ $\overleftarrow{س}$ فإن $\overleftarrow{ع_{ب}}$ تساوى:

أ - ٥٠ $\overleftarrow{س}$ ب - ٢٠ $\overleftarrow{س}$ ج ٢٠ $\overleftarrow{س}$ د ٥٠ $\overleftarrow{س}$

(١٠) إذا كان متجه موضع جسيم يتحرك فى خط مستقيم من نقطة و يعطى كدالة فى الزمن ن (ثانية) بالعلاقة:

$\overleftarrow{ر}$ = (٢ ن^{٢} + ٣) $\overleftarrow{ى}$ فإن معيار متجه الإزاحة $\overleftarrow{ف}$ بعد ٢ ثانية حيث معيار $\overleftarrow{ر}$ بالمتر يساوى:

أ ٤ متر ب ٦ متر ج ٨ متر د ١١ متر

(١١) الربط بالفلك: إذا كان الضوء يصل من الشمس إلى الأرض فى ٨,٣ دقيقة، وكان بعد الأرض عن الشمس ١,٤٩٤ × ١٠^{١١} متر فأوجد سرعة الضوء.

(١٢) تحركت سيارتان فى وقت واحد من بنها متجهتان إلى القاهرة بسرعة ثابتة لكل منهما، فإذا كانت سرعة الأولى ٧٠ كم/س، وسرعة الثانية ٨٤ كم/س . ما الزمن الذى سينتظره قائد السيارة الثانية حتى يلحق به قائد السيارة الأولى فى نهاية الرحلة التى يبلغ طولها ٤٩ كم؟

(١٣) دخل قطار طوله ١٥٠ مترًا نفقًا مستقيمًا طوله ف متر، فاستغرق عبوره بالكامل من النفق فى زمن قدره ١٥ ثانية، أوجد طول النفق إذا كانت سرعة القطار منتظمة وتساوى ٩٠ كم / س.

(١٤) قطع راكب دراجة ٣٠ كم على طريق مستقيم بسرعة ١٥ كم / س ثم عاد فقطع ١٠ كم فى الاتجاه المعاكس بسرعة ١٠ كم / س، أوجد متجه سرعته المتوسطة خلال الرحلة كلها.

(١٥) سار رجل على طريق مستقيم فقطع ٨٠٠ متر بسرعة ٩ كم / س ، وقطع مسافة مساوية لها فى نفس الاتجاه بسرعة ٤,٥ كم / س، أوجد السرعة المتوسطة للرجل خلال الرحلة كلها.

(١٦) مدينتان ا ،ب على الطريق الساحلى المسافة بينهما ١٢٠ كم، تحركت سيارة من المدينة ا متجهة إلى المدينة ب بسرعة منتظمة ٨٨ كم / س، وفى نفس اللحظة قامت سيارة أخرى من المدينة ب متجهة إلى المدينة ا بسرعة منتظمة ٧٢ كم / س أوجد متى وأين تتقابل السيارتان؟

(١٧) تتحرك سيارة ا على طريق مستقيم بسرعة منتظمة ٦٠ كم / س وتتحرك سيارة ب على نفس الطريق بسرعة منتظمة ٩٠ كم / س. أوجد سرعة السيارة ا بالنسبة للسيارة ب إذا كانت:

أ السيارتان تتحركان فى اتجاهين متضادين. ب السيارتان تتحركان فى اتجاه واحد.

(١٨) قامت سيارة شرطة متحركة بسرعة منتظمة على طريق أفقى بقياس السرعة النسبية لشاحنة تتحرك أمامها وفى نفس الاتجاه فوجدتها ٦٠ كم / س، ولما زيدت سرعة سيارة الشرطة إلى الضعف، وأعادت القياس فبدت الشاحنة وكأنها ساكنة. أوجد السرعة الفعلية لكل من سيارة الشرطة والشاحنة.

٦٢ تطبيقات الرياضيات - علمى

∴ السرعة الفعلية لسيارة النقل = ٨٠ كم / س.

مثال (ص ٦١):

اعرض على طلابك المثال، ووضح لهم ما يلى:

نفرض أن موضع الطائرة (أ) وتتحرك بسرعة ٢٥٠ كم/س

نفرض موضع الباخرة (ب) على مسافة ١٠٠ كم

أكد على طلابك أن الباخرة تتحرك فى عكس اتجاه حركة الطائرة.

ناقش مع طلابك إيجاد السرعة الفعلية للباخرة وفى أى اتجاه.

تمارين إثرائية

١ - تتحرك باخرة فى مسار مستقيم نحو ميناء، ولما صارت على بعد ٤٥ كم منه مرت فوقها طائرة حراسة تطير فى الاتجاه المضاد بسرعة ٢٥٠ كم/س، ورصدت حركة الباخرة، فبدت لها وكأنها تتحرك بسرعة ٢٦٥ كم/س. احسب الزمن الذى يمضى من لحظة الرصد حتى تصل الباخرة إلى الميناء

(الإجابة: ٣ ساعات)

٢ - قامت سيارة ا متحركة على طريق مستقيم بقياس السرعة النسبية لسيارة ب قادمة فى الاتجاه المضاد، فوجدتها ١٢٠ كم /س، ولما خفضت السيارة ا سرعتها إلى النصف وأعادت القياس وجدت أن السرعة النسبية للسيارة ب أصبحت ١٠٠ كم/س. أوجد السرعة الفعلية لكل من السيارتين؟

[الإجابة: ٤٠ كم/س، ٨٠ كم/س]

التقييم المستمر: إجابات بعض تمارين (٢-١)

(١) ٧٢ كم/س

(٢) ٢٥ م/ث

(٣) ١٨ كم

(٤) ٧ $\overleftarrow{ى}$

(٥) -١٥ $\overleftarrow{ى}$

(٦) - ٣ $\overleftarrow{ى}$

من (٧) إلى (١٠) جميع البدائل هى جـ

(١١) ع = ١,٤٩٤ × ١٠^{١١} ÷ ٨,٣ × ٦٠ = ٢٤,٩٠ × ١٠^{٧} م/ث

PDF Compressor Pro

(١٢) ن_1 = ٤٢ دقيقة، ن_2 = ٣٥ دقيقة، زمن الانتظار = ٧ دقائق

(١٣) $\frac{\text{١٥٠ + ف}}{\text{١٥}} = \frac{\text{٩٠} \times \text{٥}}{\text{١٨}}$ ف = ٢٢٥ مترًا

وضح لطلابك أن هناك فرقًا بين مقدار السرعة المتوسطة ومتجه السرعة.

فالتمرين (١٤) يركز على متجه السرعة المتوسطة أما تمرين (١٥) يركز على مقدار السرعة المتوسطة.

(١٤) $\text{ن}_1 = \frac{\text{٣٠}}{\text{١٥}}$ = ٢س، $\text{ن}_2 = \frac{\text{١٠}}{\text{١٠}}$ = ١س

$\overleftarrow{\text{ع}} = \frac{\text{٣٠ - ١٠}}{\text{٣}} = \frac{\text{٢٠}}{\text{٣}}\ \overleftarrow{\text{ى}}$

(١٥) $\text{ن}_1 = \frac{\text{١٦}}{\text{٣}}$ دقيقة، $\text{ن}_2 = \frac{\text{٨}}{\text{٤٥}}$ = دقيقة

ن الكلية = ١٦ دقيقة

$\text{ع}_\text{م}$ = ١٦٠٠ ÷ ١٦ = ١٠٠ م/ق

(١٦) ١٢٠ = ٨٨ ن + ٧٢ ن ومنها ن = ٤٥ دقيقة

ف للأولى = ٦٦ كم

تمرين (١٧)، (١٨) تطبيقًا على السرعة النسبية والسرعة الفعلية لسيارة.

يمكن استخدام تمرين (١٧)، (١٨) لتطبيق مباشر على موضوع السرعة النسبية.

(١٧) $\overleftarrow{\text{ع}}_\text{أ}$ = ٦٠ $\overleftarrow{\text{ى}}$ ، $\overleftarrow{\text{ع}}_\text{ب}$ = -٩٠ $\overleftarrow{\text{ى}}$

∴ $\overleftarrow{\text{ع}}_\text{أب}$ = $\overleftarrow{\text{ع}}_\text{أ}$ - $\overleftarrow{\text{ع}}_\text{ب}$ = ٦٠ $\overleftarrow{\text{ى}}$ - (-٩٠ $\overleftarrow{\text{ى}}$)

∴ $\overleftarrow{\text{ع}}_\text{أب}$ = ٦٠ $\overleftarrow{\text{ى}}$ - ٩٠ $\overleftarrow{\text{ى}}$ = -٣٠ $\overleftarrow{\text{ى}}$

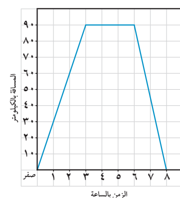
(١٨) $\overleftarrow{\text{ع}}_\text{ب}$ - $\overleftarrow{\text{ع}}_\text{أ}$ = ٦٠ $\overleftarrow{\text{ى}}$ ⟵ ١

$\overleftarrow{\text{ع}}_\text{ب}$ - ٢ $\overleftarrow{\text{ع}}_\text{أ}$ = $\overleftarrow{\text{٠}}$ ⟵ ٢

من ١ ، ٢ ∴ $\text{ع}_\text{أ}$ = ٦٠ كم/س ، $\text{ع}_\text{ب}$ = ١٢٠ كم/س.

- ناقش مع طلابك المطلوب من النشاط.
- تأكد من فهم طلابك لقراءة الرسم البياني ودلالته.

نشاط (١)



(١٩) يمثل الشكل المقابل العلاقة بين المسافة بالكيلو متر والزمن بالساعة لمسار دراجة بخارية تتحرك بين مدينتين. أجب عما يلي :

أ) أوجد السرعة المتوسطة للدراجة فى أثناء الذهاب؟

ب) أوجد السرعة المتوسطة للدراجة فى أثناء العودة؟

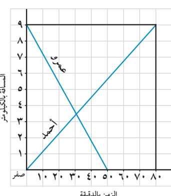
جـ) ما دلالة القطعة المستقيمة الأفقية فى الشكل؟

(٢٠) تحركت دراجة بخارية بسرعة منتظمة فوجد أنها بعد دقيقة واحدة أصبحت على بعد ٢ كم من نقطة أ، وبعد ٣ دقائق أصبحت على بعد ٥ كم من نفس النقطة. ارسم شكلًا بيانيًا يمثل العلاقة بين المسافة والزمن لهذه الدراجة ومن الرسم:

أ) أوجد سرعة الدراجة.

ب) اكتب العلاقة الرياضية بين الزمن (ن) والمسافة (ف).

نشاط (٢)



(٢١) يوضح الشكل المقابل مسار حركة كل من أحمد وعمرو فى قطع المسافة بين قريتين، أحدهما فى القرية الأولى، والآخر فى القرية الثانية.

أ) هل بدأ أحمد وعمرو الحركة فى توقيت واحد؟ فسِّر إجابتك.

ب) بعد كم دقيقة التقى أحمد وعمرو؟

جـ) ما الزمن الذى استغرقه أحمد فى قطع المسافة؟

د) أوجد سرعة عمرو.

هـ) إذا بدأ عمرو التحرك الساعة ٣٠ق:٩س صباحًا فمتى يصل إلى القرية الأخرى؟

(٢٢) إذا كان متجه موضع جسيم $\overleftarrow{\text{ر}}$ يتحرك فى خط مستقيم من نقطة و يعطى كدالة فى الزمن ن بالعلاقة: $\overleftarrow{\text{ر}}$ = (ن^2 + ٣ن - ٢) $\overleftarrow{\text{س}}$ حيث $\overleftarrow{\text{س}}$ متجه وحدة ثابت. أوجد متجه الإزاحة بعد ٤ ثوان.

(٢٣) تواجد جسيم عند لحظتين زمنيتين مقدارهما ٣، ٨ ثوان عند الموضعين أ(٤، ٣) ، ب (١٢ ، ٩) على الترتيب. أوجد متجه السرعة المتوسطة للجسيم خلال هذه الفترة الزمنية، ثم أوجد معيار واتجاه هذه السرعة المتوسطة.

(٢٤) تفكير إبداعى: يتحرك رجل على كوبرى أ ب ، وعندما قطع $\frac{\text{٣}}{\text{٨}}$ طول الكوبرى من جهة أ سمع صوت صفير قطار يتحرك خلفه بسرعة منتظمة مقدارها ٦٠ كم/ س نحو نقطة أ فإذا تحرك الرجل نحو القطار فإن القطار سيصدمه عند نقطة أ مباشرة أوجد أقل سرعة منتظمة يتحرك بها الرجل قبل أن يصدمه القطار مباشرة عند نقطة ب.

٢ - ٢ الحركة منتظمة التغير فى خط مستقيم

Rectilinear motion with Uniform accelerated

سوف تتعلم
- التسارع.
- منحنى السرعة – الزمن.
- الحركة منتظمة التغير.
- العلاقة بين السرعة – الزمن.
- العلاقة بين المسافة – الزمن.
- العلاقة بين السرعة – المسافة.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ
- تسارع Acceleration
- حركة منتظمة التغير Uniform variable motion
- عجلة منتظمة Uniform acceleration
- تقصير منتظم Uniform deceleration

الأدوات والوسائل
- ورق مربعات
- آلة حاسبة علمية
- برامج رسومية للحاسوب

تمهيد:
سبق أن درست الحركة المنتظمة فى خط مستقيم، ومن الملاحظ أن عددًا قليلًا من الأجسام يتحرك بهذه الطريقة لوقت طويل، فمن الملاحظ أن كل سيارة يوجد بها ثلاث أدوات تتحكم فى سرعتها، وهى دواسة الوقود ودواسة الفرامل، ثم عجلة القيادة التى تتحكم فى اتجاه حركتها، كذلك نلاحظ التغير فى سرعة الأجسام فى أثناء سقوطها وفى أثناء قذفها إلى أعلى.

تعلم

تعريف ١
الحركة منتظمة التغير فى خط مستقيم (Rectilinemvariablemotion-nonvariablemotion):
هى الحركة التى يحدث فيها تغير مقدار السرعة بانتظام بمرور الزمن، ويسمى بالتسارع (العجلة) حيث:

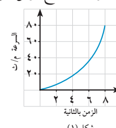
$$\text{العجلة (جـ)} = \frac{\text{السرعة النهائية - السرعة الابتدائية}}{\text{الزمن}}$$

ووحدات قياسه = م / ث^2 **أو** سم / ث^2 **أو** كم / س^2

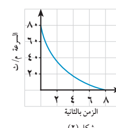
كما يلاحظ أن:
إذا كان التغير فى السرعة عند لحظة زمنية محددة فيسمى التسارع اللحظي.

منحنى (السرعة - الزمن) *Velocity-Time curve*

يرتبط مفهوم التسارع بتغير السرعة فإذا ازدادت قيمة السرعة مع الزمن نقول: إن الحركة متسارعة، ويكون التسارع (العجلة) موجبًا (باعتبار السرعة موجبة) كما فى شكل (١).
وإذا تناقص مقدار السرعة مع الزمن فنقول: إن الحركة تقصيرية، ويكون التسارع (العجلة) سالبًا كما فى شكل (٢).
وإذا بقيت السرعة ثابتة مع الزمن نقول: إن الحركة منتظمة.



شكل (١)



شكل (٢)

٦٤ تطبيقات الرياضيات - علمى

(١٩) أ ٣٠ كم/س ب ٤٥ كم/س
جـ تحرك بسرعة منتظمة ٩٠ كم/س لمدة ٣ ساعات

نشاط (١) ، نشاط (٢) صـ ٦٤

سلم تقييم النشاط:

التقدير	آداء الطالب
ممتاز	يحل الطالب المسألة ويجيب إجابة كاملة على جميع البنود.
جيد جدًا	يحتاج الطالب لمساعدة طفيفة لكتابة المسألة ثم يحل جميع الأسئلة.
جيد	يحتاج الطالب لمساعدة لكتابة الحل ويفهم العلاقة بوضوح.
مقبول	يحتاج إلى مساعدة كبيرة لحل المسألة.
ضعيف	لا يستطيع حل المسألة ويحتاج للمساعدة والتوجيه.

(٢٠) $ع = \frac{٥ - ٢}{٣ - ١} = \frac{٣}{٢}$ كم/ق = ٢٥م/ث

العلاقة هى: ف = ٢٥ن

ناقش مع طلابك مسار حركة أحمد وعمرو من على الرسم البيانى وضح لطلابك كيفية قراءة الرسم البيانى ومعرفه المطلوب من الرسم.

(٢٢) $\overrightarrow{ف} = (ن^2 + ٣ن)\ \overrightarrow{س}$ $\overrightarrow{ف_٤} = ٢٨\ \overrightarrow{ى}$

(٢٣) $\overrightarrow{ف} = (١٢، ٩) - (٤، ٣) = (٨، ٦)$

$\overrightarrow{ع_م} = \frac{١}{٨-٣}\ (٨\ \overrightarrow{س} + ٦\ \overrightarrow{ص})$

$= \frac{٨}{٥}\ \overrightarrow{س} + \frac{٦}{٥}\ \overrightarrow{ص}$

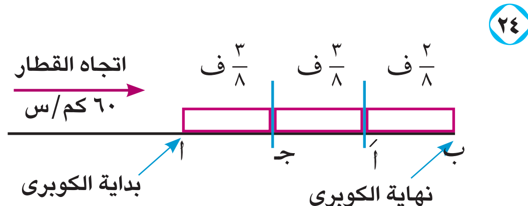
$= \sqrt{(\frac{٨}{٥})^2 + (\frac{٦}{٥})^2} = ٢$ وحدة سرعة

، تصنع زاوية ظا$^{-1}$ $\frac{٣}{٤}$

تفكير إبداعى:

تحتاج هذه المسألة إلى مهارات عالية من التفكير الإبداعي حيث تقيس مدى ذكاء الطالب وتخيله أن ينجو من الاصطدام بالقطار، وذلك بالسير بسرعة منتظمة فى اتجاه $\overrightarrow{جـ ب}$ وخطوات الحل التفصيلية التالية توضح هذه المفاهيم.

(٢٤)



نفرض أن طول الكوبرى ا ب = ف كم. إذا تحرك الرجل فى اتجاه القطار عند ا (أى أن الرجل تحركه عكس اتجاه حركة مسافة $\frac{٣}{٨}$ ف).

وهذا أمر غير منطقى؛ لذلك فإن الرجل يتحرك $\frac{٣}{٨}$ ف فى اتجاه حركته الأصلية حتى يصل إلى نقطة ب.

عند وصول القطار إلى نقطة ا، يصل الرجل إلى نقطة ا َ على بعد $\frac{٦}{٨}$ ف.

زمن وصول الرجل إلى نقطة ب = زمن وصول القطار إلى نقطة ب

$$\frac{\frac{٦}{٨}\ ف}{ع\ للرجل} = \frac{ف}{ع\ للقطار}$$

ع للرجل = $\frac{٢}{٨} \times ٦٠ = ١٥$ كم/س

وهى أقل سرعة منتظمة للرجل يتحرك بها؛ حتى يصل إلى ب.

PDF Compressor Pro

٢ - ٢ الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة

خلفية

سبق أن درس الطالب الحركة المستقيمة، وتعرف على كل من المسافة، ومتجه الإزاحة، ومتجه الموضع، وإيجاد العلاقة بينهما، كذلك تعرف على مقدار السرعة وقيمة السرعة، السرعة النسبية وفى هذا الدرس سوف يدرس الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة، و يتعرف على معادلات الحركة منتظمة التغير.

مخرجات التعلم

فى نهاية هذا الدرس، وتنفيذًا للأنشطة فيه من المتوقع أن يكون الطالب قادرًا على أن:

- يتعرف الحركة المستقيمة المتغيرة، الحركة منتظمة التغير.
- يستنتج المعادلات الجبرية للحركة منتظمة التغير.
- يمثل بيانيًّا منحنى (السرعة – الزمن)

مفردات أساسية

حركة متغيرة، تسارع، عجلة منتظمة، تقصير منتظم، حركة منتظمة التغير.

المواد التعليمية المستخدمة

ورق مربعات، آلة حاسبة علمية، برامج رسومية للحاسوب.

طرق التدريس المقترحة:

العرض المباشر - المناقشة - العصف الذهنى - حل المشكلات - التفكير الناقد - أنشطة.

مكان التدريس

الفصل الدراسى.

مصادر التعلم

كتاب الطالب من صفحة (٦٥) إلى ص (٧٤).

التهيئة

قد تصل سرعة القطار السريع إلى حوالى ٣٠٠ كم/ساعة وقد يتوقف؛ ليحمل أفرادًا وقد يضغط السائق على فرامل القطار حين يقترب من المحطة (وفى هذه الحالة تتناقص سرعته) مثلاً من ٩٠, ٠م/ث إلى صفر م/ث خلال ٥ ثوان.

وفى حالات أخرى قد يضطر إلى الوقوف مرة واحدة تفاديًا لأى تصادم فتكون سرعته من ٩م/ث إلى صفر م/ث خلال ١, ٥ ثانية

الحركة منتظمة التغير: *Uniformly accelerated motion*

يقال إن الجسيم يتحرك حركة منتظمة التغير أو بتسارع (عجلة) منتظم إذا كان متجه العجلة ثابتًا مقدارًا واتجاهًا لجميع الأزمنة.

تعبير شفهى: ماذا تعنى كل من العبارات الآتية:

أ مقدار سرعة جسيم يزداد فى أثناء حركته زيادة منتظمة بمعدل ٤م / ث^2.

ب مقدار سرعة جسيم يتناقص فى أثناء حركته تناقص منتظم بمعدل ٢٤ كم / س^2.

مثال

١ إذا تغيرت بانتظام سرعة سيارة تتحرك فى خط مستقيم من ٥٠ كم / س إلى ٦٨ كم / س خلال عشر ثوان، وتحركت سيارة نقل من السكون؛ حتى أصبحت سرعتها ١٨ كم / س خلال هذه المدة. أيهما يتحرك بتسارع أكبر ؟ فسر إجابتك.

الحل

يتضح من بيانات المسألة أن كلًّا من السيارة ، سيارة النقل قد حدث لهما زيادة فى السرعة بمقدار ١٨ كم / س (أى ٥م / ث) خلال فترة زمنية قدرها ١٠ ثوان؛ لذلك يكون التسارع متساويًا لكل منهما .

أىْ أنَّ التسارع الذى تتحرك به كل منهما هو:

$$\because \text{جـ} = \frac{\text{التغير فى السرعة}}{\text{الفترة الزمنية}} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢} \text{ م / ث}^2$$

حاول أنْ تحل

١ إذا تغيرت بانتظام سرعة سيارة (أ) تتحرك فى خط مستقيم من ٢٤ كم / س إلى ٣٦ كم / س خلال ٥ ثوان، وتغيرت بانتظام سرعة سيارة (ب) تتحرك فى نفس الخط المستقيم من ١٢ كم / س إلى ٣٠ كم / س خلال نفس المدة الزمنية. أيهما يتحرك بتسارع أكبر ؟ فسِّر إجابتك.

معادلات الحركة منتظمة التغير في خط مستقيم *Equations of the uniform variable motion*

توجد ثلاث معادلات أساسية تربط بين القياسات الجبرية لمتجهات الازاحة ، والسرعة، والعجلة، والزمن فى حالة الحركة بتسارع منتظم وهى:

أولًا: العلاقة بين السرعة والزمن:

إذا تحرك جسيم فى خط مستقيم بمتجه سرعة ابتدائية $\overleftarrow{\text{ع}_.}$ ومتجه عجلة ثابتة $\overleftarrow{\text{جـ}}$ وأصبح متجه سرعته $\overleftarrow{\text{ع}}$ بعد فترة زمنية (ن) فإن:

$$\overleftarrow{\text{جـ}} = \frac{\overleftarrow{\text{ع}} - \overleftarrow{\text{ع}_.}}{\text{ن}} \quad \text{أىْ أنَّ:} \quad \boxed{\overleftarrow{\text{ع}} = \overleftarrow{\text{ع}_.} + \overleftarrow{\text{جـ}}\ \text{ن}}$$

بأخذ القياس الجبري تكون. $\boxed{\text{ع} = \text{ع}_. + \text{جـ ن}}$

وبالرغم من تشابه حركتى الوقوف إلا أن الموقفين مختلفان والاختلاف يمكن فى الفترة الزمنية للوقوف أو للتباطؤ وبذلك نلاحظ أهمية عامل الزمن فى وصف الحركة وهذا يظهر مفهوم العجلة Acceleratio بأنها معدل التغير فى السرعة بالنسبة للقطار.

إجراءات الدرس

- وضح للطالب بأن الحركة المستقيمة المتغيرة هى الحركة التى يحدث فيها تغيير فى قيمة السرعة بمرور الزمن، بينما فى الحركة المنتظمة يقطع الجسم إزاحات متساوية فى أزمنة متساوية أى أن الجسم يتحرك بسرعة ثابتة وفى اتجاه ثابت.
- وضح للطالب الفرق بين وحدات قياس العجلة ووحدات قياس السرعة من خلال المناقشات باستخدام القوانين.
- درب الطلاب على التمثيل البيانى لمنحنى السرعة - الزمن، وذلك لاستنتاج متى تكون عجلة الحركة موجبة أو سالبة أو مساوية للصفر.
- وضح للطلاب بأن الحركة منتظمة التغير هى حالة خاصة من الحركة المستقيمة المتغيرة حيث يكون متجه العجلة ثابتًا مقدارًا واتجاهًا لجميع الأزمنة فى الحركة منتظمة التغير.

فى بند تعلم:

يبين منحنى السرعة - الزمن مفهوم العجلة حيث تكون متسارعة إذا زادت السرعة مع الزمن، تقصيرية إذا تناقصت السرعة مع الزمن.

PDF Compressor Pro

التقييم المستمر (الحوار والمناقشة)

فى بند تعبير شفهى ص (٦٦):

أ) الجسيم يتحرك حركة متسارعة (عجلة تزايدية، أى جـ > ٠) لأن السرعة تزداد بالنسبة للزمن.

ب) الجسيم يتحرك بتقصير منتظم، حيث (جـ < ٠)

إجابة حاول أن تحل (١) ص (٦٦):

١) جـ١ = التغير فى السرعة / الفترة الزمنية = (٢٠ - ١٠ / ٣) / ٥ = ٢/٣ م/ث٢ ،

جـ٢ = (٢٥/٣ - ١٠/٣) / ٥ = ١ م/ث٢

أى أن السيارة (ب) تتحرك بتسارع أكبر من السيارة (أ).

- أشر إلى الطلاب بأن الحركة ذات العجلة المنتظمة فى خط مستقيم نادرة الحدوث فى الحياة العملية، فيما عدا الحركة الرأسية للأجسام التى تسقط تحت تأثير الجاذبية الأرضية (بفرض إهمال مقاومة الهواء لها). أما حركة الكواكب حول الشمس وحركة الأقمار الصناعية حول هذه الكواكب وحركة الإلكترونات حول النواة داخل الذرة فهى جميعًا من نوع الحركة المتغيرة.
- أشر إلى الطلاب بأن قوانين الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة فى خط مستقيم تربط بين الإزاحة، والسرعة، والعجلة، والزمن، وأن كل قانون به أربعة مجاهيل من بينهم ع. ، جـ حيث يمكن إيجاد أحد المجاهيل بمعلومية الثلاثة الآخرين، و إذا علم منه اثنان فقط فلابد من تكوين معادلتين فى المجهولين الآخرين وبحلهما معًا يمكن إيجاد هذين المجهولين.

إجابة حاول أن تحل (٢) ص (٦٧)

أ) ع = ع. + جـ ن أى أن ع = ٢٠ + ٥ × ٦٠ = ٣٢٠سم/ث،

ب) ٠٠ = ٢٠ + ٥ ن ومنها ن = ٩٦ ثانية.

معالجة بعض القضايا المتضمنة فى البيئة:

- ناقش مع طلابك إجابات الأسئلة التالية؛ للتأكد من استيعابهم للمفاهيم الواردة فى الدرس.
- إذا كانت سرعة الكرة الطائرة صفرًا فى لحظة معينة فهل يعنى بالضرورة أن عجلتها صفر؟ اشرح على إعطاء أمثلة (لا؛ تنعدم سرعة الكرة والمقذوفه رأسيًّا إلى أعلى لحظيًّا عند أقصى ارتفاع ولا تنعدم عجلتها).
- يسير قطار ركاب بسرعة سالبة وبعجلة موجبة فهل سرعة القطار فى ازدياد أم فى تناقص؟ (تناقص).
- يخفض محمد سرعته أثناء القياده لسبب ما، وضح كيف يمكن أن تكون عجلة السيارة موجبة برغم من أن سرعتها سالبة؟
- عندما يتحرك محمد تكون سرعته سالبة، وعندما تتناقص سرعته تكون العجلة موجبة فى اتجاه معاكس.

لاحظ أن:

- العلاقة تربط بين أربعة مجاهيل يمكن إيجاد إحداها بمعلومية الثلاثة الآخرين.
- إذا بدأ الجسم حركته من سكون فإن ع. = ٠ وتكون ع = جـ ن
- إذا كان جـ = ٠ فإن ع = ع. أىْ أنَّ الجسم يتحرك بسرعة منتظمة.

مثال

٢) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٩سم / ث وبعجلة منتظمة قدرها ٣سم / ث٢ تعمل فى نفس اتجاه السرعة الابتدائية. أوجد:

أ) سرعة الجسيم بعد ٥ ثوان من بدء الحركة.

ب) الزمن الذى يمضى من بدء الحركة حتى تصبح سرعته ٥٤ سم / ث.

الحل

أ) نفرض أن الاتجاه الموجب هو اتجاه حركة الجسيم.

من بيانات المسألة: ع. = ٩سم / ث ، جـ = ٣سم / ث٢ ، ن = ٥ ثوان.

∵ ع = ع. + جـ ن ∴ ع = ٩ + ٣ × ٥ ∴ ع = ٢٤ سم / ث.

ب) ∵ ع = ع. + جـ ن ∴ ٥٤ = ٩ + ٣ ن ∴ ن = ١٥ ثانية.

حاول أنْ تحل

٢) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٢٠سم / ث وبعجلة منتظمة ٥سم / ث٢ تعمل فى نفس اتجاه متجه السرعة الابتدائية. أوجد:

أ) سرعته فى نهاية دقيقة واحدة من بدء الحركة.

ب) الزمن الذى يمضى من بدء الحركة حتى تصبح سرعته ١٨ كم / س.

مثال

٣) يتحرك جسيم فى خط مستقيم فتغيرت سرعته من ٥٤ كم / س الى ٣ م / ث فى زمن قدره نصف دقيقة. أوجد مقدار عجلة الحركة. هل يمكن لهذا الجسيم أن يسكن لحظيًّا؟ فسِّر إجابتك.

الحل

لتحويل سرعة الجسم من كم/س إلى م/ث : ٥٤ كم / س = ٥٤ × ٥/١٨ = ١٥ م / ث

"من بيانات المسألة" ع. = ١٥ م / ث ، ع = ٣م / ث ، ن = ٣٠ ثانية .

∵ ع = ع. + جـ ن ∴ ٣ = ١٥ + ٣٠ جـ

أىْ أنَّ: ٣٠ جـ = - ١٢ ∴ جـ = - ٠,٤ م / ث٢

∵ جـ < ٠ يمكن لهذا الجسيم أن يسكن لحظيًّا؛ لأنه يتحرك حركة تقصيرية.

حاول أنْ تحل

٣) تتحرك سيارة فى خط مستقيم فتناقصت سرعتها من ٦٣ كم / س إلى ٣٦ كم / س فى زمن قدره نصف دقيقة. أوجد العجلة التى تتحرك بها السيارة والزمن الذى يمضى بعد ذلك؛ حتى تسكن لحظيًّا.

ثانيًا: العلاقة بين المسافة والزمن *The relation between displacement and time*

المساحة تحت منحنى (السرعة - الزمن) تساوى إزاحة الجسم.

فى الشكل المقابل الجسم يتحرك بعجلة منتظمة مبتدئًا بسرعة ابتدائية ع. وبعد زمن ن ثانية أصبحت سرعته النهائية ع المساحة تحت المنحنى يمكن حسابها عن طريق تقسيمها إلى مستطيل ومثلث.

المساحة (ف) = مساحة المستطيل + مساحة المثلث

= ع.ن + ١/٢ ن (ع - ع.)

ف = ع. ن + ١/٢ ن (ع. + جـ ن - ع.) (وذلك بالتعويض من القانون الأول: ع = ع. + جـ ن)

ف = ع. ن + ١/٢ جـ ن٢

حيث ف ، ع ، جـ هى القياسات الجبرية للإزاحة والسرعة والعجلة.

تعبير شفهى:

١- اكتب صيغة قانون (المسافة - الزمن) عندما يبدأ الجسم حركته من سكون.

٢- اكتب صيغة القانون السابق عندما جـ = ٠ ، وبم تفسر نوع الحركة فى هذه الحالة؟

مثال

٤) سيارة تتحرك بسرعة ٩٠كم / س ، ضغط السائق على دواسة الفرامل، بحيث تناقصت السرعة بمعدل ثابت حتى توقفت السيارة بعد مرور ٥ ثوان. احسب:

أ) عجلة السيارة خلال تناقص السرعة.

ب) المسافة التى قطعتها السيارة؛ حتى توقفت حركتها تمامًا.

لاحظ أن

عندما يقف الجسم فإن ع = ٠

الحل

أ) لتحويل السرعة من كم/س إلى متر / ث : ٩٠كم / س = ٩٠ × ٥/١٨ = ٢٥ م / ث

بالتطبيق فى القانون: ع = ع. + جـ ن حيث ع. = ٢٥ م / ث ، ع = ٠ ، ن = ٥ ثوان

∴ ٠ = ٢٥ + ٥ جـ أىْ أنَّ جـ = - ٥ م / ث٢

أىْ أنَّ السيارة تتحرك بتقصير منتظم مقداره ٥م / ث٢.

تمارين إثرائية :

تتحرك سيارة بسرعة منتظمة ٧٢ كم/س. مرت بسيارة شرطة ساكنة فبدأت سيارة الشرطة فى متابعتها بعد ١٠ ثوان من مرورها متحركة بعجلة منتظمة مسافة ١٠٠متر حتى بلغت سرعتها ٩٠كم/س، ثم سارت بهذه السرعة حتى لحقت بالسيارة الأولى. أوجد الزمن الذى استغرقته عملية المطاردة منذ لحظة تحرك سيارة الشرطة والمسافة التى قطعتها هذه السيارة.

[جـ = $\frac{٦٢٥}{٢٠٠}$ م/ث^{٢} ، ن = ٨ + ٥٢ = ٦٠ ثانية

، ف = ٢٠ (٦٠ + ١٠) = ١٤٠٠ م

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة)

إجابة حاول أن تحل (٣) ص ٦٨

∵ ع = ع. + جـ ن ∴ ١٠ = $\frac{٣٥}{٢}$ + ٣٠جـ ∴ جـ = - $\frac{١}{٤}$ م/ث^{٢}،

٠ = $\frac{٣٥}{٢}$ - $\frac{١}{٤}$ ن ومنها ن = ٧٠ ثانية

فى بند تعبير شفهى ص (٦٨):

⌑ اطلب من طلابك الإجابة على الأسئلة وناقش إستجاباتهم وأكد على:

(أ) عندما يبدأ الجسم من سكون تكون ع. = ٠ وتصبح العلاقة بين السرعة والزمن فى هذه الحالةهى : ع = جـ ن

(ب) عندما جـ = ٠ فإن ع = ع. أى أن الجسم يتحرك بسرعة منتظمة.

إرشادات للدراسة:

أشر إلى الطلاب بأنه:

⌑ إذا تحرك جسيم بعجلة منتظمة فى خط مستقيم فإن متجه سرعته المتوسطة خلال فترة زمنية معينة يساوى نصف مجموع متجهى سرعته عند بداية ونهاية هذه الفترة، أى أن:

ع$_{م}$ = $\frac{ع. + ع}{٢}$ وبالتعويض فى القانون ع = ع. + جـ ن

تكون: ع$_{م}$ = ع. + $\frac{١}{٢}$ جـ ن

أى أن: السرعة المتوسطة = السرعة عند لحظة منتصف الفترة الزمنية.

التقييم المستمر (الحوار والمناقشة):

إجابة حاول أن تحل ص (٦٩):

⌑ إذالاحظت صعوبة فى أداء بعض الطلاب فى حل تمرين (٤) راجع معهم مثال ص٦٨

(٤) ف = ٢٠ × ٢ - $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × ٤ = ٣٩ متر

ع = ٢٠ - $\frac{١}{٢}$ × ٢ = ١٩ م/ث

الوحدة الثانية: الديناميكا

(ب) ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن^{٢} بالتعويض عن : ع. = ٢٥م/ث، ن = ٥ث ، جـ = - ٥م/ن^{٢}

∴ ف = ٢٥ × ٥ + $\frac{١}{٢}$ (- ٥) × ٢٥ = ٦٢,٥ مترًا.

حاول أنْ تحل

(٤) قذفت كرة صغيرة بسرعة ٢٠م/ث أفقيًّا، فتحركت فى خط مستقيم حركة تقصيرية بعجلة منتظمة $\frac{١}{٢}$ م/ث^{٢}. عين موضع الكرة، وسرعتها بعد مرور ٢ ثانية من بدء الحركة.

ثالثًا: العلاقة بين السرعة والإزاحة *The relation between the displacement and velocity*

نعلم أن: ع = ع. + جـ ن (١) ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن^{٢} (٢)

بتربيع المعادلة الأولى: ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ع. جـ ن + جـ^{٢} ن^{٢}

∴ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ (ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن^{٢}) بالتعويض من المعادلة (٢) عن قيمة ف

ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف

مثال

(٥) أطلقت رصاصة بسرعة ٢٠٠م/ث فى اتجاه عمودى على حائط رأسى سمكه ١٤سم، فخرجت منه بسرعة ١٥٠م/ث. أوجد مقدار العجلة التقصيرية ، وإذا أطلقت الرصاصة بنفس السرعة على حائط رأسى آخر له نفس المقاومة، فأوجد المسافة التى تغوصها حتى تسكن، علمًا بأن العجلة التى تتحرك بها الرصاصة واحدة فى الحالتين.

الحل

نفرض أن الاتجاه الموجب هو اتجاه حركة الرصاصة.

ع. = ٢٠٠ م/ث ، ١٤ سم ، ع = ١٥٠ م/ث ، جـ

الحالة الأولى: ع. = ٢٠٠م / ث، ع = ١٥٠ م / ث ، ف = ٠,١٤ م

∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف ∴ (١٥٠)^{٢} = (٢٠٠)^{٢} + ٢ × جـ × ٠,١٤

وبالتبسيط: جـ = - ٦٢٥٠٠ م / ث٢

الحالة الثانية:

ع. = ٢٠ م/ث ، ف ، ع = ٠ ، جـ

ع. = ٢٠٠م / ث ، ع = ٠ جـ = - ٦٢٥٠٠ م / ث^{٢}

∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف ∴ ٠ = (٢٠٠)^{٢} - ٢ × ٦٢٥٠٠ ف

∴ ف = ٠,٣٢ متر **أىْ أنَّ** الرصاصة تغوص فى الحائط مسافة ٣٢ سم حتى تسكن.

حاول أنْ تحل

(٥) نقصت سرعة سيارة بانتظام من ٤٥ كم / س إلى ١٨ كم / س بعد أن قطعت مسافة ٦٢٥ مترًا. أوجد المسافة التى تقطعها بعد ذلك حتى تسكن.

(٦) أطلقت رصاصة أفقيًّا على كتلة خشبية بسرعة ١٠٠م / ث فغاصت فيها مسافة ٥٠سم. أوجد العجلة التى تتحرك

٦٨ تطبيقات الرياضيات - علمى

الحركة منتظمة التغيرفى خط مستقيم ٢ - ٢

بها الرصاصة إذا علم أن العجلة منتظمة ، و إذا تم إطلاقها على كتلة خشبية أخرى مماثلة للأولى سمكها ١٨سم. فما هى السرعة التى تخرج بها الرصاصة من الكتلة الخشبية؟

مثال **السرعة المتوسطة خلال الثانية النونية:** *The average velocity within nth second*

(٦) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ١٠سم/ث وعجلة منتظمة ٤سم/ث^{٢} فى اتجاه سرعته . احسب:

أولاً: المسافة التى يكون الجسيم قد قطعها خلال الثانية الخامسة فقط.

ثانيًا: المسافة التى يكون الجسيم قد قطعها خلال الثانيتين الثامنة والتاسعة معًا.

الحل

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ و ع$_{م}$ ع$'_{م}$

نعتبر الاتجاه الموجب هو اتجاه السرعة

∴ ع. = ١٠ سم/ث ، جـ = ٤سم/ث^{٢}

أولاً: نوجد السرعة المتوسطة ع$_{م}$ خلال الثانية الخامسة = السرعة فى منتصف هذه الفترة الزمنية أى تساوى السرعة بعد ٤ $\frac{١}{٢}$ ثانية.

∵ ع$_{م}$ = ع. + جـ ن ∴ ع$_{م}$ =١٠ + ٤ × ٤ $\frac{١}{٢}$ = ٢٨سم/ث.

المسافة المقطوعة فى الثانية الخامسة = السرعة المتوسطة × الزمن = ٢٨ × ١ = ٢٨ سم.

ثانيًا: نوجد السرعة المتوسطة ع$'_{م}$ خلال الثانيتين الثامنة والتاسعة = السرعة فى منتصف الفترة الزمنية أى تساوى السرعة بعد مضى ٨ ثوان من بدء الحركة .

∵ ع$'_{م}$ = ع. + جـ ن ∴ ع$'_{م}$ = ١٠ + ٤ × ٨ = ٤٢ سم/ث

المسافة المقطوعة فى الثانيتين الثامنة والتاسعة = السرعة المتوسطة × الزمن = ٤٢ × ٢ = ٨٤ سم

فكر:

حاول حل المثال السابق بطرق أخرى.

حاول أنْ تحل

(٧) بدأ جسيم حركته فى اتجاه ثابت بسرعة ٣٠سم / ث، وعجلة منتظمة ٦سم / ث^{٢} فى نفس اتجاه سرعته. احسب:

(أ) المسافة المقطوعة بعد ٥ ثوان من بدء الحركة.

(ب) المسافة المقطوعة فى الثانية الخامسة فقط.

(٨) تحرك جسيم بسرعة ابتدائية ما فى اتجاه ثابت وبعجلة منتظمة، فإذا قطع فى الثانية الثالثة من حركته مسافة ٢٠مترًا ، ثم قطع فى الثانيتين الخامسة والسادسة معًا مسافة ٦٠ مترًا. احسب العجلة التى تحرك بها الجسيم وسرعته الابتدائية.

(٩) يتحرك مترو الأنفاق فى خط مستقيم بين محطتين أ ، ب المسافة بينهما ٧٠٠ متر، حيث يبدأ من المحطة أ من السكون بعجلة منتظمة ٢م/ث^{٢} لمدة ١٠ ثوان، ثم يسير بعد ذلك بسرعة منتظمة فترة من الزمن، ثم يقطع مسافة ٦٠ مترًا الأخيرة من حركته بتقصير منتظم؛ حتى يقف فى المحطة ب. أوجد الزمن الذى يستغرقه فى قطع المسافة بين المحطتين.

٦٩ كتاب الطالب - الصف الثانى الثانوى

PDF Compressor Pro

PDF Compressor Pro

فى بند ثالثا صـ ٧٠: العلاقة بين السرعة والإزاحة

يمكن إيجاد ن من القانون ع = ع. + جـ ن أى أن ن = $\frac{ع - ع.}{جـ}$

وبالتعويض بها فى القانون: ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن^{٢} ثم التبسيط

وذلك لإثبات القانون: ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف

تمرين إثرائى :

مصعد ساكن بقاع منجم أخذ المصعد فى الارتفاع بعجلة منتظمة ٨ م/ث^{٢} مسافة ٣٦م ثم بسرعة منتظمة مسافة ٢٤ م ثم بتقصير منتظم مسافة ١٢م حتى سكن عند فوهة المنجم. احسب الزمن الكلى الذى استغرقه المصعد فى الصعود من قاع المنجم حتى فوهته. (الجواب : ٥ ثوان)

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة)

¤ ناقش مع طلابك ما ورد فى بند حاول أن تحل ص(٧٠)، ص(٧١) وتوصل معهم إلى الإجابات الصحيحة.

إجابات:

٦) ∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف ∴ ٢٥ = $\frac{٦٢٥}{٤}$ + ٢جـ × ٦٢٥

ومنها جـ = - $\frac{٢١}{٢٠٠}$ م/ث^{٢}. ، باستخدام نفس القانون

٠ = $\frac{٦٢٥}{٤}$ - ٢ × $\frac{٢١}{٢٠٠}$ ف ومنها ف ≃ ٧٤٤ مترًا

٧) ∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢جـ ف ∴ ٠ = (١٠٠)^{٢} + ٢جـ × $\frac{١}{٢}$

ومنها جـ = - ١٠٠٠٠م/ث^{٢}

وباستخدام نفس القانون ∴ ع^{٢} = ١٠٠٠٠ - ٢ × ١٠٠٠٠ × ١٨

ومنها ع = ± ٨٠م/ث^{٢}

∵ السرعة مأخوذة فى الاتجاه الموجب فتكون سرعة خروج الرصاصة من الكتلة الخشبية الثانية = ٨٠م/ث

٨) ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن

∴ ف = ٣٠ × ٥ + $\frac{١}{٢}$ × ٦ × ٢٥ = ٢٢٥سم

المسافة المقطوعة فى الثانية الخامسة = ٣٠ + ٦ × $\frac{٩}{٢}$ = ٥٧سم.

٩) ٢٠ = ع. + $\frac{٥}{٢}$ جـ ، ٣٠ = ع. + ٥ جـ بحل المعادلتين:

جـ = ٤م/ث^{٢} ، ٤,٠ = ١٠م/ث.

١٠) **أولًا:** ∵ ع = ع. + جـ ن ∴ ع = ٢ × ١٠ = ٢٠م/ث ،

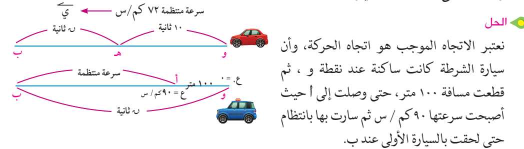
ف$_{١}$ = $\frac{١}{٢}$ × ٢ × ١٠٠ = ١٠٠م

مثال

تطبيقات على قوانين الحركة بعجلة منتظمة

٧) تتحرك سيارة بسرعة منتظمة ٧٢ كم / س. مرت بسيارة شرطة ساكنة فبدأت سيارة الشرطة فى متابعتها بعد ١٠ ثوان من مرورها متحركة بعجلة منتظمة مسافة ١٠٠ متر حتى بلغت سرعتها ٩٠ كم / س ، ثم سارت بهذه السرعة حتى لحقت بالسيارة الأولى. أوجد الزمن الذى استغرقته عملية المطاردة منذ لحظة تحرك سيارة الشرطة والمسافة التى قطعتها هذه السيارة.

الحل



نعتبر الاتجاه الموجب هو اتجاه الحركة، وأن سيارة الشرطة كانت ساكنة عند نقطة و ، ثم قطعت مسافة ١٠٠ متر، حتى وصلت إلى أ حيث أصبحت سرعتها ٩٠ كم / س ثم سارت بها بانتظام حتى لحقت بالسيارة الأولى عند ب.

٧٢ كم/س = ٧٢ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٠ متر/ث ، ٩٠ كم/س = ٩٠ × $\frac{٥}{١٨}$ = ٢٥ متر/ث

بالنسبة لسيارة الشرطة فى الفترة من و ⟵ أ

ع. = ٠ ، ع = ٢٥ م / ث ، ف = ١٠٠ متر ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف

٢٥ × ٢٥ = ٢ × جـ × ١٠٠ ∴ جـ = $\frac{٢٥}{٨}$ م / ث^{٢}

ع = ع. + جـ ن ∴ ٢٥ = $\frac{٢٥}{٨}$ ن ∴ ن = ٨ ثوانٍ

∴ المسافة التي تتحركها سيارة الشرطة بسرعة منتظمة = ٢٥ (ن - ٨) متر

، تكون السيارة المطاردة قطعت المسافة و ب فى زمن قدره = (ن + ١٠) ثانية

، تكون سيارة الشرطة قطعت نفس المسافة و ب فى زمن قدره = ن ثانية

∴ ٢٠ (ن + ١٠) = ١٠٠ + ٢٥ (ن - ٨) أى أن ن = ٦٠ ثانية

المسافة المقطوعة = ٢٠ × ٧٠ = ١٤٠٠ متر

حاول أنْ تحل

١٠) تتحرك سيارة بسرعة ٥٤ كم/س، مرت على سيارة شرطة ساكنة فبدأت سيارة الشرطة فى متابعتها بعد ٣٠ ثانية من مرورها متحركة بعجلة منتظمة مسافة ٢٠٠ متر؛ حتى بلغت سرعتها ٧٢ كم/س ثم سارت بهذه السرعة حتى لحقت بالسيارة الأولى. أوجد الزمن الذي استغرقته عملية المطاردة من لحظة تحرك سيارة الشرطة و المسافة التي قطعتها هذه السيارة.

تمــارين (٢ - ٢)

١) أكمل مايأتى:

أ) يتحرك جسيم فى خط مستقيم من السكون بعجلة منتظمة مقدارها ٤م / ث^{٢} فإن سرعته بعد ٦ ثوان من بدء الحركة = ... م / ث.

ب) المسافة التى يقطعها جسيم يتحرك فى اتجاه ثابت من السكون بعجلة مقدارها ٥سم / ث^{٢} فى زمن قدره ٤ ثوان = ... سم.

ج) السرعة المتوسطة لجسيم يتحرك بسرعة ابتدائية ع. وعجلة منتظمة جـ خلال الثانية السادسة من حركته = ...

د) السرعة المتوسطة لجسيم يتحرك بسرعة ابتدائية ع. وعجلة منتظمة جـ خلال الثوانى السابعة والثامنة والتاسعة = ...

هـ) يتحرك جسيم من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فقطع ٢٤ مترًا فى الثوانى الأربع الأولى من حركته ، فإن مقدار عجلته = ...

و) بدأ جسيم حركته من السكون فى خط مستقيم بعجلة منتظمة مقدارها ٢سم / ث^{٢} فقطع مسافة ٢٥سم ، فإن سرعته فى نهاية تلك المسافة = ... سم / ث.

٢) انطلقت سيارة من السكون بتسارع مقداره ٤م / ث^{٢}. ما المسافة التى تقطعها السيارة عندما تصبح سرعتها ٢٤م / ث؟

٣) تسير سيارة سباق فى الحلبة بسرعة ٤٤م / ث ثم تناقصت سرعتها بمعدل ثابت، حتى أصبحت ٢٢م / ث خلال ١١ ثانية. أوجد المسافة التى قطعتها السيارة خلال هذا الزمن.

٤) يتحرك جسم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة فزادت سرعته من ١٥م / ث إلى ٢٥م / ث بعد أن قطع مسافة ١٢٥ مترًا ، أوجد الزمن اللازم لذلك.

٥) يتحرك راكب دراجة بعجلة منتظمة حتى صارت سرعته ٧,٥ م / ث خلال ٤,٥ ثانية. فإذا كانت إزاحة الدراجة خلال فترة التسارع تساوى ١٩ مترًا. أوجد السرعة الابتدائية للدراجة.

٦) يتدرب كريم على ركوب الدراجة، يدفعه والده فيكتسب تسارعًا ثابتًا مقداره $\frac{١}{٢}$م / ث^{٢} لمدة ٦ ثوان، وبعد ذلك يقود كريم الدراجة بمفرده بالسرعة التى اكتسبها لمدة ٦ ثوان أخرى قبل أن يسقط أرضًا. أوجد مقدار المسافة التى يقطعها كريم.

٧) هبط راكب دراجة من قمة تل منحدرًا بعجلة ثابتة مقدارها ٢م / ث^{٢} وعندما وصل إلى قاعدة التل بلغت سرعته ١٨م / ث ثم استخدم الفرامل؛ حتى يحافظ على هذه السرعة لمدة دقيقة واحدة. أوجد المسافة الكلية التى قطعها راكب الدراجة.

٨) قائد سيارة يتحرك بسرعة ثابتة مقدارها ٢٤م / ث ، شاهد فجأة طفلًا يمر فى الشارع ، فإذا كان الزمن اللازم لاستجابة الفرامل هو $\frac{١}{٢}$ ثانية ثم تحركت السيارة بتقصير منتظم مقداره ٩,٦م / ث^{٢} حتى وقفت. أوجد المسافة الكلية التى تحركتها السيارة قبل أن تقف مباشرة.

PDF Compressor Pro

ثانيًا: المسافة المقطوعة بسرعة منتظمة = ٧٠٠ - (١٠٠ + ٦٠)

= ٥٤٠ مترًا

∴ ن٢ = $\frac{\text{ف}}{\text{ع}}$ = $\frac{٥٤٠}{٢٠}$ = ٢٧ث

ثالثًا: ع² = ع٠² + ٢جـ ف

∴ صفر = ٤٠٠ + ٢جـَ × ف

∴ جـَ = $\frac{١٠٠}{٣}$ م/ث² ∵ ع = ع٠ + جـ ن

٠ = ٢٠ - $\frac{١٠}{٣}$ ن٣ ∴ ن٣ = ٦″

الزمن الكلى = ١٠ + ٢٧ + ٦ = ٤٣ث

أخطاء شائعة:

الخطأ: عدم إدراك الطالب الفرق بين السرعة المتوسطة والسرعة اللحظية.

العلاج: راجع المفاهيم ص(٥٧)، ص(٥٩)

⌑ ناقش مع طلابك تمارين الدرس الثاني وتوصل معهم إلى الإجابات الصحيحة ص (٧٣)، ص(٧٤)

التقييم المستمر: الحوار والمناقشة ص٧٣

بعض إجابات تمارين (٢-٢) :

(٦) ∵ ف = ع٠ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن² ∴ ف١ = $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{٢}$ × ٣٦ = ٩م ،
ف٢ = ٣ × ٦= ١٨م ∴ المسافة الكلية = ٩ + ١٨ = ٢٧م

(٧) ع² = ع٠² + ٢جـ ف ∴ (١٨)² = ٢ × ٢ × ف١
∴ ف١ =٨١ م ∵ ف = ع × ن
∴ ف٢ = ١٨ × ٦٠ = ١٠٨٠م.

(٨) ∵ ف = ع ن ∴ ف١ = ٢٤ × $\frac{١}{٢}$ = ١٢م.
، ع² = ع٠² + ٢ جـ ف ∴ ٠ = (٢٤)² - ٢ × ٩,٦ف٢
∴ ف٢ = ٣٠ مترًا
∴ ف الكلية = ١٢ + ٣٠ = ٤٢ مترًا.

(٩) ∵ ع = ع٠ + جـ ن ع = ٤ × ٣٠ = ١٢٠م/ث
ف١ = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٩٠٠ = ١٨٠٠م
ف٢ = ١٢٠ × ٤٠ = ٤٨٠٠م ، ف الكلية = ٦٦٠٠ م
عم = $\frac{٦٦٠٠}{٣٠ + ٤٠}$ ≃ ٩٤,٢٩ مترًا.

(٩) بدأ جسم حركته من السكون فى خط مستقيم أفقى بعجلة منتظمة مقدارها ٤سم / ث² لمدة ٣٠ ثانية، ثم تحرك بالسرعة التى اكتسبها لمدة ٤٠ ثانية أخرى فى نفس الاتجاه. أوجد مقدار سرعته المتوسطة.

(١٠) يتحرك جسم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة على مستوى أفقى أملس فقطع ٢٦ مترًا خلال الثانية الرابعة من بدء الحركة ، ٥٦ مترًا خلال الثانية التاسعة، أوجد سرعته الابتدائية ومقدار عجلته.

(١١) س ، ص نقطتان على طريق مستقيم أفقى بدأت سيارة أ الحركة من س نحو ص من السكون وبعجلة منتظمة ١٠م / ث² وفى نفس اللحظة كانت تتحرك سيارة أخرى ب من ص نحو س بسرعة منتظمة مقدارها ٥٤ كم / س ، فإذا كانت السرعة النسبية للسيارة أ بالنسبة للسيارة ب لحظة التقائهما تساوى ١٦٢ كم / س. أوجد الزمن الذى تأخذه كل من السيارتين من لحظة تحركهما معًا حتى لحظة التقائهما.

نشاط

(١٢) الشكل المقابل يمثل منحنى (السرعة - الزمن) لجسم بدأ التحرك بسرعة ابتدائية مقدارها ١٠م / ث وحتى سكن بعد زمن قدره ١١٠ ثانية. أوجد:

أ عجلة التسارع.

ب مقدار التقصير المنتظم للجسم حتى يسكن.

جـ المسافة الكلية التى تحركها الجسم.

تفكير إبداعى:

(١٣) مصعد ساكن بقاع منجم ، أخذ المصعد فى الارتفاع بعجلة مقدارها ١٢٠سم/ث² مسافة ٥٤٠سم، ثم بسرعة منتظمة مسافة ٣٦٠ سم، ثم بتقصير منتظم مسافة ٧٢٠سم؛ حتى سكن عند فوهة المنجم. احسب الزمن الذى استغرقه المصعد فى الصعود من قاع المنجم إلى فوهته.

تفكير إبداعى:

(١٤) الشكل المقابل يمثل منحنى (السرعة - الزمن) لحركة سيارتين س ، ص أوجد الزمن الذى تتقابل فيه السيارتان (فسر إجابتك).

٢ - ٣ السقوط الحر

Free Fall

سوف تتعلم

- قوانين الحركة الرأسية.
- دراسة حركة الأجسام الساقطة أو المقذوفة لأسفل.
- دراسة حركة الأجسام المقذوفة لأعلى.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

- سقوط حر Free fall
- عجلة الجاذبية الأرضية Acceleration of gravity

الأدوات والوسائل

- آلة حاسبة علمية.

تمهيد

ما الذى يحدث عندما تسقط برتقالة من شجرة؟

➢ تتحرك البرتقالة من سكون ، ثم تكتسب سرعة فى أثناء سقوطها سقوطًا حرًّا نتيجة تأثير جاذبية الأرض عليها فبعد ١ ثانية ستكون سرعتها ٩,٨ م/ث لأسفل، وبعد ثانية أخرى ستصبح سرعتها ١٩,٦ م/ث لأسفل وهكذا...

لاحظ أن: سرعة البرتقالة تتناسب طرديًّا مع الزمن.

إن التسارع الذى تسقط به الأجسام سقوطًا حرًّا (مع إهمال مقاومة الهواء) يساوى ٩,٨ م/ث² تقريبًا ويرمز له بالرمز (ى) ويختلف باختلاف خط العرض فيقل عند خط الاستواء ويزداد قليلًا كلما اتجهنا نحو القطبين ، ويعتبر التسارع موجبًا أو سالبًا حسب النظام الإحداثي الذي يتم اتخاذه ، فإذا كان الجسيم ساقطًا أو مقذوفًا نحو سطح الأرض فنعتبر (ى) ، موجبة ، أما إذا كان مقذوفًا إلى أعلى فتعتبر (ى) سالبة.

قوانين الحركة الرأسية للأجسام:

تخضع الحركة الرأسية لنفس قوانين الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة مع استخدام الرمز (ى) الدالة على **التسارع الذى تسقط به الأجسام سقوطًا حرًّا** بدلًا من الرمز (جـ) وبذلك تأخذ القوانين الصورة الآتية:

ع = ع٠ + ى ن ، ف = ع٠ ن + $\frac{١}{٢}$ ى ن² ، ع² = ع٠² + ٢ى ف

حيث ع، ى ، ف هى القياسات الجبرية لمتجهات السرعة والعجلة والازاحة

ولذلك عند تطبيق القوانين بالصورة السابقة يجب مراعاة ع ، ع٠ ، ى ، ف تبعًا لما يأتى.

أولًا: إذا كان الجسم ساقطًا أو مقذوفًا نحو سطح الأرض

يعتبر الاتجاه الموجب هو الاتجاه الرأسى إلى أسفل فتكون كل من ع٠ ، ع ، ى ، ف موجبة.

مثال

(١) أسقط عامل بناء قطعة خرسانية من سقالة (منصة) عالية.

أ ما سرعة قطعة البناء بعد نصف ثانية؟

PDF Compressor Pro

ب ما المسافة التى تقطعها كتلة البناء خلال هذا الزمن؟

الحل

أ **صيغة القانون:** ع = ع. + ى ن

بالتعويض عن ع. = ٠، ى = ٩,٨ م/ث^٢ ، ن = $\frac{١}{٢}$ ثانية.

ع = ٠ + ٩,٨ × $\frac{١}{٢}$ = ٤,٩ م/ث

ب صيغة القانون: ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ ى ن^٢

بالتعويض عن ع. = ٠، ى = ٩,٨ م/ث^٢ ، ن = $\frac{١}{٢}$ ثانية.

ف = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × $\frac{١}{٤}$ = ١$\frac{٩}{٤٠}$ متر.

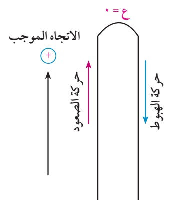
حاول أنْ تحل

١ سقطت تفاحة من شجرة، وبعد ثانية واحدة ارتطمت بالأرض.

أ احسب سرعة التفاحة لحظة ارتطامها بسطح الأرض، ثم احسب السرعة المتوسطة خلال زمن سقوطها.

ب ما بُعد التفاحة عن سطح الأرض لحظة بداية سقوطها؟

ثانيًا: إذا كان الجسم مقذوفًا إلى أعلى



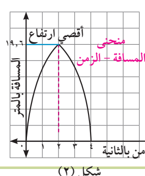
نشاط

قذفت كرة رأسيًا إلى أعلى بسرعة ابتدائية مقدارها ١٩,٦م/ث^٢، باعتبار أن الاتجاه الرأسى لأعلى هو الاتجاه الموجب فتكون السرعة الابتدائية موجبة تبعًا لذلك، أما التسارع فيكون سالبًا - **لماذا؟**

- استخدم برنامج (geogebra) فى رسم العلاقة بين (السرعة- الزمن) حيث ع = ١٩,٦ - ٩,٨ن عندما ن ∈ [٠ ، ٤] **ماذا تلاحظ؟**
- استخدم نفس البرنامج فى رسم العلاقة بين (**المسافة - الزمن**): حيث ف = ١٩,٦ ن - ٤,٩ ن^٢، **ماذا تلاحظ؟**



شكل (١)



شكل (٢)

١٢ نشاط

- اعرض على طلابك فكره النشاط (عمل تعاونى).
- اسأل الطلاب عن تفسير الشكل.
- ناقش الطلاب فى كيفية الحصول على عجلة التسارع.
- ناقش إجابات الطلاب المختلفة للفقرتين (ب)، (جـ) للوصول إلى الحل الصحيح.

سلم تقييم النشاط:

التقدير	أداء الطالب
ممتاز	يحل الطالب المسألة و يجيب إجابة صحيحة على جميع البنود.
جيد جدًّا	يحتاج الطالب لمساعدة طفيفة لكتابة المسألة ثم يحل جميع الأسئلة.
جيد	يحتاج الطالب لمساعدة لكتابة الحل و يفهم العلاقة بوضوح.
مقبول	يحتاج إلى مساعدة كبيرة لحل المسألة.
ضعيف	لا يستطيع حل المسألة و يحتاج للمساعدة والتوجيه.

١٣

أولًا: ∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ جـ ن^٢

∴ ٥٤٠ = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ١٢٠ ن١^٢

∴ ن١ = ٣ ثوان، ∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ع = ٠ + ١٢٠ × ٣ = ٣٦٠سم/ث

ثانيًا: ن٢ = $\frac{٣٦٠}{٣٦٠}$ = ١ث

ثالثًا: ع^٢ = ع.^٢ + ٢ جـ ف

∴ صفر = (٣٦٠)^٢ + ٢ جـَ × ٧٢٠

جـَ = - ٩٠سم/ث^٢

∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ٠ = ٣٦٠ + (-٩٠) ن٣

∴ ن٣ = ٤ث

الزمن الكلى = ٣ + ١ + ٤ = ٨ث

PDF Compressor Pro

٢ - ٣ السقوط الحر

Free Fall

خلفية

عندما يسقط جسم رأسيًّا نحو الأرض فإن سرعته تزداد تدريجيًّا فى أثناء سقوطه، وتبلغ أقصاها عندما يصل الجسم إلى سطح الأرض. أى أن الجسم يتحرك فى أثناء سقوطه بعجلة تعمل على زيادة سرعته، وهذه العجلة التى يسقط بها الجسم سقوطًا حرًا تسمى «عجلة الجاذبية الأرضية» أو «عجلة التثاقل» وتعمل دائمًا نحو الأرض وتختلف فى المكان الواحد وتكون ثابتة المعيار لجميع الأجسام مهما كان وزنها أو حجمها وتسهيلًا للعمليات الحسابية نعتبر أن ى = ٩,٨ م/ث^{2} ما لم يذكر خلاف ذلك فى المسألة.

ويتناول هذا الدرس قوانين الحركة الرأسية للأجسام التى تسقط سقوطًا حرًا (مع أهمال مقاومة الهواء) فى حالتين:

- الأجسام التى تسقط أو تقذف نحو سطح الأرض.
- الأجسام التى تقذف رأسيًا إلى أعلى.

مخرجات التعلم

فى نهاية هذا الدرس من المتوقع أن يكون الطالب قادرًا على أن:

- يتذكر قوانين الحركة الرأسية تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية.
- يدرس حركة الأجسام الساقطة أو المقذوفة لأسفل.
- يدرس حركة الأجسام المقذوفة إلى أعلى.

مفردات أساسية:

سقوط حر، عجلة الجاذبية الأرضية.

المواد التعليمية المستخدمة:

السبورة التعليمية - طباشير ملون - آلة حاسبة علمية - حاسب آلى أو تابلت . برنامج (geogebra) الرسومى.

مصادر التعلم:

كتاب الطالب من ص (٧٣) إلى صفحة (٧٧).

٢ - ٣ السقوط الحر

نلاحظ من الشكل البيانى أن:

- سرعة الجسم فى أثناء الصعود تكون موجبة، وفى أثناء الهبوط تكون سالبة.

فمثلًا: عندما ن ∋]٠ ، ٢[**نلاحظ أن سرعة** ع > ٠ ، **عندما** ن ∋]٢ ، ٤[**فان** ع < ٠

- سرعة الجسم عند أقصى ارتفاع تساوى صفرًا.
- زمن الصعود للجسم يساوى زمن الهبوط.
- مقدار سرعة الجسم التى يعود بها إلى نقطة القذف تساوى مقدار سرعة القذف بإشارة مخالفة.

لاحظ أن

زمن أقصى ارتفاع = ع. / ى

أقصى ارتفاع = ع.^{2} / ٢ى

- إزاحة الجسم خلال فترة زمنية ما ليست بالضرورة أن تكون مساوية للمسافة التى قطعها الجسم خلال هذه الفترة.

تفكير ناقد:

١- إذا قذف جسم رأسيًّا لأعلى بسرعة ابتدائية (ع.) فبلغت سرعته النهائية (ع) فى زمن قدره (ن) **فأوجد.**

أ) زمن وصول الجسم إلى أقصى ارتفاع.

ب) مسافة أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم.

مثال

(٢) قذف جسيم رأسيًّا إلى أعلى بسرعة ٤٩م/ث. أوجد زمن وصوله إلى أقصى ارتفاع والمسافة التى وصل إليها.

الحل

باعتبار أن الاتجاه الرأسى لأعلى هو الاتجاه الموجب فإن :

ع. = ٤٩م/ث ، ى = -٩,٨ م/ث^{2} ، ع = ٠ (عند أقصى ارتفاع)

أ) **لإيجاد زمن أقصى ارتفاع:**

∵ ع = ع. + ى ن ∴ ٠ = ٤٩ - ٩,٨ ن. ∴ ن = ٥ثوان.

ب) **لإيجاد مسافة أقصى ارتفاع:**

∵ ع^{2} = ع.^{2} + ٢ ى ف ∴ ٠ = (٤٩)^{2} - ٢ × ٩,٨ × ف ∴ ف = ١٢٢,٥ مترًا

فكر:

١- هل يمكنك استخدام قوانين أخرى لإيجاد مسافة أقصى ارتفاع؟ **وضِّح ذلك.**

حاول أنْ تحل

(٢) قذف جسيم رأسيًّا إلى أعلى بسرعة ٣٩,٢ م/ث. أوجد زمن أقصى ارتفاع والمسافة التى وصل إليها.

مثال

(٣) قذف جسم رأسيًّا إلى أعلى بسرعة ١٦م/ث. أوجد الزمن الذى يأخذه الجسم؛ حتى يصل إلى ٣٣٠ مترًا أسفل نقطة القذف.

٧٥ كتاب الطالب - الصف الثانى الثانوى

التهيئة: نشاط تعاونى

اطلب من أحد طلابك أن يقف أمام زملائه وأن يسقط كره معدنية بينما يلاحظ زملائه حركة الكره. (أو برتقالة) اطرح الأسئلة التالية:

- ما سرعة الكرة الابتدائية؟
- ما شكل مسار حركة الكرة؟
- صف حركة الكرة من حيث سرعتها أثناء الحركة؟
- ما القوى المؤثرة فى الكرة أثناء سقوطها؟
- تأكد من خلال النقاش أن الطلاب توصلوا إلى أن الكرة تتحرك فى خط مستقيم بسرعة تتزايد بمرور الزمن تحت تأثير قوة الجاذبية ومقاومة الهواء.

PDF Compressor Pro

الوحدة الثانية: الديناميكا

الحل

نعتبر الاتجاه الرأسى إلى أعلى هو الاتجاه الموجب

ع. = ١٦م/ث لأنها نفس اتجاه القذف.

ء = -٩,٨ لأنها عكس اتجاه عملية الجاذبية الأرضية.

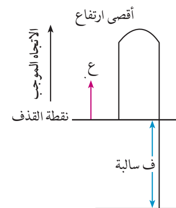
ف = -٣٣٠ لأنها أسفل نقطة القذف.

ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ ء ن٢

-٣٣٠ = ١٦ن - $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ن٢ بالتبسيط ٤٩ن٢ - ١٦ن - ٣٣٠ = ٠

بالتحليل المقدار الثلاثى: (ن - ١٠) (٤٩ن + ٣٣٠) = ٠

ن = ١٠ ، ن = - $\frac{٣٣٠}{٤٩}$ (مرفوض)



فكر:

١- هل توجد لديك حلول أخرى؟ وضِّح ذلك.

حاول أنْ تحل

٣) قذفت كرة صغيرة رأسيًّا إلى أعلى من نافذة أحد المنازل، وشوهدت الكرة وهى هابطة أمام النافذة بعد ٣ ثوان من قذفها ، ثم وصلت إلى سطح الأرض بعد ٤ ثوان من لحظة القذف. أوجد ارتفاع هذه النافذة عن سطح الأرض.

تمارين (٢ - ٣)

١) طفل يُسقط كرة من نافذة ترتفع ٣,٦م عن الرصيف. ما سرعتها لحظة ملامستها الرصيف؟

٢) سقطت كرة رأسيًّا إلى أسفل. ما سرعتها بعد ٦ ثوان من لحظة سقوطها؟

٣) سقط جسم رأسيًّا لأسفل من ارتفاع ٤٩٠م عن سطح الأرض أوجد:

أ) زمن الوصول إلى سطح الأرض.

ب) سرعته بعد ٥ ثوان من بدء الحركة.

٤) سقطت كرة من المطاط من ارتفاع ١٠ أمتار، فاصطدمت بالأرض وارتدت رأسيًّا إلى أعلى مسافة ٢$\frac{١}{٢}$متر. احسب سرعة الكرة قبل وبعد اصطدامها بالأرض مباشرة.

٥) يتدرب طالب على ركل كرة القدم رأسيًّا إلى أعلى فى الهواء، ثم تعود الكرة أثر كل ركلة فتصدم بقدمه، فإذا استغرقت الكرة من لحظة ركلها وحتى اصطدامها بقدمه ٠,٣ ثانية. أوجد :

أ) السرعة الابتدائية.

ب) الارتفاع الذى وصلت إليه الكرة بعد أن ركلها الطالب.

٧٦ تطبيقات الرياضيات - علمى

اجراءات الدرس

- وضح للطلاب أن مقدار الزيادة فى سرعة الجسم الساقط لا يتوقف على وزنه أو كتلته، ولكن يتوقف فقط على الأرتفاع الذى سقط منه الجسم؛ فكلما زاد الارتفاع زادت سرعة الجسم الساقط.
- أشر إلى الطلاب أنه فى حالة إذا ما كان الجسم ساقطاً أو مقذوفًا تحت سطح الأرض فنعتبر الرأسى إلى أسفل موجبًا، وحيث إن الجاذبية الأرضية تعمل دائمًا نحو مركز الأرض فنعتبر ء موجبة، وكذلك الإزاحة ف موجبة، وكذلك تكون كل من ع النهائية، ع. موجبة.
- بين إلى الطلاب أن قوانين الحركة الرأسية للأجسام هى علاقات بين القياسات الجبرية للمتجهات $\overrightarrow{ع}$ ، $\overrightarrow{ع.}$ ، $\overrightarrow{ء}$ ، $\overrightarrow{ف}$ ، وعند تطبيق هذه القوانين بالصورة السابقة يجب مراعاة إشارة كل من عجلة الجاذبية ء والسرعتين ع، ع. كما هو موضح فى كتاب الطالب.

- **تفكير ناقد:** اسأل طلابك السؤال التحفيزى التالى: لو أسقطت كرة معدنية ثقيلة وورقة من ارتفاع نفسه فى نفس اللحظة فإى الجسمين تتوقع وصوله للأرض أولًا: فسر إجابتك؟
- أكد على طلابك أنه باحمال مقلوبة الهواء تسقط جميع الأجسام بعجلة نفسها دون اعتبار تكلفتها وهذه مفهوم السقوط الحر.
- بين إلى طلابك أنه عند سقوط الأجسام تحت تأثير وزنها فقط ودون أى مؤثرات (قوى خارجية) فإنها تصل إلى سطح الأرض فى نفس اللحظة.

التقييم المستمر:(الحوار والمناقشة)

- ناقش مع طلابك ما ورد فى فقرة حاول أن تحل وتابع إجاباتهم.

إجابات

ع = ع. + ء ن

ع = ٠ + ٩,٨ × ١ = ٩,٨م/ث

∵ ع م = $\frac{١}{٢}$ (ع. + ع)

∴ ع = $\frac{١}{٢}$ (٠ + ٩,٨) = ٤,٩م.

∵ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ ء ن٢

∴ ف = ٠ + $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × ١ = ٤,٩م.

ثانيًا: إذا كان الجسم مقذوفًا لأعلى:

نشاط (عمل تعاونى)

- دع أحد الطلاب يقف أمام زملائه، واطلب إليه أن يقذف كرة معدنية رأسيًّا إلى أعلى، و يلاحظ باقى الطلاب حركة الكرة.
- اطرح الأسئلة التالية:
  - ما سرعة الكرة الابتدائية، وما اتجاهها؟
  - ما شكل مسار حركة الكرة؟
  - صف حركة الكرة من حيث سرعتها أثناء حركتها؟
- ناقش طلابك وتأكد من أنهم توصلوا إلى أن الكرة تتحرك فى مسار مستقيم بسرعة تتناقص أثناء الصعود حتى تنعدم عند أعلى نقطة فى مسارها، ثم تتزايد من الصفر أثناء سقوطها.

⌑ فى بند تفكير ناقد: ص (٧٧)

أ) العلاقة ع = ع. + ءن نلاحظ أن عندما يصل الجسم إلى أقصى ارتفاع فإن: ع = ٠ ، عجلة السقوط الحر = - ء .

∴ ٠ = ع. - ءن

ومنها ن (زمن أقصى ارتفاع) = $\frac{\text{ع.}}{\text{ء}}$

ب) لحساب مسافة أقصى ارتفاع يصل إليها الجسم نضع ع = ٠

فى العلاقة $\text{ع}^{٢} = \text{ع.}^{٢} + ٢\,\text{ء ف}$

∴ صفر = $\text{ع.}^{٢} - ٢\,\text{ء ف}$

وبالتالى تكون مسافة أقصى ارتفاع هى : ف = $\frac{\text{ع.}^{٢}}{٢\text{ء}}$

فى بند فكر ص ٧٧

يمكن استخدام العلاقات المستنتجة فى تفكير ناقد كالآتى:

زمن أقصى ارتفاع = $\frac{\text{ع.}}{\text{ء}}$

= $\frac{٤٩}{٩,٨}$ = ٥ ثوان

مسافة أقصى ارتفاع = $\frac{\text{ع.}^{٢}}{٢\text{ء}}$ = $\frac{(٤٩)^{٢}}{٢ \times ٩,٨}$ = ١٢٢,٥م.

فى بند فكر ص (٧٨)

ناقش طلابك فى الوصول إلى طرق أخرى للحل:

نوجد زمن أقصى ارتفاع من القانون ع = ع. + ء ن

∴ صفر = ١٦ - ٩,٨ ن

الزمن الكلى حتى يصل الجسم لنقطة القذف = ٢ × $\frac{٨٠}{٤٩}$ = $\frac{١٦٠}{٤٩}$ ث

نوجد الزمن الذى استغرقه الجسم فى قطع مسافة ٣٣٠م من القانون: ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ ء $\text{ن}^{٢}$

∴ -٣٣٠ = ١٦ ن - $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × $\text{ن}^{٢}$

∴ ٤,٩$\text{ن}^{٢}$ + ١٦ن - ٣٣٠ = ٠ ومنها ن = $\frac{٣٣٠}{٤٩}$

∴الزمن الكلى = $\frac{١٦٠}{٤٩}$ + $\frac{٣٣٠}{٤٩}$ = ١٠ ثوان.

واضح بالطبع أن الحل الأول باستخدام مفهوم متجه الإزاحة أسهل من هذا الحل.

التقييم المستمر: حاول أن تحل ص (٧٨)

∵ الكرة صعدت من النافذة إلى أقصى ارتفاع فى زمن قدره $\frac{٣}{٢}$ثانية.

∴ صفر = ع. - ٩,٨ × $\frac{٣}{٢}$ ∴ ع. = ١٤,٧ م/ث

وهى سرعة الكرة عند مرورها بالنافذة وهى هابطة.

∴ ف = ع. ن + $\frac{١}{٢}$ ء $\text{ن}^{٢}$

= ١٤,٧ × ١ + $\frac{١}{٢}$ × ٩,٨ × ١

= ١٩,٦ مترًا.

---

٢ - ٣ السقوط الحر

٦) من أعلى تل ارتفاعه ٩,٨ أمتار قذف جسم رأسيًّا إلى أعلى بسرعة ٤,٩ م/ث أوجد:
- أ) سرعة الجسم عند لحظة وصوله إلى أسفل التل.
- ب) الزمن الذى استغرقه للوصول إلى أسفل التل.

٧) قُذف حجر فى بئر بسرعة ٤ م/ث رأسيًّا لأسفل فوصل إلى قاع البئر بعد ٢ ثانية. أوجد:
- أ) عمق البئر.
- ب) سرعة الحجر عند تصادمه بقاع البئر.

٨) قذف جسيم رأسيًّا إلى أعلى بسرعة ١٤ م/ث من نقطة على ارتفاع ٣٥٠م عن سطح الأرض. أوجد الزمن الذى يأخذه الجسم؛ حتى يصل إلى سطح الأرض.

٩) قذفت كرة رأسيًّا إلى أعلى من نافذة فوصلت إليها بعد ٤ ثوان من لحظة القذف ووصلت إلى سطح الأرض بعد ٥ ثوان من لحظة القذف. أوجد
- أ) سرعة قذف الكرة.
- ب) أقصى ارتفاع وصلت إليه الكرة من نقطة القذف.
- ج) ارتفاع النافذة عن سطح الأرض.

١٠) من قمة برج ارتفاعه ٨٠,٥ مترًا قذف جسم رأسيًّا لأعلى بسرعة ٨,٤ م/ث. أوجد :
- أ) أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم من نقطة القذف.
- ب) الزمن الذى يستغرقه الجسم وهو هابط حتى تصبح سرعته ١١,٢م/ث.
- ج) زمن وصول الجسم إلى نقطة القذف.
- د) زمن وصول الجسم إلى سطح الأرض.

١١) من أعلى تل ارتفاعه ١٤٠م قذفت كرة رأسيًّا إلى أعلى ، فوجد أنها قطعت فى الثانية الثالثة مسافة ١٠,٥ أمتار. أوجد:
- أ) السرعة التى قذفت بها الكرة.
- ب) أقصى ارتفاع وصلت إليه الكرة.
- ج) الزمن الذى استغرقته الكرة فى الوصول إلى سطح الأرض.

تفكير ابداعى:

١٢) سقط جسم من ارتفاع ٦٠ مترًا من سطح الأرض، وفى نفس اللحظة قذف جسم آخر رأسيًّا لأعلى من سطح الأرض بسرعة ٢٠م / ث فتقابل الجسمان بعد فترة زمنية. أوجد هذا الزمن، ثم أوجد المسافة التى قطعها كل من الجسمين خلال هذه الفترة الزمنية، ثم اذكر هل الجسمان لحظة التقابل متحركان فى اتجاهين متضادين أم فى نفس الاتجاه؟

٧٧ كتاب الطالب – الصف الثانى الثانوى



قانون الجذب العام
Universal gravitation law

سوف تتعلم
- قانون الجذب لنيوتن.
- تعريف ثابت الجذب العام.
- المقارنة بين عجلتى الجاذبية على سطحى كوكبين.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ
- جذب عام Universal gravitation
- ثابت الجذب العام Gravitational constant
- قوة الجذب. Attraction force

الأدوات والوسائل
- آلة حاسبة علمية Scientific calculator

فكر و ناقش

ماذا يحدث لحركة القمر لو فَقدت الأرض قوة جاذبيتها للقمر؟ بالتأكيد سيسلك مسارًا آخر بدلًا من أن يكون مساره شبه دائرى حول الأرض.

لقد أدرك نيوتن أن القوى المسئولة عن جاذبية الأرض للقمر وجاذبية الشمس للكواكب إنما هى حالة خاصة من الجذب العام بين الأجسام.

وسوف تتعرف الآن على قانون الجذب العام لنيوتن الذى نشره فى بحثه الرياضى مبادئ الفلسفة الطبيعية عام ١٦٨٧م حيث ذكر نيوتن أن:

كل الأجسام فى الكون تتجاذب مع الأجسام الأخرى بتأثير قوة مباشرة تتناسب طرديًّا مع كتلتها وعكسيًّا مع مربع المسافة بين مركزيهما.

فإذا كان لدينا كتلتان $\text{ك}_{١}$ ، $\text{ك}_{٢}$ وتفصل بين مركزيهما مسافة ف فإن مقدار قوة الجذب بينهما تعطى بالعلاقة: $\text{ق} = \text{ث} \times \frac{\text{ك}_{١}\text{ك}_{٢}}{\text{ف}^{٢}}$ حيث

$\text{ك}_{١}$ ، $\text{ك}_{٢}$ مقاستان بالكيلوجرام ، ف مقاسة بالمتر ، ث هو ثابت الجذب العام.

تعريف ثابت الجذب العام: *gravitational constant*

هو قوة الجذب المتبادلة بين كتلتين، مقدار كل منهما ١ كيلو جرام، والمسافة بين مركزيهما ١ متر ويساوى تقريبًا ٦,٦٧ × $١٠^{-١١}$ نيوتن . $\text{متر}^{٢}$ / $\text{كجم}^{٢}$.

تعبير شفهى:

١- اذكر العوامل التى تتوقف عليها قوة التجاذب بين جسمين.

فكر:

١- ماذا يحدث لقوة الجذب المتبادلة بين جسمين إذا ازدادت المسافة بينهما؟

٢- لماذا لا تظهر قوى التجاذب المادى بين الأجرام السماوية بوضوح؟

مثال

١) كرتان كتلة الأولى ٥,٢ كجم وكتلة الثانية ٠,٢٥ كجم، وضعت الكرتان، بحيث كانت المسافة بين مركزيهما ٥٠سم. احسب قوة التجاذب بينهما ، علمًا بأن ثابت الجذب العام يساوى ٦,٦٧ × $١٠^{-١١}$ نيوتن . $\text{م}^{٢}$ / $\text{كجم}^{٢}$.

٧٨ تطبيقات الرياضيات – علمى

PDF Compressor Pro

الحل

ك١ = ٥,٢ كجم ، ك٢ = ٠,٢٥ كجم ، ف = $\frac{1}{2}$ م ، ث = ٦,٦٧ × ١٠ ^-١١^ نيوتن.م٢ / كجم٢

∵ ق = ث × $\frac{ك_1 ك_2}{ف^2}$ ∴ ق = $\frac{٥,٢ × ٠,٢٥}{\frac{1}{4}}$ × ٦,٦٧ × ١٠ ^-١١^

ق = ٣,٤٦٨٤ × ١٠ ^-١٠^ نيوتن (وهى قوة صغيرة جدًّا).

حاول أنْ تحل

① إذا علمت أن كتلة الأرض ٦ × ١٠ ^٢٤^ كجم وكتلة القمر ٧ × ١٠ ^٢٢^ والمسافة بين مركزيهما ٣ × ١٠ ^٦^ متر وثابت الجذب العام ٦,٦٧ × ١٠ ^-١١^ نيوتن . م٢ / كجم٢. أوجد قوة جذب الأرض للقمر.

مثال

② قمر صناعى كتلته ك كجم يدور على ارتفاع ٤٤٠ كم من سطح الأرض التى كتلتها ٦ × ١٠ ^٢٤^ كجم ونصف قطرها ٦٣٦٠ كم أوجد ك لأقرب كجم علمًا بأن ثابت الجذب العام يساوى ٦,٦٧ × ١٠ ^-١١^ نيوتن.م٢ / كجم٢، قوة جذب الأرض للقمر هى ١٧٣١٠ نيوتن.

الحل

ك١ = ك ، ك٢ = ٦ × ١٠ ^٢٤^ ، ف = (٦٣٦٠ + ٤٤٠) × ١٠٠٠ م وبالتعويض فى القانون: ق = ث × $\frac{ك_1 ك_2}{ف^2}$

١٧٣١٠ = ٦,٦٧ × ١٠ ^-١١^ × $\frac{ك × ٦ × ١٠^{٢٤}}{(٦٨٠٠ × ١٠٠٠)^2}$

أىْ أنَّ: ك = $\frac{١٧٣١٠ × (٦٨٠٠ × ١٠٠٠)^2}{٦,٦٧ × ١٠^{-١١} × ٦ × ١٠^{٢٤}}$ ك = ٢٠٠٠,٠٣٥٩٨٢ ≃ ٢٠٠٠ كجم

(1 7 3 1 0 × (6 8 0 0 × 1 0 0 0) χ²) ÷ (6 . 6 7 × 1 0 χ■ − 1 1 × 6 × 1 0 χ■ 2 4 ►) =

حاول أنْ تحل

② قمر صناعى كتلته ١٥٠٠ كجم يدور على ارتفاع ٥٤٠ كم من سطح الأرض التى كتلتها ٦ × ١٠ ^٢٤^ كجم ونصف قطرها ٦٣٦٠ كم.
أوجد قوة جذب الأرض للقمر بالنيوتن علمًا بأن ثابت الجذب العام يساوى ٦,٦٧ × ١٠ ^-١١^ نيوتن . م٢ / كجم٢

مثال حساب كتلة الأرض

③ احسب كتلة الأرض بوحدة كجم بفرض أن جسمًا كتلته ١ كجم وضع فوق سطحها. علمًا بأن طول نصف قطر الأرض ٦٣٦٠ كم، ث = ٦,٦٧ × ١٠ ^-١١^ نيوتن . م٢ / كجم٢

الحل

قوة جذب الأرض للجسم = ك ء (حيث ك = ١ كجم ، ء = ٩,٨ م / ث٢)
ق = ١ × ٩,٨ = ٩,٨ نيوتن.

أخطاء شائعة:

الخطأ: وضع إشارات ء ، ع، ع٠ ، ف أثناء تطبيق القوانين

العلاج:

إذا كان الجسم ساقطا أو مقذوفا نحو سطح الأرض يفضل اتخاذ الرأس لأسفل اتجاهًا موجبًا.

إذا كان الجسم مقذوفًا إلى أعلى نأخذ الاتجاه الرأسى لأعلى موجبًا.

- قد يخطىء بعض الطلاب فى تفسير بعض المسائل كالتالى عند قذف قطعة معدنية رأسيًا إلى أعلى. أثناء وجودها فى الهواء ماذا يحدث لسرعتها وهل تزداد عجلتها أم تنقص
- التفسير الصحيح: تتناقص سرعة قطعة النقود حتى تصبح صفرًا فى أعلى ارتفاع. ثم تزداد فى الاتجاه السالب إلى أن تصطدم بالأرض وتبقى عجلة القطعة المعدنية ثابتة.

إجابة بعض تمارين (٢-٣)

① ٨,٤ م/ث ② ٥٨,٨ م/ث

③ (أ) ١٠ ث (ب) ٤٩ م/ث

④ ١٤ م/ث، ٧ م/ث

⑥ ١٤,٧م/ث، ٢ث ⑧ ١٠ث

⑨ (أ) ١٩,٦ م/ث٢ (ب) ١٩,٦م (جـ) ٢٤,٥ متر

⑩ (أ) ٣,٦ م (ب) ٢ ث (د) ٥ ث

⑪ (أ) ٣٥ م/ث (ب) ٦٢,٥ م (جـ) ١٠ ث

⑫ فى بند تفكير إبداعى صـ ٧٩

نفرض أن الجسيمين يتقابلان عند نقطة جـ حيث ف١ + ف٢ = ٦٠

$\frac{1}{2}$ × ٩,٨ ن٢ + ٢٠ن - $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ ن٢ = ٦٠

٢٠ن = ٦٠

∴ ن = ٣ ثوان

ف١ = $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ × ٩

= ٤٤,١م

ف٢ = ٢٠ × ٣ - $\frac{1}{2}$ × ٩,٨ × ٩

= ١٥,٩م

أ
ع٠ = ٠
ف١
ء > ٠
جـ
نقطة التقابل
ء < ٠
ف٢
ع٠ = ٢٠م/ث
ب

PDF Compressor Pro

٢ - ٤ قانون الجذب العام

خلفية

وضع العالم نيوتن قانون الجذب العام بعد الرواية المشهورة عنه، وهى سقوط التفاحةعلى رأسه، بينما كان نائمًا تحت شجرة، فتوصل إلى أن القوة التى أثرت على التفاحة؛ لتسقط على الأرض هى نفس القوة التى تجذب القمر إلى الأرض، ويتبين أيضًا أن قانون الجذب العام لنيوتن ينطبق على القوة المتبادلة بين الكواكب والأجسام المادية على حد سواء.

مخرجات التعلم

فى نهاية هذا لدرس من المتوقع أن يكون الطالب قادرًا على أن:

- يتعرف قانون الجذب العام لنيوتن.
- يُعرف ثابت الجذب العام.
- يقارن بين عجلتى الجاذبية على سطحى كوكبين.

مفردات أساسية:

جذب عام - ثابت جذب عام - قوة الجذب.

المواد التعليمية المستخدمة:

السبورة التعليمية - طباشير ملون - آلة حاسبة علمية.

مكان التدريس:

الفصل الدراسى.

مصادر التعلم:

كتاب الطالب من صفحة (٧٨) إلى ص (٨٢) الشبكة الدولية للمعلومات (الإنترنت).

طرق التدريس المقترحة:

العرض المباشر - المناقشة - العصف الذهنى - حل المشكلات.

التهيئة :

- ناقش طلابك فى بداية الحصة عن ماذا يتحدث لحركة القمر لو فقدت الأرض قوة جاذبيتها للقمر؟
- تابع الإجابات المختلفة، وتوصل معهم إلى الإجابات الصحيحة.

الوحدة الثانية: الديناميكا

نصف قطر الأرض = ٦٣٦٠ × ١٠٠٠ متر ، ث = ٦,٦٧ × ١٠ $^{-١١}$ نيوتن . م^{٢} / كجم^{٢}

بتطبيق قانون الجذب العام: $و = ث \times \frac{ك_١ ك_٢}{ف^٢}$

$٩,٨ = ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١} \times \frac{١ \times ك \text{ للأرض}}{(٦٣٦٠ \times ١٠٠٠)^٢}$

كتلة الأرض (ك) = $\frac{٩,٨ \times (٦٣٦٠ \times ١٠٠٠)^٢}{٦,٦٧ \times ١٠^{-١١}} \simeq ٦ \times ١٠^{٢٤}$ كجم

أضف إلى معلوماتك
قوة جذب الأرض لجسم كتلته ك كجم = ك ى = ٩,٨ ك

تفكير ناقد: هل تتغير كتلة الأرض فى المثال السابق إذا كانت كتلة الجسم الموضوع فوق سطحها يساوى ١٠٠٠ كجم؟ فسِّر ذلك.

حاول أنْ تحل

٣ احسب نصف قطر الأرض بفرض أن جسمًا كتلته ١ كجم وضع فوق سطحها علمًا بأن كتلة الأرض تساوى ٦ × ١٠ ^{٢٤} كجم وثابت الجذب العام يساوى ٦,٦٧ × ١٠ $^{-١١}$ نيوتن . م^{٢} / كجم^{٢}

مثال

تعيين عجلة الجاذبية الأرضية (ى)

٤ احسب عجلة الجاذبية الأرضية بوحدة م / ث^{٢} لجسم كتلة ١ كجم وضع فوق سطحها. علمًا بأن كتلة الأرض تساوى ٦ × ١٠ ^{٢٤} كجم، نصف قطر الأرض يساوى ٦٣٦٠ كم

الحل

∵ قوة جذب الأرض للجسم = ك ى ∴ و = ١ × ى أىْ أنَّ و = ى

∵ $و = ث \times \frac{ك_١ ك_٢}{ف^٢}$ ∴ $ى = ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١} \times \frac{١ \times ٦ \times ١٠^{٢٤}}{(٦٣٦٠ \times ١٠٠٠)^٢}$ ى ≃ ٩,٨٩٣٧٩ م / ث^{٢}

حاول أنْ تحل

٤ فى المثال السابق احسب عجلة الجاذبية الأرضية بوحدة م/ث^{٢} إذا كانت كتلة الجسم الموضوع على سطحها ١٠٠ كجم - ماذا تلاحظ؟

نشاط

المقارنة بين عجلتى الجاذبية على سطحى كوكبين:

إذا كانت $ى_١$ ، $ى_٢$ عجلتا الجاذبية لكوكبين كتلتيهما بالكجم ، $ك_١$ ، $ك_٢$ ، $نق_١$ ، $نق_٢$ نصفى قطريهما بالمتر على الترتيب.

فيمكن استنتاج العلاقة الآتية: $\frac{ى_١}{ى_٢} = \frac{ك_١}{ك_٢} \times \frac{نق_٢^٢}{نق_١^٢}$

مثال

٥ إذا كانت كتلة الأرض قدر كتلة القمر ٨١ مرة وقطراهما ١٢٧٥٦ كم ، ٣٤٧٦ كم على الترتيب فإذا كانت عجلة الجاذبية الأرضية ٩,٨ م / ث^{٢} فكم يكون تسارع الجاذبية على سطح القمر؟

٨٠ تطبيقات الرياضيات - علمى

اجراءات الدرس

- اطلب إلى طلابك عمل عصف ذهنى لمواقف حياتية يمكن التعبير عنها عن التغير الطردى والتغير العكسى، وتعيين الثابت بمعلومية إحدى القيم للمتغيرين، ثم اطلب إيجاد قيمة إحدى المتغيرين بمعلومية الأخرى، ثم وضح لهم دلالة ثابت التغير.
- يسمى أحيانًا قانون الجذب العام لنيوتن قانون التربيع العكسى نظرًا لأن القوة و تتناسب عكسيًّا مع مربع المسافة بين مركزى الكتلتين الثابتتين $ك_١$ ، $ك_٢$.
- ثابت الجذب العام يتعين من العلاقة ث = $\frac{و \times ف^٢}{ك_١ ك_٢}$ وهو مقدار ثابت، ولكن له وحدة قياس كالآتى:
- وحدة قوة × (وحدة مسافة)^{٢} / (وحدة كتلة)^{٢} أى نيوتن. متر^{٢}/ كجم^{٢}

التقييم المستمر

فى بند تعبير شفهى ص (٦٧):

- العوامل التى تتوقف عليها قوة التجاذب بين الجسمين هى $ك_١$، $ك_٢$ ، ف.

فى بند فكر: ١ - تقل قوة الجذب العام كلما ازدادت المسافة بين الجسمين.

٢ - لا تظهر قوى التجاذب المادى بين الأجرام السماوية بوضوح نظرًا للبعد الهائل بين هذه الأجسام.

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة)

ناقش مع طلابك ما ورد فى بند حاول أن تحل ص(٨١)، (٨٢) وتوصل معهم إلى الإجابات الصحيحة.

إجابات:

(١) $\text{ك}_1 = ٦ \times ١٠^{٢٤}$ ، $\text{ك}_2 = ٧ \times ١٠^{٢٢}$،

$\text{ف} = ٣ \times ١٠^{٦}$ ، $\text{ث} = ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١}$

$$\therefore \text{ق} = \text{ث} \times \frac{\text{ك}_1 \text{ك}_2}{\text{ف}^2}$$

$$\therefore \text{ق} = ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١} \times \frac{٦ \times ١٠^{٢٤} \times ٧ \times ١٠^{٢٢}}{(٣ \times ١٠^{٦})^2}$$

$$\therefore \text{ق} = ٣,١١٢٦٧ \times ١٠^{٢٤} \text{ نيوتن.}$$

(٢) $\text{ك}_1 = ١٥٠٠$ ، $\text{ك}_2 = ٦ \times ١٠^{٢٤}$،

$\text{ف} = ٦٩٠٠ \text{ كم}$ ، $\text{ث} = ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١}$

$$\therefore \text{ق} = \text{ث} \times \frac{\text{ك}_1 \text{ك}_2}{\text{ف}^2} = ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١} \times \frac{١٥٠٠ \times ٦ \times ١٠^{٢٤}}{(٦٩٠٠)^2}$$

$\text{ق} = ١٢٦٠٩$ نيوتن $(٦٩٠٠ \times ١٠٠٠)^2$.

فى بند تفكير ناقد:

لا تختلف كتلة الأرض؛ لأنه بفرض أن كتلة الجسم ك_1، كتلة الأرض = ك_2، المسافة بينهما ف فإن قوة جذب الأرض للجسم= $\text{ك}_1 \text{ ى}$ وبتطبيق قانون الجذب العام فإن:

$$\text{ك}_1 \text{ ى} = \text{ث} \times \frac{\text{ك}_1 \text{ك}_2}{\text{ف}^2}$$

أى أن: $\text{ى} = \text{ث} \times \frac{\text{ك}_2}{\text{ف}^2}$ أى أن كتلة الأرض ك_2 لا تتوقف على قيمة ك_1.

إجابة حاول أن تحل

(٣) $\text{ك}_1 = ١$ ، $\text{ك}_2 = ٦ \times ١٠^{٢٤}$

$\text{ث} = ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١}$ ، $\text{نق} = \text{ف}$ ؟

$$\therefore \text{ق} = \text{ث} \times \frac{\text{ك}_1 \text{ك}_2}{\text{ف}^2}$$

$$\therefore ١ \times ٩,٨ = ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١} \times \frac{١ \times ٦ \times ١٠^{٢٤}}{\text{نق}^2}$$

$$\text{نق}^2 = ٤,٠٨٣٦٧ \times ١٠^{١٣}$$

$\text{نق} \simeq ٦٣٩٠٣٦٣$ مترًا.

$\text{نق} \simeq ٦٣٩٠$ كم.

الحل

نفرض أن كتلة القمر ك كجم فتكون كتلة الأرض = ٨١ ك كجم

$\text{نق}_1 = ٦٣٧٨$ كم ، $\text{نق}_2 = ١٧٣٨$ كم ، $\text{ى}_1 = ٩,٨$ م / ث² ، ى_2 = ؟

$$\because \frac{\text{ى}_1}{\text{ى}_2} = \frac{\text{ك}_1}{\text{ك}_2} \times \frac{\text{نق}_2^2}{\text{نق}_1^2} \qquad \therefore \frac{٩,٨}{\text{ى}_2} = \frac{٨٠ \text{ ك}}{\text{ك}} \times \left(\frac{١٧٣٨}{٦٣٧٨}\right)^2$$

وبالتبسيط: $\therefore$ ى للقمر $\simeq ١,٦٣$ م / ث²

حاول أنْ تحل

(٥) إذا علمت أن كتلة الأرض $٥,٩٧ \times ١٠^{٢٤}$ كجم ونصف قطرها $٦,٣٤ \times ١٠^{٦}$ م وكتلة القمر $٧,٣٦ \times ١٠^{٢٢}$ ونصف قطره $١,٧٤ \times ١٠^{٦}$ م فأوجد النسبة بين الجاذبية على سطح القمر إلى سطح الأرض.

تمـــاريـن الدرس الرابع

تنبيه: اعتبر ثابت الجذب العام لنيوتن: ث = $٦,٦٧ \times ١٠^{-١١}$ نيوتن.متر² / كجم²

(١) ماذا يحدث لوزنك كلما ابتعدت أكثر عن سطح الأرض؟

(٢) لماذا لا تظهر قوة الجاذبية بين الأجسام التى نشاهدها يوميًّا؟

(٣) ماذا يحدث لقوة الجذب العام بين جسمين عند مضاعفة المسافة بين مركزيهما؟

(٤) أىٌّ من المدارات الموضحة بالشكل التالى يُعتبر مدارًا ممكنًا لكوكب ما؟

(٥) اختيار من متعدد: كوكب لديه قمران متساويا الكتلة، القمر الأول فى مدار دائرى نصف قطره نق، القمر الثانى فى مدار دائرى نصف قطره ٢نق. إن مقدار قوة الجاذبية التى يؤثر بها الكوكب على القمر الثانى هى:

أ أكبر أربع مرات من القوة المؤثرة على القمر الأول.

ب أكبر مرتين من القوة المؤثرة على القمر الأول.   جـ تساوى القوة المؤثرة على القمر الأول.

د نصف القوة المؤثرة على القمر الأول.   هـ ربع القوة المؤثرة على القمر الأول.

(٦) فى الشكل المقابل:
إذا كان البعد بين مركزى كرتين ٢م وكانت كتلة إحداهما ٠,٨ كجم، وكتلة الأخرى ٠,٦ كجم فما قوة التجاذب بينهما؟

٢ متر

٠,٨ كجم

٠,٦ كجم

(٧) كرتان متماثلتان كتلة كل منهما ٦,٨ كجم والبعد بين مركزيهما ٢١,٨ سم، ما قوة التجاذب بينهما؟

(٨) احسب قوة التجاذب بين جسمين كتلتيهما ١٠ كجم ، ١٥ كجم والمسافة بينهما ٢ أمتار.

(٩) قمر صناعى كتلته ٢٠٠٠ كجم يدور على ارتفاع ٤٤٠ كم من سطح الأرض التى كتلتها ٦×١٠^{٢٤} كجم . أوجد قوة جذب الأرض للقمر علمًا بأن نصف قطر الأرض ٦٣٦٠ كم.

(١٠) إذا كانت عجلة الجاذبية الأرضية (ى) هى ١٠ م / ث² ونصف قطر الأرض يساوى $٦,٣٦ \times ١٠^{٦}$ متر . احسب كتلة الأرض.

(١١) احسب قوة التجاذب المتبادلة بين الشمس والأرض إذا علمت أن الأرض تسير فى مدار شبه دائرى حول الشمس وأن كتلة الأرض تساوى ٦×١٠^{٢٤} كجم، وكتلة الشمس تساوى ٩×١٠^{٢٩} كجم، والمسافة بين مركزيهما تساوى $١,٥ \times ١٠^{١١}$ متر.

(١٢) إذا علمت أن كتلة الأرض تساوى $٥,٩٧ \times ١٠^{٢٤}$ كجم ونصف قطرها $٦,٣٤ \times ١٠^{٦}$ متر وكتلة القمر تساوى $٧,٣٦ \times ١٠^{٢٢}$ كجم فأوجد طول نصف قطر القمر إذا كانت الجاذبية على سطح الأرض ستة أمثالها على سطح القمر.

(١٣) إذا علمت أن كتلة الأرض $٦,٠٦ \times ١٠^{٢٤}$ كجم ونصف قطرها $٦,٣٦ \times ١٠^{٦}$ متر فأوجد شدة مجال الجاذبية الأرضية .

(١٤) كوكب كتلته مساوية ثلاث مرات كتلة الأرض، وقطره يساوى ثلاث مرات قدر قطر الأرض. احسب النسبة بين عجلة الجاذبية على سطح هذا الكوكب وسطح الأرض.

(١٥) أوجد قوة الجذب العام بين كوكبين كتلة الأول ٢×١٠^{٢١} طن وكتلة الثاني = ٤×١٠^{٢٥} طن، والمسافة بين مركزيهما ٢×١٠^{٦} كم.

(١٦) وضعت قطعة من الحديد على بعد ٥٠سم من أخرى من النيكل كتلتها ٢٥ كجم فكانت قوى التجاذب بينهما ٦×١٠^{-٨} نيوتن ، فكم تكون كتلة الكرة الحديد مقربًا الناتج لأقرب عدد صحيح؟

(١٧) جسم كتلته كَ كجم يقع على ارتفاع ف مترًاعن سطح الأرض التي طول نصف قطرها نق مترًا وكتلتها ك كجم. أوجد مقدار قوة الجاذبية التي تؤثر على هذا الجسم.

(١٨) الربط بالفضاء: محطة فضائية دولية وزنها على سطح الأرض ٤٢١٩٩٧,٦ نيوتن. أوجد وزنها عندما تكون فى المدار الخارجي على ارتفاع ٣٥٠ كم من سطح الأرض علمًا بأن طول نصف قطر الأرض يساوي $٦,٣٧ \times ١٠^{٣}$ كم و كتلتها $٥,٦ \times ١٠^{٢٤}$ كجم. (إرشاد : القوة بالنيوتن = الكتلة بكجم × عجلة الجاذبية الأرضية ٩,٨ م/ث²)

PDF Compressor Pro

٤) $\text{ك}_١ = ٦ \times ١٠^{٢٤}$ ، $\text{ك}_٢ = ٧,٣٦ \times ١٠^{٢٢}$

$\text{نق}_١ = ٦ \times ١٠^{٦}$ ، $\text{نق}_٢ = ١,٧٤ \times ١٠^{٦}$

$\therefore \frac{\text{د}_١}{\text{د}_٢} = \frac{\text{ك}_١}{\text{ك}_٢} \times \frac{\text{نق}_٢^{٢}}{\text{نق}_١^{٢}}$

$\therefore \frac{\text{د}_١}{\text{د}_٢} = \frac{٦ \times ١٠^{٢٤}}{٧,٣٦ \times ١٠^{٢٢}} \times \left(\frac{١,٧٤ \times ١٠^{٦}}{٦ \times ١٠^{٦}}\right)^{٢}$

$\therefore \frac{\text{د}_١}{\text{د}_٢} = \frac{٢٥٢٣}{٣٦٨}$

إجابات بعض تمارين (٢-٤)

١) يقل الوزن كلما ابتعدنا عن سطح الأرض؛ نظرًا لزيادة المسافة بين الجسم وبين مركز الأرض.

٢) لصغر كتلة هذه الأجسام .

٣) تقل قوة الجذب العام بمقدار الربع.

٤) الشكل الثالث من اليمين؛ لأن الشمس تكون فى مركز المسار.

٥) الاختبار (هـ)

٦) $٨,١١٢ \times ١٠^{-١٢}$

٧) $\text{ق} = ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١} \times \frac{٦,٨ \times ٦,٨}{(٠,٢١٨)^{٢}}$

$\text{ق} = ٦,٤٨٩٨ \times ١٠^{-٨}$

٨) $\text{ق} = ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١} \times \frac{١٠ \times ١٥}{٤}$

$\text{ق} = ٢,٥٠١٢٥ \times ١٠^{-٩}$

٩) $\text{ق} = ٦,٧٦ \times ١٠^{-١١} \times \frac{٢٠٠٠ \times ٦ \times ١٠^{٢٤}}{(٦٨٠٠)^{٢}}$

$\text{ق} \simeq ١,٧٥٤٣ \times ١٠^{١٠}$ نيوتن

١٠) $١٠ = ٦,٧٦ \times ١٠^{-١١} \times \frac{\text{ك}}{(٦,٣٦ \times ١٠^{٦})^{٢}}$

$\text{ك} \simeq ٦ \times ١٠^{٢٤}$

١١) $\text{ق} = ٦,٦٧ \times ١٠^{-١١} \times \frac{٦ \times ١٠^{٢٤} \times ٩ \times ١٠^{٢٩}}{(١,٥ \times ١٠^{١١})^{٢}}$

$\text{ق} = ١,٦٠٠٨ \times ١٠^{٢٢}$ نيوتن

١٢) ١٧٢٤ كم

١٣) ٩,٩٩م/ث^{٢}

١٤) $\text{ك}_١ = ٣\text{ك}$ ، $\text{ك}_٢ = \text{ك}$

$\text{نق}_١ = ٣\text{نق}$ ، $\text{نق}_٢ = \text{نق}$

$\frac{\text{د}_١}{\text{د}_٢} = \frac{٣\,\text{ك}}{\text{ك}} \times \left(\frac{\text{نق}}{٣\text{نق}}\right)^{٢} = \frac{١}{٣}$

١٦) ٩ كجم

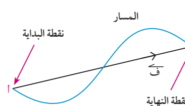
١٧) $\text{ق} = \text{ث} \times \frac{\text{ك}\,\text{كَ}}{(\text{ف} + \text{نق})^{٢}}$

١٨) $٦,٥٦ \times ١٠^{١٢}$ نيوتن

ملخص الوحدة

متجه الإزاحة

هو المتجه الذى تمثله القطعة المستقيمة الموجهة $\overleftarrow{\text{أب}}$ التى نقطة بدايتها (أ) ونقطة نهايتها (ب) ويرمز لمتجه الإزاحة $\overleftarrow{\text{أب}}$ بالرمز $\overleftarrow{\text{ف}}$ ، ويرمز لمعيار متجه الإزاحة بالرمز $\|\overleftarrow{\text{أب}}\|$



متجه الموضع

هو المتجه الذى تنطبق بدايته مع موضع المشاهد (و) ونقطة نهايته مع موضع الجسيم ويرمز له بالرمز $\overleftarrow{\text{ر}}$

العلاقة بين متجه الموضع ومتجه الإزحة:

$\overleftarrow{\text{ف}} = \overleftarrow{\text{ر}} - \overleftarrow{\text{ر}}_٠$

متجه السرعة

متجه سرعة جسيم هو المتجه الذى معياره يساوى قيمة السرعة وينطبق اتجاهه على اتجاه الحركة.

الحركة المنتظمة

هى الحالة التى يكون فيها كل من معيار واتجاه متجه السرعة ثابتًا، أىْ أنَّ: الجسيم يتحرك فى اتجاه ثابت، حيث يقطع مسافات متساوية خلال فترات زمنية متساوية.

وتكون العلاقة بين القياسيين الجبريين للمتجهين $\overleftarrow{\text{ف}}$ ، $\overleftarrow{\text{ع}}$ فى الحركة المنتظمة هى: $\text{ف} = \text{ع}\,\text{ن}$

متجه السرعة المتوسطة

إذا تحرك جسيم عند لحظتين زمنيتين $\text{ن}_١$ ، $\text{ن}_٢$ عند الموضعين أ ، ب على الترتيب وكان $\overleftarrow{\text{ف}}$ هو متجه الإزاحة فى الفترة الزمنية $(\text{ن}_٢ - \text{ن}_١)$ فإن $\overleftarrow{\text{ع}}_\text{م}$ يعرف بمتجه السرعة المتوسطة لهذا الجسيم خلال تلك الفترة الزمنية ويكون:

$\overleftarrow{\text{ع}}_\text{م} = \frac{\overleftarrow{\text{ر}}_٢ - \overleftarrow{\text{ر}}_١}{\text{ن}_٢ - \text{ن}_١} = \frac{\overleftarrow{\text{ف}}}{\text{ن}_٢ - \text{ن}_١}$

السرعة اللحظية:

إذا تحرك جسيم بسرعة متغيرة من خلال منحنى المسافة - الزمن فإن ميل المماس عند نقطة ما على المنحنى عند لحظة زمنية يعرف بالسرعة اللحظية.

السرعة النسبية:

السرعة النسبية لجسيم (ب) بالنسبة لجسيم آخر (أ) هى السرعة التى يبدو أن الجسيم (ب) يتحرك بها لو اعتبرنا الجسيم (أ) فى حالة سكون، باعتبار أن $\overleftarrow{\text{ع}}_\text{أ}$ ، $\overleftarrow{\text{ع}}_\text{ب}$ هما متجها سرعة لجسمين أ، ب وأن متجه سرعة ب بالنسبة أ هى $\overleftarrow{\text{ع}}_\text{ب أ}$ فإن $\overleftarrow{\text{ع}}_\text{ب أ} = \overleftarrow{\text{ع}}_\text{ب} - \overleftarrow{\text{ع}}_\text{أ}$

الحركة منتظمة التغير:

هى الحركة التى يحدث فيها تغير قيمة السرعة بمرور الزمن و يسمى بالتسارع (العجلة) ووحدة قياسه هى م / ث^{٢}.

العجلة (جـ) = $\frac{\text{السرعة النهائية - السرعة الابتدائية}}{\text{الزمن}}$

الحركة منتظمة التغير:

يقال إن الجسيم يتحرك حركة منتظمة التغير أو بتسارع (عجلة) منتظم إذا كان متجه العجلة ثابتًا مقدارًا واتجاهًا لجميع الأزمنة.

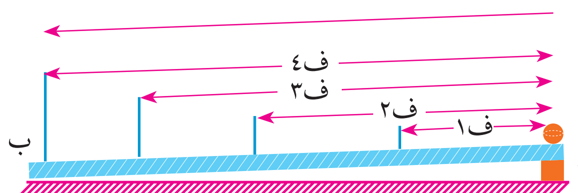
إذا تحرك جسيم فى خط مستقيم بسرعة ابتدائية (ع) وعجلة ثابتة (جـ) وأصبحت سرعته (ع) بعد فترة زمنية (ن) قطع خلالها مسافة (ف) فإن:

- العلاقة بين السرعة والزمن: $\text{ع} = \text{ع}_٠ + \text{جـ}\,\text{ن}$
- العلاقة بين المسافة والزمن: $\text{ف} = \text{ع}_٠\,\text{ن} + \frac{١}{٢}\text{جـ}\,\text{ن}^{٢}$
- العلاقة بين السرعة والمسافة: $\text{ع}^{٢} = \text{ع}_٠^{٢} + ٢\,\text{جـ}\,\text{ف}$

ويلاحظ أن هذه العلاقات تربط بين أربعة مجاهيل يمكن إيجاد إحداهما بمعلومية الثلاثة الآخرين.

- المساحة تحت منحنى السرعة - الزمن تساوى إزاحة الجسم المتحرك.
- السرعة المتوسطة لجسيم خلال فترة زمنية ما تساوى سرعته اللحظية فى منتصف هذه الفترة.

- احضر لوحًا من الألومنيوم أو الخشب محفور من وسطه حفرة طولية بحيث يكون طوله طولي ٣ أمتار، وكرة صغيرة من الصلب، وليكن قطرها ٢سم أو (بلية) وساعة إيقاف، قسم اللوح إلى مسافات متساوية طول كل منها ٢٠سم، ثم هي الجهاز كما في الشكل



الإجراءات:

- اترك الكرة لتبدأ حركتها من نقطة أ ، وباستخدام ساعة الإيقاف احسب الزمن اللازم؛ لتحرك الكرة مسافة ف$_1$. كرر حساب الزمن مرتين أخريتين؛ ليكون لديك القراءات ن$_1$، ن$_2$، ن$_3$ لزمن قطع المسافة ف$_1$ واحسب من ذلك متوسط زمن قطع هذه المسافة.
- كرر الخطوات السابقة بعد أن تدع الكرة تتحرك مسافات مختلفة أكبر مثل ف٢، ف٣ وهكذا مع مراعاة أن تكون الزيادة متساوية في كل حالة.
- سجل نتائجك في جدول كالتالي:

قراءات المسافة والزمن للنشاط

الرقم	المسافة سم	الزمن (ثانية)			متوسط الزمن بالثانية
ف$_1$					
ف$_2$					
ف$_3$					
ف$_4$					

- مستعينًا بالنتائج التي حصلت عليها، مثل بيانيًّا العلاقة بين المسافة والزمن.
  - بعد دراستك لهذه العلاقة البيانية:
  - هل العلاقة البيانية للمسافة والزمن تمثل بخط مستقيم؟
  - هل يدل المنحنى البياني الذي حصلت عليه أن الكرة تتحرك بسرعة منتظمة؟
  - هل تقطع الكرة أثناء حركتها مسافات متساوية في أزمنة متساوية؟
  - هل تتزايد سرعة الكرة أثناء هبوطها أم تتناقص؟ ولماذا؟

قوانين الحركة الرأسية للأجسام:

تخضع قوانين الحركة الرأسية لنفس قوانين الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة مع استخدام الرمز (ى) الدالة على **التسارع الذى يسقط به الأجسام سقوطًا حرًّا** بدلًا من الرمز (جـ) وبذلك تأخذ القوانين الصورة الآتية:

ع = ع$_0$ + ى ن ، ف = ع$_0$ ن + $\frac{1}{2}$ ى ن^2 ، ع^2 = ع$_0^2$ + ٢ ى ف

إذا قذف جسم رأسيًّا إلى أعلى تحت تأثير الجاذبية الأرضية وعاد إلى نقطة القذف فإن:

- سرعة الجسم فى أثناء الصعود تكون موجبة وفى أثناء الهبوط تكون سالبة.
- سرعة الجسم عند أقصى ارتفاع تساوى صفرًا.
- زمن الصعود للجسم يساوى زمن الهبوط.
- زمن أقصى ارتفاع (ن) = $\frac{ع_0}{ى}$
- أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم (ف) = $\frac{ع_0^2}{2ى}$
- مقدار سرعة الجسم التى يعود بها إلى نقطة القذف تساوى مقدار سرعة القذف بإشارة مخالفة.
- إزاحة الجسم خلال فترة زمنية ما ليست بالضرورة أن تكون مساوية للمسافة التى قطعها الجسم خلال هذه الفترة.

قانون الجذب العام لنيوتن

إذا كان المسافة (ف) بين كتلتين ك$_1$، ك$_2$ فإن مقدار قوة الجذب بينهما (ق) تعطى بالعلاقة : ق = ث × $\frac{ك_1 ك_2}{ف^2}$

حيث ك$_1$ ، ك$_2$ مقاستان بالكيلو جرام ، ف بالمتر.

ثابت الجذب العام:

هو قوة الجذب المتبادلة بين كتلتين مقدار كل منها ١كجم والمسافة بين مركزيها ١ متر ويساوى تقريبًا ٦,٦٧ × ١٠$^{-11}$ نيوتن . متر^2/ كجم^2

تمارين عامة (الوحدة الثانية)

أكمل ما يأتي:

١) إذا كان $\overrightarrow{ع_أ}$ = ٧ $\overrightarrow{س}$ ، $\overrightarrow{ع_ب}$ = -٣ $\overrightarrow{س}$ فإن $\overrightarrow{ع_{أب}}$ = ...

٢) إذا كان $\overrightarrow{ع_{جـ د}}$ = ٧٠ $\overrightarrow{ى}$ ، $\overrightarrow{ع_{جـ}}$ = ٥٠ $\overrightarrow{ى}$ فإن $\overrightarrow{ع_د}$ = ...

٣) إذا تحركت سيارتان أ ، ب بالسرعتين ٦٥ كم/س ، ٧٥ كم/س فإن
  أ) ع$_{أب}$ = ... إذا كانتا فى اتجاه واحد.
  ب) ع$_{أب}$ = ... إذا كانتا فى اتجاهين متضادين.

٤) بدأت سيارة الحركة من سكون بعجلة منتظمة ٢٠سم/ث لمدة ١٠ ثوان.
  أ) السرعة النهائية للسيارة = ... م/ث.
  ب) المسافة المقطوعة خلال تلك الفترة = ... متر.

٥) بدأ جسم حركته بسرعة ٧٢ كم/س بعجلة تقصيرية ٢م/ث^2.
  أ) الزمن الذي يستغرقه الجسم حتى يقف = ... ثانية.
  ب) المسافة المقطوعة خلال تلك الفترة = ... متر.

٦) استخدمت سيارة فراملها فتوقفت خلال ١٠ ثوان بعد أن قطعت ٢٥ مترًا.
  أ) عجلة الحركة فى أثناء استخدام الفرامل = ... م/ث^2.
  ب) سرعة السيارة عند بدء استخدام الفرامل = ... م/ث.

٧) سقط جسم من قمة برج رأسي فوصل إلى سطح الأرض بعد ٥ ثوان:
  أ) سرعة الجسم عند وصوله إلى سطح الأرض = ... م/ث.
  ب) ارتفاع البرج = ... متر.

٨) قذف جسم رأسيًّا لأعلى من نقطة على سطح الأرض فعاد إليها بعد ٤ ثوان:
  أ) سرعة قذف الجسم = ... م/ث.
  ب) أقصى ارتفاع وصل إليه الجسم = ... متر.

٩) من قمة برج ارتفاعه ٢٠ مترًا قذف جسم لأعلى بسرعة ٧م/ث:
  أ) سرعة الوصول إلى سطح الأرض = ... م/ث.
  ب) زمن الوصول إلى سطح الأرض = ... ثانية.

١٠) كوكب كتلته مساوية ثلاث مرات كتلة الأرض، وقطره يساوي ثلاث مرات قدر قطر الأرض، فإن النسبة بين عجلة الجاذبية على سطح الكوكب إلى سطح الأرض كنسبة .... : ....

PDF Compressor Pro

PDF Compressor Pro

إجابات بعض التمارين العامة

(١) $\overrightarrow{\text{ع}}_{\text{اب}}$ = ١٠ $\overrightarrow{\text{س}}$ ، (٢) $\overrightarrow{\text{ع}}_{\text{ءى}}$ = -٢٠ $\overrightarrow{\text{ى}}$

(٤) ٢م/ث ، ١٠م ، (٥) ١٠ث،

(٧) ع = ٤٩م/ث ، ف = ١٢٢,٥ مترًا

(٩) ع. = ٢١م/ث ، ن = $\frac{٢٠}{٧}$ ثانية

(١١) ن$_{١}$ = $\frac{١٠٠}{٥}$ = ٢٠ث ، ف$_{٢}$ = ٨ × ١٠ = ٨٠م

∴ ع$_{م}$ = $\frac{١٠٠ + ٨٠}{٢٠ + ١٠}$ = ٦م/ث

(١٢) ف$_{١}$ = $\frac{١٠٠٠}{٦٠}$ ن ، ف$_{٢}$ = $\frac{١٠٠}{٣}$ ن

ف$_{٢}$ - ف$_{١}$ = ٣٠٠٠٠ ومنها ن = $\frac{١}{٢}$ ساعة ، ف$_{١}$ = ٣٠ كم

(١٣) ع$_{اب}$ = ١٣٠ = ع$_{ا}$ + ع ب ، ١٨٠ = ٤٢ع$_{ا}$ + ع ب

بحل المعادلتين ع$_{ا}$ = ٥٠ كم/س ، ع ب = ٨٠ كم/س

(١٤) ١١٠ = ع$_{ا}$ + ٣٠ أى أن ع$_{ا}$ = ٨٠ كم/س

(١٥) ع = ٧ + ٤ × ٦ = ٣١م/ث،

ف = ٧ × ٦ + $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٣٦ = ١١٤م.

(١٦) ٨ = ٠ + ٢٠ن ∴ ن = $\frac{٢}{٥}$ ثانية، ٠ = ٨ + جـ´ × ١١٢

∴ جـ´ = - $\frac{١}{١٤}$ م/ث^{٢}

ف$_{١}$ = $\frac{١}{٢}$ × ٢٠ × $\frac{٤}{٢٥}$ = $\frac{٨}{٥}$ م،

ف$_{٢}$ = ٨ × ١٢٢ - $\frac{١}{٢}$ × $\frac{١}{١٤}$ (١١٢)^{٢} = ٥٢٨م

(١٧) بالنسبة للحركة المتسارعة:

∵ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ جـ ف ،

ع = ٢٤ × $\frac{٥}{١٨}$ = ١٥م/ث

∴ (١٥)^{٢} = ٠ + ٢جـ × -١٥

∴ جـ = ٠,٧٥م/ث^{٢}

∵ ع = ع. + جـ ن

∴ ١٥ = ٠ + ٠,٧٥ ن ∴ ن = ٢٠ ثانية

بالنسبة للحركة ذات السرعة المنتظمة

ن = $\frac{\text{ف}}{\text{ع}}$ = $\frac{٣٠٠}{١٥}$ = ٢٠ ثانية ،

بالنسبة للحركة التقصيرية : ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢جـ ف

∴ صفر = (١٥)^{٢} + ٢ ($\frac{-٣}{٢}$) ف

∴ ف = ٧٥م،

∵ ع = ع. + جـ ن

∴ صفر = ١٥ + ($\frac{-٣}{٢}$)ن ∴ ن = ١٠ ثوان.

السرعة المتوسطة = $\frac{١٥٠ + ٣٠٠ + ٧٥}{٢٠ + ٢٠ + ١٠}$ = ١٠,٥م/ث.



اختيار بين متعدد

(١) قوتان مقدارايهما ٨,١٦ نيوتن تؤثران فى نقطة مادية أوجد:

أ مقدار أكبر محصلة لهما.

ب مقدار أصغر محصلة لهما.

جـ مقدار واتجاه محصلتهما عندما يكون قياس الزاوية بينهما ١٢٠°.

(٢) القوى ١٢ ، ٥$\sqrt{٢}$ ، ٢$\sqrt{٢}$ ، ٨ ث جم تؤثر فى نقطة مادية نحو الشرق ، الشمال الغربي والجنوبي الغربي والجنوب على الترتيب. أوجد مقدار واتجاه محصلة هذه القوى.

(٣) علق جسم وزنه (و) نيوتن بواسطة خيطين يميلان على الرأس بزاوتين قياسيهما هـ°، ٣٠° فاتزن الجسم عندما كان مقدار الشد فى الخيط الأول ١٢ نيوتن ، مقدار الشد فى الخيط الثاني ١٢$\sqrt{٣}$ نيوتن . أوجد هـ° و مقدار الوزن و.

(٤) جسم وزنه ٩٠ث كجم موضوع على مستوى يميل على الأفقي بزاوية قياسها ٣٠°. حفظ الجسم فى حالة توازن بواسطة قوة ق تؤثر على الجسم إلى أعلى فى اتجاه يميل على المستوى بزاوية قياسها ٣٠°. أوجد مقدار ق ورد فعل المستوى.

(٥) قضيب منتظم $\overline{\text{اب}}$ يتصل طرف ا بمفصل مثبت فى حائط رأسي. اثرت فى الطرف الآخر ب قوة أفقية فاتزن القضيب عندما كان يميل على الحائط بزاوية قياسها ٤٥°. فإذا كان وزن القضيب ٤ث كجم و يؤثر فى منتصفه . أوجد مقدار القوة و رد فعل المفصل على القضيب.

(٦) تتحرك سيارة شرطة (أ) على طريق مستقيم بسرعة ٢٥ كم/س. شاهدت سيارة أخرى (ب) تتحرك على نفس الطريق بسرعة ٧٥ كم/س. أوجد سرعة السيارة (ب) بالنسبة للسيارة (أ) عندما:

أ السيارتان تتحركان فى نفس الاتجاه.

ب السيارة (ب) تتحرك فى اتجاه مضاد للسيارة (أ).

(٧) يتحرك جسيم فى خط مستقيم بعجلة منتظمة مقدارها ٥سم/ث^{٢} ، وفى نفس اتجاه السرعة الابتدائية لهذا الجسيم وقدرها ٤٠سم/ث. أوجد:

أ سرعة الجسم و إزاحته فى نهاية ٢٤ ثانية من بدء الحركة.

ب سرعة الجسم بعد أن قطع مسافة ٥٦ مترًا من البداية.

(٨) تتحرك سيارة فى طريق مستقيم بتقصير منتظم مقداره ١٤ سم/ث^{٢} ، فتوقفت عن الحركة بعد مرور ٢٠ ثانية من لحظة البداية. أوجد:

أ مقدار سرعتها الابتدائية.

ب المسافة التي قطعتها خلال نصف دقيقة.

جـ المسافة التي قطعتها حتى سكنت.

(٩) سقط جسم رأسيًا إلى أسفل من ارتفاع ما نحو أرض رخوة فغاص فيها مسافة ١٤سم قبل أن يسكن فإذا كان الجسم يتحرك داخل الأرض بتقصير منتظم مقداره ٦٣م/ث^{٢} فما هو الارتفاع الذي سقط منه الجسيم.

(١٠) قذف جسيم من قمة برج رأسيًا إلى أعلى بسرعة مقدارها ٢٤,٥ م/ث فوصل إلى سطح الأرض بعد ٨ ثوان. أوجد:

أ ارتفاع البرج. ب أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض.

جـ المسافة التي يقطعها الجسم خلال هذه المدة.

(١١) أى من الأشكال الآتية تمثل حركة جسم بسرعة منتظمة

المسافة / الزمن

شكل (١) شكل (٢) شكل (٣)

(١٢) تتساقط قطرات الزيت من إحدى السيارات المتحركة من اليسار إلى اليمين كما بالشكل



بملاحظة قطرات الزيت فإن السيارة تتحرك:

١ - بسرعة منتظمة. ٢ - بعجلة موجبة. ٣ - بعجلة سالبة. ٤ - بعجلة سالبة ثم سرعة منتظمة.

إن لم تستطع الإجابة على أحد هذه الأسئلة يمكنك الأستعانة بالجدول التالي :

إذا لم تستطع حل السؤال رقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣
ارجع إلى	٨٠	١٦	٢٦	٣٤	٣٧	٣٧	٦٠	٦٦	٧٠	٧٦	٧٧	٥٦	٦٦

إجابة الاختبار التراكمي

(١) أ) أكبر محصلة = ٢٤ نيوتن

ب) أصغر محصلة = ٨ نيوتن

جـ) $ح = \sqrt{٢٥٦ + ٦٤ + ٢ \times ١٦ \times ٨ \text{ جتا } ١٢٠} =$

$= ٨\sqrt{٣}$ نيوتن، وتصنع ٣٠° مع القوة ١٦ نيوتن

(٢) $س = ١٢ + ٥\sqrt{٢} \text{ جتا } ١٣٥^\circ + ٢\sqrt{٢} \text{ جتا } ٢٢٥^\circ = ٥$ نيوتن،

$ص = ٥\sqrt{٢} \text{ جا } ١٣٥ + ٢\sqrt{٢} \text{ جتا } ٢٢٥^\circ - ٨ = -٥$ نيوتن

$ح = ٥\sqrt{٢}$ نيوتن، وتعمل مع القوة الأولى زاوية قياسها ٣١٥°

(٣) $\frac{١٢}{\text{جا } ١٥٠^\circ} = \frac{١٢\sqrt{٣}}{\text{جا }(١٨٠ - هـ)} \quad \frac{و}{\text{جا }(٣٠^\circ + هـ)}$

ومنها ق = ٢٤ نيوتن ، هـ = ٦٠°

(٤) $\frac{ر}{\text{جا } ١٥٠^\circ} = \frac{و}{\text{جا } ١٥٠^\circ} = \frac{٩٠}{\text{جا } ٦٠^\circ}$

ومنها ر = و = $٣٠\sqrt{٣}$ نيوتن

(٥) بفرض أن طول القضيب ٢ل ورد الفعل ر ، والقوة و فإن:

$\frac{٤}{٢ل} = \frac{ر}{\sqrt{٥}ل} = \frac{و}{ل}$ ومنها و = ٢ ث كجم،

ر = $٢\sqrt{٥}$ ث كجم

(٦) أ) $ع_{ب ا} = ٥٠$ كم/س   ب) $ع_{ب ا} = ١٠٠$ كم/س

(٧) أ) ع = ٤٠ + ٥ × ٢٤ = ١٦٠سم ث،

$ف = ٤٠ \times ٢٤ + \frac{١}{٢} \times ٥ \times (٢٤) = ٢٤٠٠$سم

ب) $ع^٢ = (٤٠)^٢ + ٢ \times ٥ \times ٥٦٠٠$ ومنها ع = ٢٤٠ سم/ث

(٨) أ) $٠ = ع_. - ١٤ \times ٢٠$ ومنها $ع_. = ٢٨٠$سم/ث

ب) $ف = ٢٨٠ \times ٣٠ - \frac{١}{٢} \times ١٤ \times (٣٠)^٢ = ٢١٠٠$سم

جـ) $٠ = (٢٨٠)^٢ - ٢ \times ١٤$ف ومنها ف = ٢٨٠٠سم

(٩) الحركة داخل الأرض: $٠ = ع^٢ - ٢ \times ٣٦٠٠ \times ١٤$

ومنها $ع^٢ = ١٧٦٤٠٠$

السقوط الحر: ١٧٦٠٠ = ٠ + ٢ × ٩٨٠ ف ومنها ف = ٩٠سم

(١٠) أ) $ف = ٢٤,٥ \times ٨ - \frac{١}{٢} \times ٩,٨ \times ٦٤ = -١١٧,٦$م

أرتفاع البرج = ١١٧,٦ متر

ب) ٠ = ٢٤,٥ - ٩,٨ ن ومنها ن = ٢,٥ ثانية

جـ) $٠ = (٢٤,٥)^٢ - ٢ \times ٩,٨$ ف ومنها ف = $٣٠ \frac{٥}{٨}$ متر

الوحدة الثانية

الديناميكا
Dynamics

مقدمة الوحدة

يختص علم الديناميكا بدراسة حركة الأجسام والقوى المسببة لهذه الحركة حيث ينقسم إلى الكينماتيكا والكيناتيكا وسوف نقتصر فى هذه الوحدة على دراسة الكيناتيكا kinematics ذلك العلم الذى يصف حركة الأجسام دون الأخذ فى الاعتبار للقوى المؤثرة عليها، وجدير بالذكر أن الكينماتيكا لها أهميتها التطبيقية فى حياتنا العملية مثل حساب خسوف الشمس وكسوف القمر قبل حدوثهما - إمكانية توجيه قذيفة إلى هدف ما بدقة كافية - تحديد مسار مركبة فضائية أو قمر صناعى وتحديد نقطة نزوله على الأرض- تصميم جميع الآلات الميكانيكية، ومن هنا سنتناول فى هذه الوحدة دراسة حركة الأجسام والظواهر المصاحبة لهذه الحركة ومسبباتها.

مخرجات التعلم

بعد دراسة هذه الوحدة و تنفيذ الأنشطة فيها، يتوقع من الطالب أن:

- يَتعرَّف مفهوم الجسيم على أنه نقطة افتراضية.
- يتفهم المقصود بالحركة الانتقالية لجسيم من موضع لآخر.
- يدرك أن الحركة الانتقالية تحدث إذا كانت جميع نقاط الجسم تتحرك فى خطوط موازية لبعضها فى أثناء الحركة.
- يميز بين الإزاحة والمسافة.
- يتعرف مفهوم السرعة المنتظمة (متجه السرعة - الحركة المنتظمة - متجه السرعة المتوسطة - متجه السرعة اللحظية- السرعة النسبية - وحدات قياس السرعة).
- يميز بين مفهومى متجه السرعة المتوسطة (Average velocity)، ومقدار السرعة المتوسطة(Average speed) فى حالة الحركة الخطية فى اتجاه متجه ثابت.
- يطبق مفاهيم السرعة ، السرعة النسبية والعجلة فى نمذجة مواقف فيزيائية وحياتية تشمل: (حركة الصواريخ - حركة الطيران - الأقمار الصناعية) فى صورة أنشطة .
- يتعرف مفهوم السرعة النسبية.
- يتعرف الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة - وحدات قياس العجلة $ع = ع_. + جـ ن$ ، $ف = ع_. ن + \frac{١}{٢} جـ ن^٢$ ، $ع^٢ = ع_.^٢ + ٢جـ ف$
- يتعرف الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية.
- يتعرف تطبيقات على قوانين الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة.
- يتعرف قوانين الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية فى حالة صعود الجسم أو هبوطه.
- يتعرف الجاذبية الأرضية (قانون نيوتن للجذب العام). ثابت الجذب العام.
- يتعرف التمثيل البياني لمنحنى الإزاحة مع الزمن ، منحنى السرعة مع الزمن.
- يستخدم الآلة الحاسبة البيانية فى تمثيل العلاقة بين الإزاحة مع الزمن والسرعة مع الزمن فى صورة أنشطة.

٥٠

الوحدة الثانية

الديناميكا
Dynamics

مقدمة الوحدة

يختص علم الديناميكا بدراسة حركة الأجسام والقوى المسببة لهذه الحركة حيث ينقسم إلى الكينماتيكا والكيناتيكا وسوف نقتصر فى هذه الوحدة على دراسة الكيناتيكا kinematics ذلك العلم الذى يصف حركة الأجسام دون الأخذ فى الاعتبار للقوى المؤثرة عليها، وجدير بالذكر أن الكينماتيكا لها أهميتها التطبيقية فى حياتنا العملية مثل حساب خسوف الشمس وكسوف القمر قبل حدوثهما - إمكانية توجيه قذيفة إلى هدف ما بدقة كافية - تحديد مسار مركبة فضائية أو قمر صناعى وتحديد نقطة نزوله على الأرض- تصميم جميع الآلات الميكانيكية، ومن هنا سنتناول فى هذه الوحدة دراسة حركة الأجسام والظواهر المصاحبة لهذه الحركة ومسبباتها.

مخرجات التعلم

بعد دراسة هذه الوحدة و تنفيذ الأنشطة فيها، يتوقع من الطالب أن:

- يَتعرَّف مفهوم الجسيم على أنه نقطة افتراضية.
- يتفهم المقصود بالحركة الانتقالية لجسيم من موضع لآخر.
- يدرك أن الحركة الانتقالية تحدث إذا كانت جميع نقاط الجسم تتحرك فى خطوط موازية لبعضها فى أثناء الحركة.
- يميز بين الإزاحة والمسافة.
- يتعرف مفهوم السرعة المنتظمة (متجه السرعة - الحركة المنتظمة - متجه السرعة المتوسطة - متجه السرعة اللحظية- السرعة النسبية - وحدات قياس السرعة).
- يميز بين مفهومى متجه السرعة المتوسطة (Average velocity)، ومقدار السرعة المتوسطة(Average speed) فى حالة الحركة الخطية فى اتجاه متجه ثابت.
- يطبق مفاهيم السرعة ، السرعة النسبية والعجلة فى نمذجة مواقف فيزيائية وحياتية تشمل: (حركة الصواريخ - حركة الطيران - الأقمار الصناعية) فى صورة أنشطة .
- يتعرف مفهوم السرعة النسبية.
- يتعرف الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة - وحدات قياس العجلة $ع = ع_. + جـ ن$ ، $ف = ع_. ن + \frac{١}{٢} جـ ن^٢$ ، $ع^٢ = ع_.^٢ + ٢جـ ف$
- يتعرف الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية.
- يتعرف تطبيقات على قوانين الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة.
- يتعرف قوانين الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية فى حالة صعود الجسم أو هبوطه.
- يتعرف الجاذبية الأرضية (قانون نيوتن للجذب العام). ثابت الجذب العام.
- يتعرف التمثيل البياني لمنحنى الإزاحة مع الزمن ، منحنى السرعة مع الزمن.
- يستخدم الآلة الحاسبة البيانية فى تمثيل العلاقة بين الإزاحة مع الزمن والسرعة مع الزمن فى صورة أنشطة.

٥٠

PDF Compressor Pro

PDF Compressor Pro

الهندسة والقياس

Geometry and Measurement

مقدمة الوحدة

سبق أن درس الطالب الأشكال الهندسية فى بعدين (المضلعات - الدائرة - القطاع الدائرى - القطعة الدائرية) وعرف خواص كل منها، كما درس أشكالًا ثلاثية البعد (مجسمات) مثل متوازى المستطيلات والمكعب، وسوف يستكمل الطالب دراسته فى هذه الوحدة لمجسمات أخرى مثل الهرم المنتظم، والمخروط الدائرى القائم، و يتعرف المساحة الكلية والحجم لكل منهما، كما يدرس معادلة الدائرة، ويتعرف الصورة العامة لمعادلة الدائرة؛ ليطبق كل مادرسه بالهندسة والقياس فى نمذجة مواقف رياضية وحياتية واستخدامها فى حل المشكلات.

وتتضمن هذه الوحدة أربعة دروس هى:

الدرس الأول: المستقيمات والمستويات فى الفراغ.

الدرس الثاني: الهرم والمخروط.

الدرس الثالث: المساحة الجانبية والمساحة الكلية لكل من الهرم والمخروط.

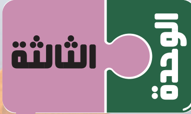
الدرس الرابع: حجم الهرم والمخروط القائم.

الدرس الخامس: معادلة الدائرة.

أهداف الوحدة

بعد دراسة هذه الوحدة و تنفيذ الأنشطة فيها يتوقع من الطالب أن:

- يُعرف النقطة و المستقيم و المستوى.
- يتعرف بعض المجسمات (الهرم – الهرم المنتظم – الهرم القائم – المخروط – المخروط القائم) ، وخواص كل منها.
- يستنتج المساحة الجانبية والمساحة الكلية لكل من الهرم القائم – المخروط القائم.
- يستنتج حجم كل من الهرم القائم – المخروط القائم.
- يوجد معادلة الدائرة بدلالة إحداثيات كل من مركزها، وطول نصف قطرها.
- يستنتج الصورة العامة لمعادلة الدائرة.
- يعين إحداثيات كل من مركز الدائرة، وطول نصف قطرها بمعلومية الصورة العامة لمعادلة الدائرة.
- ينمذج مواقف رياضية باستخدام قوانين الهندسة



الهندسة و القياس

Geometry and Measurement

مقدمة الوحدة

نشأت الهندسة فى بدايتها مرتبطة بالناحية العملية، فاستخدمها قدماء المصريين فى تحديد مساحات الأراضى وبناء الأهرامات والمعابد فأوجدوا مساحات بعض الأشكال وحجوم بعض المجسمات. وعندما زار طاليس (٦٤٠ - ٥٤٦ ق.م) الإسكندرية راقت له طرق المصريين فى قياس الأرض وأطلق عليها كلمة Geo-metron المأخوذة عن اللغة اليونانية والمكونة من كلمتى Geo وتعنى الأرض، metron وتعنى قياس واهتم بدراسة الهندسة على أنها تعبيرات صريحة مجردة خاضعة للبرهان.

تطورت الهندسة على يد الإغريق (طاليس - فيثاغورث- إقليدس) بظهور سلسلة من النظريات المبنية على بضع مسلمات وتعاريف مرتبة فى نظام منطقى دقيق ضمنه إقليدس فى كتابه الأصول المكون من ١٣ جزءًا، واستمرت الإسكندرية منارة المعرفة إلى أن جاء العرب، وحفظوا ذلك التراث بترجمته إلى اللغة العربية وأضافوا إليه إضافات كثيرة ونقلوه إلى أوربا فى القرن الثانى عشر.

فى القرن السادس عشر بدأ عصر النهضة فى الرياضيات وميلاد علوم جديدة فقدم ديكارت (١٥٩٦-١٦٥٠) أسس الهندسة التحليلية وقام بتمثيل المعادلات بأشكال بيانية وهندسية والتعبير عن الأشكال بمعادلات، واستخلص معادلة الدائرة $س^٢ + ص^٢ = نق^٢$ كما توصل أويلر Euler إلى وجود علاقة بين عدد الأوجه وعدد الرؤوس وعدد الأحرف لأى مجسم قاعدته منطقة مضلعة وهى:

عدد الأوجه + عدد الرؤوس = عدد الأحرف + ٢.

مخرجات التعلم

بعد دراسة هذه الوحدة وتنفذ الأنشطة فيها يتوقع من الطالب أن:

- يُعرف النقطة والمستقيم والمستوى فى الفراغ.
- يتعرف بعض المجسمات (الهرم – الهرم المنتظم – الهرم القائم – المخروط – المخروط القائم) ، وخواص كل منها.
- يستنتج المساحة الجانبية والمساحة الكلية لكل من الهرم القائم – المخروط القائم.
- يستنتج حجم كل من الهرم القائم – المخروط القائم.
- يوجد معادلة الدائرة بدلالة إحداثيات كل من مركزها، وطول نصف قطرها.
- يستنتج الصورة العامة لمعادلة الدائرة.
- يعين إحداثيات كل من مركز الدائرة، وطول نصف قطرها بمعلومية الصورة العامة لمعادلة الدائرة.
- ينمذج مواقف رياضية باستخدام قوانين الهندسة.

٩٠

المصطلحات الأساسية

النقطة	The point
المستقيم	Straight line
المستوى	plane
الفراغ	Space
رأس	Vertex
قاعدة	Base
محور	Axis
دائرة	Circle
مركز	Center
نصف قطر	Radius
قطر	Diameter
هرم	Pyramid
مخروط	Cone
وجه جانبى	Lateral face
حرف جانبى	Lateral edge
ارتفاع	Height
ارتفاع جانبى	Slant height
هرم منتظم	Regular pyramid
هرم قائم	Right pyramid
شبكة هرم	Net of a pyramid
مخروط دائرى قائم	Right circular cone
مساحة جانبية	Lateral area
مساحة كلية (سطحية)	Surface area

الأدوات والوسائل

- أدوات هندسية
- آلة حاسبة علمية
- برامج رسومية للحاسوب

دروس الوحدة

الدرس (٣ - ١): المستقيمات والمستوى

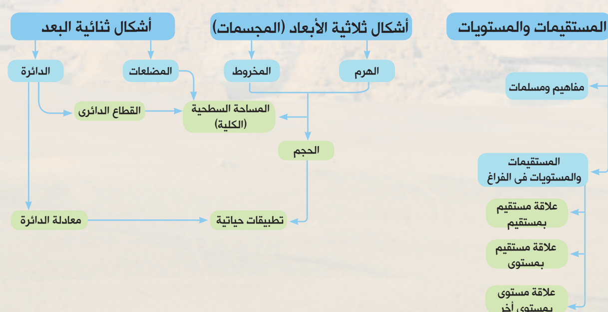
الدرس (٣ - ٢): الهرم والمخروط.

الدرس (٣ - ٣): المساحة الجانبية والمساحة الكلية للهرم والمخروط.

الدرس (٣ - ٤): حجم الهرم والمخروط

الدرس (٣ - ٥): معادلة الدائرة.

مخطط تنظيمى للوحدة



زمن تدريس الوحدة

٨ حصص

مهارات التفكير التى تنميها الوحدة

التفكير الاستدلالى - التفكير الناقد - التفكير المنطقى -حل المشكلات - التفكير الإبداعى فى الرياضيات.

الوسائل التعليمية المستخدمة:

سبورة تعليمية - طباشير ملون (أقلام ملونة) - حاسب آلى - جهاز عرض بيانات - برامج رسومية - مجسمات هندسية - آلة حاسبة علمية. أدوات هندسية

طرق التدريس المقترحة

التعليم التعاونى - المحاضرة - المناقشة - العصف الذهنى - الطريقة الاستقرائية - الطريقة الاستنتاجية - الاكتشاف الموجه - حل المشكلات.

طرق التقييم المقترحة

أسئلة شفهية وتحريرية فردية وجماعية قبل وفى أثناء وبعد الدرس أو الأنشطة المقترحة - تمارين عامة واختبار تراكمى فى نهاية الوحدة.

المخطط التنظيمى للوحدة:

يتناول المخطط التنظيمى لهذه الوحدة بعض المفاهيم الأساسية للمستقيمات والمستويات سواء الأشكال ثنائية البعد مثل المضلعات والدائرة أو ثلاثية البعد كالهرم والمخروط، ونتناول المستقيمات والمستويات من خلال بعض الموضوعات كالمستقيمات والمستويات فى الفراغ وعلاقة مستقيم بمستقيم آخر وعلاقة مستوى بمستوى آخر ونختمها بتطبيقات حياتية متنوعة.

PDF Compressor Pro

الوحدة الثالثة

الدرس ١

المستقيمات و المستويات فى الفراغ

The line and the plane in a space

خلفية

سبق أن درس الطالب بعض المفاهيم الرياضية حول كل من النقطة والمستقيم والمستوى، والآن سوف يتعلم كيف يمكن أن يتعين المستوى والعلاقة بين مستقيين و بين مستقيم و مستوى وبين مستويين فى الفراغ.

مخرجات التعلم

فى نهاية هذا الدرس وتنفيذًا للأنشطة فيه، من المتوقع أن يكون الطالب قادرًا على أن:

- يتعرف كيفية تعين المستوى .
- يوجد العلاقة من مستقيمين فى الفراغ.
- يوجد العلاقة بين مستقيم و مستوى فى الفراغ.
- يوجد العلاقة بين مستويين فى الفراغ.
- يحل مسائل متعلقة بالمستقيمات و المستويات فى الفراغ .

الوسائل التعليمية المستخدمة:

السبورة التعليمية - طباشير ملون - ادوات هندسية - آله حاسبة علمية.

مصادر التعلم:

كتاب الطالب من صفحة ٩٤ إلى صفحة ٩٩، الشبكة الدولية للمعلومات (الانترنت).

التهيئة

¤ اطرح على طلابك الاسئلة الآتية وناقش إجاباتهم للوصول إلى مفاهيم أساسية:

- ماذا يمثل لك احد حوائط الغرفة ؟ (مستوى)
- ماهو تقاطع حائطين متجاورين (مستقيم)
- ما هو تقاطع حائطين متجاورين مع سقف الحجرة (نقطة)

إجراءات الدرس

¤ وضح إلى طلابك بعض المفاهيم الأساسية عن النقطة والمستقيم والمستوى من خلال نشاط (١) و نشاط (٢).

¤ ناقش مع طلابك مثال (١) الذى يوضح العلاقة بين النقطة والمستقيم و المستوى من خلال المفاهيم التى تعرف عليها الطالب (الأنشطة السابقة).

---

٣ - ١

المستقيمات والمستويات فى الفراغ

The lines and the planes in a space

سوف تتعلم

- مفاهيم ومسلمات هندسية
- العلاقة بين مستقيمين فى الفراغ
- العلاقة بين مستقيم ومستوى فى الفراغ
- الأوضاع المختلفة لمستويين.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

- النقطة Point
- المستقيم Straight line
- المستوى Plane
- الفراغ Space

الأدوات والوسائل

- آلة حاسبة علمية
- برامج رسومية للحاسوب
- أدوات هندسية

فكر و ناقش

سبق أن درست بعض المفاهيم الرياضية حول كل من النقطة، والمستقيم، والمستوى فهل يمكنك الإجابة عن الأسئلة الآتية:

- بِمَ تمثل مدينتك على خريطة جمهورية مصر العربية؟
- كم عدد النقاط التى تكفى لرسم خط مستقيم؟
- ماذا يمثل لك كل من: أرضية الفصل الدراسى - سطح المنضدة - سطح الحائط.
- ماذا يمثل لك كل من: سطح الكرة - سطح قبة المسجد - سطح أسطوانة الغاز.

نشاط

ارسم نقطتين مختلفتين على ورق مقواة مثل أ ، ب.
استخدم المسطرة؛ لتصل النقطتين أ، ب ومدهما على نفس الاستقامة.
حاول أن ترسم مستقيمًا آخر يمر بنفس النقطتين أ، ب هل يمكنك ذلك؟
ماذا نستنتج من هذا النشاط؟

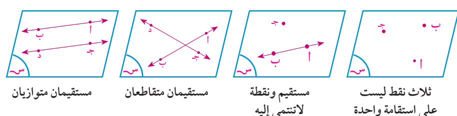
نشاط

ارسم ثلاث نقاط أ، ب، جـ ليست على استقامة واحدة كما فى الشكل الجانبي
ضع قطعة من الورق المقوى على شكل مستطيل بحيث ينطبق أحد أبعادها على $\overleftrightarrow{أب}$
حرك مستوى الورقة؛ لتدور حول $\overleftrightarrow{أب}$ حتى ينطبق على النقطة جـ.

- كم وضعًا تنطبق فيه النقطة جـ على مستوى الورقة خلال دوران الورقة دورة كاملة؟

مسلمات هندسية:

- يتحدد الخط المستقيم تحديدًا تامًّا إذا علم عليه نقطتان مختلفتان.
- يتحدد المستوى تحديدًا تامًّا بإحدى الحالات الآتية:



ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة — مستقيم ونقطة لاتنتمى إليه — مستقيمان متقاطعان — مستقيمان متوازيان

- أى نقطة فى الفراغ يمر بها عدد لانهائى من المستويات.

المستوى Plane: هو سطح لاحدود له بحيث إن المستقيم المار بأى نقطتين فيه يقع بأكمله على ذلك السطح. ففى الشكل الجانبي يرمز للمستوى بالرمز س أو ص أو ع أو.. أو يرمز له بثلاثة أحرف على الأقل مثل أ ب جـ ،.... وهو بلا حدود من جميع جهاته ويمثل على شكل مثلث أو مربع أو مستطيل أو متوازى أضلاع أو دائرة أو...

الفراغ (الفضاء) Space: هو مجموعة غير منتهية من النقاط، وهو الذى يحتوى جميع الأشكال والمستويات والمجسمات محل الدراسة.

مثال

١ تأمل الشكل المقابل، ثم أجب عن الأسئلة الآتية:

أ اكتب ثلاثة مستقيمات تمر بالنقطة أ.
ب اكتب المستقيمات التى تمر بالنقطتين أ ، ب معًا.
جـ اكتب ثلاثة مستويات تمر بالنقطة أ.
د اكتب ثلاثة مستويات تمر بالنقطتين أ ، ب معًا.

الحل

أ $\overleftrightarrow{أب}$ ، $\overleftrightarrow{أأَ}$ ، $\overleftrightarrow{أء}$
ب $\overleftrightarrow{أب}$
جـ أ ب بَ ، أ ب جـ ، أ ء ءَ
د أ ب بَ، أ ب جـ ، أ ب جـَ ءَ

PDF Compressor Pro

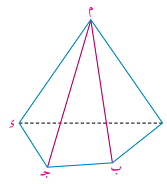
الوحدة الثالثة: الهندسة و القياس

حاول أن تحل

(١) **تأمل الشكل المقابل ثم أجب عن الأسئلة الآتية:**

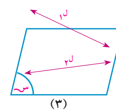
أ كم عدد المستقيمات بالشكل؟ اذكر المستقيمات التى تمر بنقطةأ.

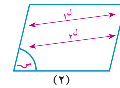
ب كم عدد المستويات بالشكل؟ اذكر ثلاثة منها تمر بالنقطةأ.

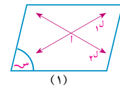


العلاقة بين مستقيمين فى الفراغ

تأمل الأشكال الآتية ثم أكمل:







١- المستقيمان المتقاطعان: هما مستقيمان يقعان فى نفس .... و يشتركان فى ....

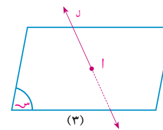
٢- المستقيمان المتوازيان: هما مستقيمان يقعان فى نفس .... ولايشتركان فى ....

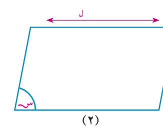
٣- المستقيمان المتخالفان: هما مستقيمان لايمكن أن يحتويهما ....

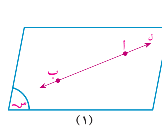
تفكير ناقد: المستقيمان المتخالفان غير متقاطعين وغير متوازيين. فسر ذلك.

العلاقة بين مستقيم ومستوى فى الفراغ

تأمل الأشكال الآتية ثم أكمل:







- المستقيم مواز للمستوى كما فى شكل ....
- المستقيم قاطع للمستوى كما فى شكل ....
- المستقيم محتوى فى المستوى كما فى شكل ....

٩٤ تطبيقات الرياضيات - علمى

- اطلب إلى طلابك حل ما ورد فى بند حاول أن تحل (١) صفحة (٩٦) و ناقش معهم الحلول التى توصلوا إليها.

إجابات

أ عدد المستقيمات بالشكل ٨

عدد المستقيمات التى تمر بالنقطة ا ٣

ب عدد المستويات بالشكل ٥

المستويات التى تمر بالنقطة ا هى م ا ب ، م ا ء ، ا جـ ء

تمارين إثرائية :

أكمل ما يأتى:

١- أى نقطة فى الفراغ يمر بها عدد .... من المستقيمات

٢- أى نقطة فى الفراغ يمر بها عدد .... من المستويات

٣- عدد المستقيمات التى تمر بنقطتين ا ، ب ....

٤- عدد المستويات التى تمر بنقطتين ا ، ب ....

٥- عدد المستويات التى تمر بثلاث نقاط فقط

أ- على استقامة واحدة ....

ب- ليست على استقامة واحدة ....

٦- عدد المستويات التى تمر بأربع نقاط ليست فى مستوى واحد ....

العلاقة بين مستقيمين فى الفراغ

ناقش مع طلابك الموضوعات التالية من خلال عمل عصف ذهني لديهم.

- تحديد مستقيمين متقاطعين و يشكلان مستوى.
- تحديد مستقيمين متوازيين و يشكلان مستوى.
- تحديد مستقيمين متخالفين و (لا يجمعهما مستوى واحد).

فى بند تفكير ناقد أشر إلى الآتى:

- إن لم يكن المستقيمان متوازيين أو متقاطعين (أى لا يجمعهما مستوى واحد) فهما متخالفان.

العلاقة بين مستقيم و مستوى فى الفراغ

- ناقش مع طلابك الآتى:

١- تحديد مستقيم واقع فى جدار من جدران الحجرة.

٢- تحديد مستقيم مواز لجدار الحجرة.

٣- تحديد مستقيم قاطع لجدار الحجرة.

PDF Compressor Pro

حدد مع طلابك داخل الحجرة الدراسية:

- مستويين متوازيين.
- مستويين متطبقين (السبورة، مستواها)
- مستويين متقاطعين.
- ناقش مع طلابك حل ما ورد في بند حاول أن تحل (٢) و تابع إجاباتهم.

إجابات:

أ $\overleftrightarrow{\text{ب ب}'}$	ب ϕ
جـ ϕ	د {ب}

اجابات تمارين (٣-١)

١) إذا كان المستقيم ل // لمستوى س فان ل ∩ س = ϕ

٢) إذا كان المستقيم ل ⊂ المستوى س فان ل ∩ س = المستقيم ل

٣) إذا كان المستقيم $ل_١$ // المستقيم $ل_٢$ فان $ل_١ ∩ ل_٢ = \phi$

٤) إذا كان س، ص مستويان حيث س ∩ ص = ϕ فان س // ص

٥) المستقيمان المتخالفان هما مستقيمان ليسا متقاطعين و ليسا متوازيين ولا يجمعهما مستوى واحد

٦)

أ عدد لانهائي	ب عدد لانهائي
جـ عدد لانهائي	د مستوى واحد فقط
هـ أربع مستويات	

٧) أ ⊂ ب ∈ جـ ∌ د ⊄

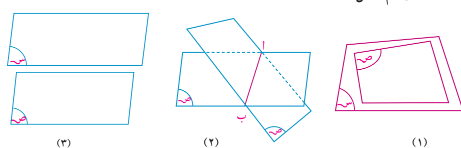
٨) أ $\overleftrightarrow{\text{ب ا}}$ ب $\overleftrightarrow{\text{ا جـ}}$ جـ {ا}

٩) أ ا َب َجـ َ ءَ ب ا ا َ ء َ ء جـ $\overleftrightarrow{\text{ب ا}}$
د ϕ هـ {ء}

١٠) أ ✓ ب ✓ جـ ✓ د ✗
هـ ✓ و ✓

الأوضاع المختلفة لمستويين

تأمل الأشكال الآتية ثم أكمل:



- المستويان متوازيان كما في الشكل ....
- المستويان منطبقان كما في الشكل ....
- المستويان متقاطعان كما في الشكل ....

مثال

٢) تأمل الشكل المقابل ثم أكمل مايأتى:

أ) المستوى م ا ب ∩ المستوى م ب جـ = ...

ب) المستوى م ب جـ ∩ المستوى ا ب جـ = ...

جـ) $\overleftrightarrow{\text{م ب}}$ ∩ المستوى ا ب جـ = ...

د) $\overleftrightarrow{\text{م جـ}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ = ...

هـ) المستوى م ا ب ∩ المستوى م ب جـ ∩ المستوى م ا جـ = ...

الحل

أ) $\overleftrightarrow{\text{م ب}}$ ب) $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ جـ) {ب}

د) ϕ لأنهما مستقيمان متخالفان هـ) {م}

حاول أن تحل

٢) تأمل الشكل المقابل ثم أكمل مايأتى:

أ) المستوى ا ب ب َ ا َ ∩ المستوى ب جـ جـ َ ب َ = ...

ب) المستوى ا ب جـ ∩ المستوى ا َ ب َ جـ َ = ...

جـ) $\overleftrightarrow{\text{ا جـ}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{ا َ جـ َ}}$ = ...

د) $\overleftrightarrow{\text{ب ب َ}}$ ∩ المستوى ا ب جـ = ...

تمـارين (٣ - ١)

أكمل مايأتى:

١) إذا كان المستقيم ل // المستوى س ، فإن ل ∩ س = ...

٢) إذا كان المستقيم ل ⊂ المستوى س فإن ل ∩ س = ...

٣) إذا كان المستقيم $ل_١$ // المستقيم $ل_٢$ فإن $ل_١ ∩ ل_٢$ = ...

٤) إذا كان س ، ص مستويان حيث س ∩ ص = ϕ فإن س .... ص

٥) المستقيمان المتخالفان هما مستقيمان ليسا .... أو ....

٦) اذكر عدد المستويات التى تمر بكل من:

أ) نقطة واحدة معلومة. ب) نقطتين مختلفتين .

جـ) ثلاث نقط على استقامة واحدة. د) ثلاث نقط ليست على استقامة واحدة.

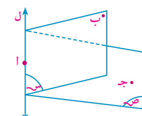
هـ) أربع نقط ليست فى مستوى واحد

٧) تأمل الشكل المقابل ثم أكمل باستخدام أحد الرموز (∈ أو ∉ أو ⊂ أو ⊄)

أ) ل .... س ب) ا .... س

جـ) جـ .... ص د) $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ .... ص

٨) فى الشكل المقابل:



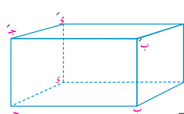
س ، ص مستويان متقاطعان فى المستقيم ل ، ا ∈ ل ، ب ∈ س ، ب ∉ ص ، جـ ∈ ص ، جـ ∉ س أكمل مايأتى:

أ) المستوى س ∩ المستوى ا ب جـ = ...

ب) المستوى ص ∩ المستوى ا ب جـ = ...

جـ) المستوى س ∩ المستوى ص ∩ المستوى ا ب جـ = ...

٩) تأمل الشكل المقابل ثم أكمل مايأتى:



أ) المستوى ا ب جـ ء // المستوى ....

ب) المستوى ب جـ جـ َ ب َ // المستوى ....

جـ) المستوى ا ب ب َ ا َ ∩ المستوى ا ب جـ ء = ...

د) المستوى ا ب ب َ ا َ ∩ المستوى ء جـ جـ َ ء َ = ...

هـ) المستوى ء جـ جـ َ ء َ ∩ المستوى ا ب جـ ء ∩ المستوى ا ء ء َ ا َ = ...

١٠ ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة و علامة (✗) أمام العبارات الخاطئة فيما يلي بفرض أن $ل_1$ ، $ل_2$ مستقيمان، س ،ص مستويان:

أ إذا كان $ل_1 \cap ل_2 = \phi$ فإن $ل_1 // ل_2$ أو $ل_1$ ، $ل_2$ متخالفان

ب إذا كان $ل_1 \cap س = \phi$ فإن $ل_1 // س$

جـ إذا كان $ل_2 \cap س = ل_2$ فإن $ل_2 \subset س$

د إذا كان $ل_2 \subset ص$ فإن $ل_2 \cap ص = \phi$

هـ إذا كان $س \cap ص = \phi$ فإن $س // ص$

و إذا كان س = ص فإن س ، ص منطبقان

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

١١ أى أربع نقط ليست فى مستوى واحد تعين لنا:
أ مستويان ب ثلاث مستويات جـ اربع مستويات د لا تعين مستو

١٢ إذا اشترك مستويان فى نقطتين ا ، ب فإنهما:
أ متطابقان
ب متقاطعان فى $\overleftrightarrow{اب}$
جـ متقاطعان فى مستقيم موازٍ $\overleftrightarrow{اب}$
د يشتركان فى نقطة ثالثة لا تقع على $\overleftrightarrow{اب}$

١٣ $\overleftrightarrow{اب}$ توازي المستوى س إذا كان
أ $\overline{اب} \cap س = \phi$
ب ا ، ب تقعان فى جهتين مختلفتين من س
جـ ا ، ب على بعدين مختلفين من المستوى س
د $\overleftrightarrow{اب} \cap س = \phi$

١٤ المستقيمان $ل_1$ ، $ل_2$ متوازيان إذا كان
أ $ل_1 \cap ل_2 = \phi$
ب $ل_1 \cup ل_2$ يقعان من مستوى واحد
جـ إذا كان $ل_1 \cap ل_2 = \phi$ ، $ل_1$ ، $ل_2$ يجمعهما مستوى واحد.
د إذا كان $ل_1 \cap ل_2 = \phi$ ، $ل_1$ ، $ل_2$ لا يجمعهما مستوى واحد.

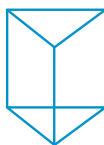
١٥ يكون المستقيمان متخالفين إذا كانا
أ غير متوازيين.
ب غير منطبقين.
جـ لايجمعهما مستوى واحد.
د يقعان فى مستوى واحد.

تفكير ابداعى

١٦ بين بالرسم أنه إذا تقاطعت ثلاثة مستويات مثنى مثنى فإن مستقيمات تقاطعها إما أن تتوازى أو تتلاقى فى نقطة واحدة:

فى بند (التفكير الإبداعى)

١٦ الهدف من التفكير الإبداعى هو تنمية قدرة الطالب على التخيل بأنه إذا تقاطعت ثلاثة مستويات مثنى مثنى، فإن خطوط تقاطعها أما تتوازى كما فى شكل (١) أو تتقاطع فى نقطة واحدة و تكون هرمًا كما فى شكل(٢).



شكل (١)

شكل (٢)

١٧ أ تستقر الطاولة بثلاثة أرجل على سطح الأرض؛ لأن أطراف الأرجل تمثل ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

ب الطاولة ذات الأربع أرجل لا تستقر على سطح الأرض بالضرورة، لأن الأربع نقاط ليس بالضرورة أن تكون مستوى (المستوى يتحدد بثلاث نقاط فقط).

ب أسئلة إثرائية للطلاب:.

٧ أ أربعة مستويات

ب متقاطعان فى $\overleftrightarrow{اب}$

جـ $\overleftrightarrow{اب} \cap س = \phi$

د إذا كان $ل_1 \cap ل_2 = \phi$ ، $ل_1$ ، $ل_2$ يجمعهما مستوى واحد.

هـ لا يجمعهما مستوى واحد.

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة، وعلامة (✗) أمام العبارة الخطأ :

١ أى ثلاث نقط تعين مستوى. (✗)

٢ أى أربع نقاط ليست فى مستوى واحد تحدد أربعة مستويات. (✓)

٣ إذا كان ا ب جـ ء شكل رباعى فيه $\overline{اجـ} \cap \overline{بء} = \{م\}$ فإن اضلاع الشكل تقع فى مستوى واحد. (✓)

٤ تنطبق المستويات إذا اشتركت فى ثلاث نقاط. (✓)

٥ أى نقطتين يمر بها مستوى واحد فقط. (✗)

٦ جميع المستقيمات الرأسية متوازية. (✓)

٧ جميع المستقيمات الأفقية متوازية. (✓)

٨ إذا اشترك مستقيم ومستوى فى نقطتين مختلفين، فإن المستقيم يقع بتمامه فى المستوى. (✓)

PDF Compressor Pro

PDF Compressor Pro

الهرم والمخروط
Pyramid and Cone

خلفية

سبق أن درس الطالب أشكالًا ثنائية البعد، منها المستطيل، والمربع، والمثلث المتساوى الساقين، والدائرة، وبعض المضلعات المنتظمة، كما درس بعض الأشكال ثلاثية البعد مثل متوازى المستطيلات، وعرف أنه مجسم جميع أوجهه الستة مستطيلة الشكل ، كل وجهين متقابلين منها متطابقان، و يمكن تعبئة العديد من منتجات المصانع قبل تسويقها فى عبوات على شكل متوازى مستطيلات، تصنع بطى شكل من ورق الكرتون المسطح يعرف بشبكة المجسم، وفى هذا الدرس سيتعرف الطالب على مجسمات أخرى، يمكن صنعها من طى شكل مجسم تحوى مثلثات متساوية الساقين ومضلع منتظم أو قطاع دائرى ودائرة لتكون هرمًا منتظمًا أو مخروطًا قائمًا على الترتيب.

مخرجات الدرس

فى نهاية هذا الدرس وتنفيذًا للأنشطة فيه من المتوقع أن يكون الطالب قادرًا على أن:

- يتعرف بعض المجسمات(الهرم – الهرم المنتظم – الهرم القائم – المخروط القائم)وخواص كل منها.
- يتعرف مفهوم شبكة المجسم واستنتاج خواص المجسم من شبكته، ورسم شبكة المجسم.
- ينمذج ويحل مشكلات رياضية وحياتية باستخدام خواص الهرم المنتظم والمخروط القائم.

مفردات أساسية

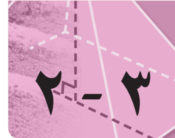
هرم - مخروط - وجه جانبى - حرف جانبى - ارتفاع - ارتفاع جانبى - هرم منتظم - هرم قائم - شبكة مجسم - مخروط قائم.

المواد التعليمية المستخدمة:

السبورة التعليمية - طباشير ملون (أقلام ملونة) - جهاز عرض بيانات - حاسب آلي- مجسمات هندسية ، أدوات هندسية .

مصادر التعلم:

كتاب الطالب من صفحة ٩٨ إلى صفحة ١٠٢ - الشبكة الدولية للمعلومات (الإنترنت).



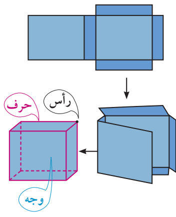
الهرم والمخروط
Pyramid and Cone

سوف تتعلم
- خواص بعض المجسمات -الهرم -الهرم المنتظم -الهرم القائم -المخروط -المخروط القائم.
- مفهوم شبكة المجسم واستنتاج خواص المجسم من شبكته - رسم شبكة مجسم.
- نمذجة و حل مشكلات رياضية و حياتية باستخدام خواص الهرم و المخروط القائم.

المصطلحات الأساسية
- هرم Pyramid
- مخروط Cone
- وجه جانبي Lateral face
- حرف جانبي Lateral edge
- ارتفاع Height
- ارتفاع جانبي Slant hieght
- هرم منتظم Regular pyramid
- هرم قائم Right pyramid
- شبكة Net
- مخروط دائري قائم Right circular cone

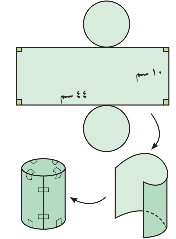
الأدوات والوسائل
- أدوات هندسية
- آلة حاسبة علمية
- برامج رسومية

تصنع العديد من العبوات بطى ورق الكرتون المسطح إلى أشكال ثلاثية البعد لتعبئة منتجات المصانع قبل تسويقها فتشغل حيزًا من الفراغ ، مثل المكعب ، متوازى المستطيلات ، ...



- كم وجهًا للمكعب؟ وكم رأسًا له؟
- كم حرفًا لمتوازى المستطيلات؟
- هل جميع أوجه المكعب متطابقة؟ فسر إجابتك.

نسمى الشكل الذى يمكن طيه لتكوين مجسم بشبكة المجسم، ومنها نستنتج خواص المجسم. يبين الشكل المقابل شبكة أسطوانة دائرية قائمة ، لاحظ:



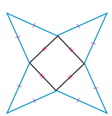
١ - قاعدتى الأسطوانة متطابقتين، وكل منهما على شكل دائرة.

٢ - السطح الجانبي للأسطوانة قبل طيه هو مستطيل بعداه ٤٤سم ، ١٠سم فيكون ارتفاع الأسطوانة ١٠سم.

ما طول نصف قطر قاعدة الأسطوانة؟

فكر

هل يمكنك معرفة اسم المجسم الذى يمكن تكوينه من طى الشبكة المقابلة؟ استنتج بعض خواصه.
هل يمكن رسم أكثر من شبكة للمجسم الواحد؟ فسر إجابتك.

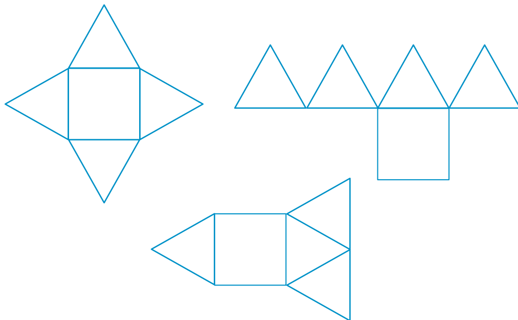


٩٨ تطبيقات الرياضيات - علمى

التهيئة:

- اسأل طلابك: هل رأيتم أهرامات الجيزة؟
- ما أكبر هذه الأهرامات؟
- ما الأشكال الهندسية التى لقاعدة هرم خوفو وأوجهه الجانبية؟ كم وجهًا جانبيًا لهرم خوفو؟

بعض شبكات الهرم الرباعى

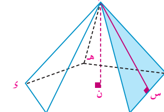


إجابة بند فكر ص ١٠٠

- المجسم الناتج من طي الشبكة هو الهرم الرباعى، وخواصه قاعدته على شكل مربع وأوجهه الجانبية مثلثات متساوية الساقين، يمكن رسم أكثر من شبكة للهرم موجودة بكتاب الطالب ص ١٠٢

الهرم *Pyramid*

هو مجسم له قاعدة واحدة، وجميع أوجهه الأخرى مثلثات تشترك فى رأس واحدة ويسمى هرمًا ثلاثيًّا أو رباعيًّا أو خماسيًّا... حسب عدد أضلاع مضلع قاعدته.



لاحظ: فى الشكل المقابل م أ ب جـ ء هـ هرم خماسى ، رأسه م وقاعدته المضلع أ ب جـ ء هـ ، **أوجهه الجانبية** Lateral faces سطوح المثلثات م أ ب، م ب جـ ، م جـ ء ، م ء هـ ، م هـ أ ، **وأحرفه الجانبية** Lateral edges $\overline{\text{م أ}}$ ، $\overline{\text{م ب}}$ ، $\overline{\text{م جـ}}$ ، $\overline{\text{م ء}}$ ، $\overline{\text{م هـ}}$.

ارتفاع الهرم height (م ن) هو بعد رأس الهرم عن مستوى قاعدته.

الارتفاع الجانبى Slant height (م س) هو بعد رأس الهرم عن أحد أضلاع قاعدته.

> **تعريف** — **الهرم المنتظم** *Regular pyramid*
> هو الهرم الذى قاعدته مضلع منتظم مركزه موقع العمود المرسوم من رأس الهرم عليها.

تذكر أن: المضلع المنتظم هو مضلع أضلاعه متساوية الطول وزواياه متساوية القياس مركزه هو مركز الدائرة المرسومة داخله أو خارجه.

خواص الهرم المنتظم

١ - أحرفه الجانبية متساوية الطول.

٢ - أوجهه الجانبية سطوح مثلثات متساوية الساقين ومتطابقة .

٣ - الارتفاعات الجانبية متساوية.

ملاحظة هامة:

المستقيم العمودى من رأس الهرم على مستوى قاعدته يكون عموديًّا على أى مستقيم فيها.

ففى الشكل المقابل إذا كان $\overline{\text{م ن}}$ عمودى على مستوى القاعدة فإن:

$\overline{\text{م ن}} \perp \overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{م ن}} \perp \overline{\text{ب ء}}$ ، $\overline{\text{م ن}} \perp \overline{\text{ن س}}$

ويكون المثلث م س ن قائم الزاوية فى ن.

مثال

(١) م أ ب جـ ء هرم رباعى منتظم طول ضلع قاعدته يساوى ١٠سم، وارتفاعه ١٢سم ، أوجد ارتفاعه الجانبى .

الحل

∵ الهرم رباعى منتظم ∴ $\overline{\text{م ن}} \perp$ المستوى أب جـ ء

حيث ن نقطة تقاطع قطرى المربع أب جـ ء ، م ن = ١٢سم

بفرض س منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$ ∴ $\overline{\text{م س}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$ (لماذا؟)

ويكون م س ارتفاع جانبى للهرم المنتظم.

إجراءات الدرس

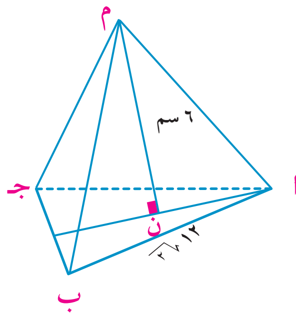
- مستخدمًا نموذجًا لهرم خوفو وضح لطلابك أن الهرم هو مجسم له قاعدة واحدة، وجميع أوجهه الأخرى مثلثات تشترك فى رأس واحدة تسمى رأس الهرم . ويسمى الهرم ثلاثيًّا او رباعيًّا أو ..... حسب عدد أضلاع مضلع قاعدته:
- استنتج مع طلابك خواص الهرم المنتظم سواء كان ثلاثيًّا أو رباعيًّا أو ....
- اترك لهم الفرصة لاستنتاج خواص الهرم المنتظم.
- وضح لطلابك أن المستقيم العمودى على مستوى هو عمودى على أى مستقيم واقع على المستوى من خلال الأعمدة المقامة داخل الفصل، وبذلك يكون المستقيم العمودى من رأس الهرم على مستوى قاعدته عموديًّا على أى مستقيم فيه.
- ناقش مع طلابك حل مثال(١) ص ١٠١ لإيجاد الارتفاع الجانبى للهرم المنتظم مستخدمًا فى ذلك العصف الذهنى

أخطاء شائعة:

قد يخطئ الطلاب فى كلمة هرم منتظم، وذكرهم بأن الهرم الذى قاعدته مضلع له فى ضلع متساوية يوجد به ن مستوٍ للتماثل.

تمارين إثرائية:

١-الشكل المجاور م أ ب جـ هرم ثلاثى منتظم طول ضلع قاعدته ١٢√٣ وارتفاع الهرم = ٦ سم



اوجد:

(أ) طول حرفه الجانبي.

(ب) ارتفاعه الجانبي.

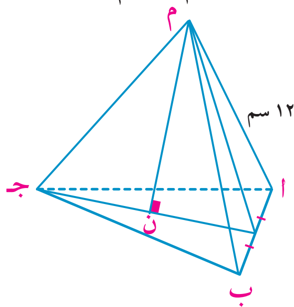
الإجابة

(أ) ٦√٥ سم

(ب) ٦√٢ سم

(٢)

الشكل التالى م أ ب جـ هرم منتظم طول حرفه ١٢ سم.



أوجد:

١- ارتفاع الهرم الجانبى.

٢- ارتفاع الهرم.

الإجابة

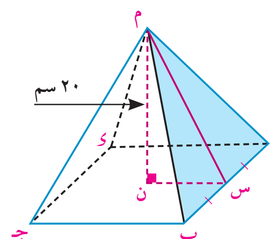
ارتفاع الهرم الجانبى = ٦√٣ سم

ارتفاع الهرم = ٤√٦ سم

ملحوظة: أن الارتفاع الجانبى للهرم هو أكبر من ارتفاع الهرم.

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة)

اطلب إلى طلابك حل ماورد فى بند حاول أن تحل (١) صفحة (١٠٢) وتابع إجاباتهم:



∵ م ا ب جـ ء رباعى منتظم

∴ قاعدته مربعة الشكل ،

△ م ا ب متساوى الساقين.

بفرض س منتصف $\overline{\text{ا ب}}$

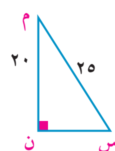
∴ $\overline{\text{م س}}$ ⊥ $\overline{\text{ا ب}}$

ويكون م س = ٢٥سم (ارتفاع جانبى للهرم)

∵ ارتفاع الهرم المنتظم يمر بمركز قاعدته الهندسية؟

∴ $\overline{\text{م ن}}$ ⊥ المستوى ا ب جـ ء

حيث ن مركز المربع



فى△ م س ن القائم فى ن

(س ن)٢ = (٢٥)٢ - (٢٠)٢ = ٢٢٥

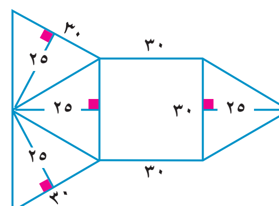
∴ ن س = ١٥سم

∵ ن منتصف $\overline{\text{ا جـ}}$ ، س منتصف $\overline{\text{ا ب}}$

∴ ب جـ = ٢ س ن = ٣٠سم

أى أن طول ضلع قاعدة الهرم = ٣٠ سم.

الشكل التالى يوضح إحدى شبكات الهرم م ا ب جـ ء.



الهرم القائم

⌑ وضح لطلابك مفهوم الهرم القائم الوارد فى صفحة ١٠٢

إجابات بند فكر ص ١٠٢

خواص المخروط القائم ص ١٠٢

⌑ المخروط مشابه للهرم مع فرق واحد وهو أن قاعدته دائرية.

⌑ أن المستقيم الذى يمر فى الرأس وفى نقطة مركز الدائرة يسمى محور المخروط.

فى △ ء ب جـ: ن منتصف $\overline{\text{ء ب}}$ ، س منتصف $\overline{\text{ب جـ}}$

∴ ن س = $\frac{1}{2}$ ء جـ = $\frac{1}{2}$ × ١٠ = ٥سم

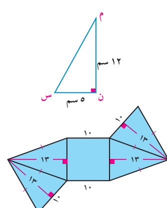
∵ $\overline{\text{م ن}}$ ⊥ المستوى اب جـ ء

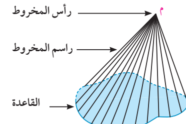
∴ △ م ن س قائم الزاوية فى ن

ويكون: (م س)٢ = (م ن)٢ + (ن س)٢ = (١٢)٢ + (٥)٢ = ١٦٩

∴ الارتفاع الجانبى للهرم = ١٣سم

ويوضح الشكل المقابل إحدى شبكات الهرم م ا ب جـ ء.





حاول أن تحل

(١) م ا ب جـ ء هرم رباعى منتظم ارتفاعه ٢٠سم، وارتفاعه الجانبى ٢٥سم. أوجد طول ضلع قاعدة الهرم.

الهرم القائم *Right pyramid*

يكون الهرم قائمًا إذا كان موقع العمود المرسوم من رأس الهرم على قاعدته يمر بمركزها الهندسى.

فكر:

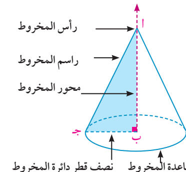
١ - هل الهرم المنتظم هو هرم قائم؟ فسر إجابتك.

٢ - هل الارتفاعات الجانبية للهرم القائم متساوية؟

ملاحظة هامة: يسمى الهرم الثلاثى المنتظم، **هرمًا ثلاثيًّا منتظم الوجوه**؛ إذا كانت جميع أوجهه مثلثات متساوية الأضلاع، ويكون أى منها قاعدة له.

المخروط *Cone*

هو مجسم له قاعدة واحدة على شكل منحنى مغلق ورأس واحدة ، ويتكون سطحه الجانبى من جميع القطع المستقيمة المرسومة من رأسه إلى منحنى قاعدته، والتى يعرف كل منها براسم المخروط.



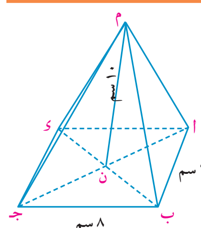
المخروط الدائرى القائم *Right circular cone*

هو الجسم الذى ينشأ من دوران مثلث قائم الزاوية دورة كاملة حول أحد ضلعى القائمة كمحور.

خواص المخروط الدائرى القائم.

يوضح الشكل المقابل مخروطًا دائريًّا قائمًا، ناشئ من دوران المثلث القائم الزاوية فى ب دورة كاملة حول $\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ كمحور فنجد:

١- $\overline{\text{ا جـ}}$ راسم المخروط ، ا رأس المخروط ، النقطة جـ ترسم أثناء الدوران دائرة مركزها نقطة ب وطول نصف قطرها يساوى طول $\overline{\text{ب جـ}}$ وسطح الدائرة هو قاعدة المخروط.



⌑ القطعة المستقيمة التى تصل رأس المخروط بأى نقطة على الدائرة تسمى بإسم المخروط

تمارين إثرائية:

١- فى الشكل المقابل: م ا ب جـ ء هرم رباعى قائم، قاعدته المستطيل ا ب جـ ء ، ن نقطة تقاطع قطريه ، م ن = ١٠سم.

أوجد:

١ـ أطوال لأحرف الجانبية؟ ماذا تلاحظ

٢ـ ارتفاعته الجانبية.

الإجابة:

١ـ أطوال لأحرف الجانبية = ٥ $\sqrt{٥}$

٢ـ $\sqrt{١١٦}$ ، $\sqrt{١٠٩}$

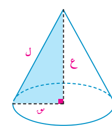
PDF Compressor Pro

٢- $\overleftrightarrow{أب}$ محور المخروط عمودى على مستوى القاعدة ، ارتفاع المخروط يساوى طول $\overline{أب}$.

مثال

② مخروط دائرى قائم، طول راسمه ١٧سم، وارتفاعه ١٥سم، أوجد طول نصف قطر دائرته.

الحل



باعتبار طول الراسم = ل ، ارتفاع المخروط = ع ،
طول نصف قطر دائرة المخروط = نق
∴ نق^{٢} = ل^{٢} - ع^{٢}
∴ نق^{٢} = (١٧)^{٢} - (١٥)^{٢} = ٦٤
∴ نق = ٨ سم

حاول أن تحل

② أوجد بدلالة π محيط ومساحة قاعدة مخروط دائرى قائم ارتفاعه ٢٤ سم وطول راسمه ٢٦سم.

فكر: أ ب جـ مثلث ، أب = أجـ ، ء منتصف $\overline{ب جـ}$. إذا دار المثلث أ ب جـ نصف دورة كاملة حول $\overleftrightarrow{أء}$ كمحور. هل ينشأ مخروط دائرى قائم؟ فسر إجابتك.

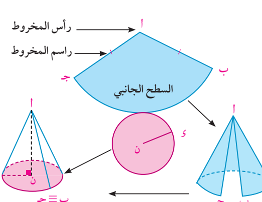
شبكة المخروط القائم:

يمكن طى شبكة المخروط القائم؛ لتكوين عبوات مخروطية الشكل كما فى الشكل المقابل حيث:

١ - أ ب = أجـ = ل (طول راسم المخروط).

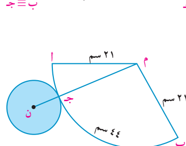
٢ - القطاع الدائرى أب جـ يمثل السطح الجانبى للمخروط ، طول $\overset{\frown}{ب جـ}$ = ٢ π نق
(نق طول نصف قطر قاعدة المخروط).

٣ - ارتفاع المخروط = طول $\overline{أ ن}$.



مثال

③ يوضح الشكل المقابل شبكة مخروط قائم، مستعينًا بالبيانات المعطاة، أوجد ارتفاعه. ($\pi = \frac{٢٢}{٧}$)

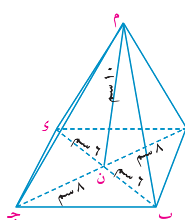


الحل

من شبكة المخروط نلاحظ أن:
طول راسم المخروط = طول $\overline{م أ}$ = ٢١سم
محيط قاعدة المخروط = طول $\overset{\frown}{أب}$ = ٤٤سم.
طول نصف قطر قاعدة المخروط = طول $\overline{جـ ن}$ = نق.

-٢ فى الشكل المقابل م أ ب جـ ء هرم رباعى قائم قاعدته المعين أ ب جـ ء طولا قطره ١٢سم، ١٦سم ن نقطة تقاطع قطريه م ن = ١٠سم.

أوجد:
١ـ أطوال الأحرف الجانبية؟ ماذا تلاحظ
٢ـ ارتفاعاته الجانبية



الإجابة:

١ـ أطوال لأحرف الجانبية $٢\sqrt{٣٤}$ ، $٢\sqrt{٤١}$

٢ـ أطوال الارتفاعات ≃ ١١,١سم

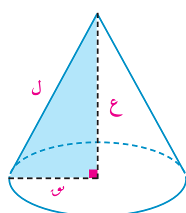
⌑ ناقش مع طلابك خواص المخروط القائم ومثالى (٢) ، (٣) صفحة ١٠٣ موضحًا شبكة المخروط القائم.

التقييم المستمر:(الحوار والمناقشة)

اطلب إلى طلابك حل ما ورد فى بند حاول أن تحل (٢) صفحة (١٠٣) وبند حاول أن تحل (٣) ص ١٠٤ وتابع إجاباتهم.

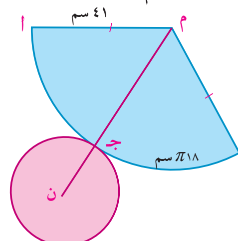
إجابات حاول أن تحل:

② باعتبار طول الراسم = ل ، ارتفاع المخروط = ع، طول نصف قطر دائرة قاعدته = نق

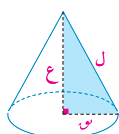


∵ ع = ٢٤ سم ، ل = ٢٦سم
∴ نق^{٢} = ل^{٢} - ع^{٢}
= (٢٦)^{٢} - (٢٤)^{٢} = ١٠٠
∴ نق = ١٠سم
محيط قاعدة المخروط = ٢πنق = ٢٠π سم
مساحة سطح قاعدة المخروط = π نق^{٢}
= ١٠٠ πسم^{٢}

③ من شبكة المخروط:



م أ = ل = ٢١ سم
ارتفاع المخروط = م ن
بفرض أن طول نصف قطر قاعدة المخروط = نق سم
∴ طول $\overset{\frown}{أب}$ = محيط دائرة قاعدة المخروط
ويكون ٢πنق = ١٨π
∴ نق = ٧سم
∵ ع^{٢} = ل^{٢} - نق^{٢}
∴ ع^{٢} = (٢١)^{٢} - (٧)^{٢}
= ٥٠ × ٣٢ = ١٠٠ × ١٦
∴ ع = ٤٠سم



أخطاء شائعة:

قد يخلط الطالب بين ارتفاع الهرم والارتفاع الجانبى له، تأكد من وضوح المفاهيم فى أذهان الطلاب.

PDF Compressor Pro

عند طى شبكة المخروط نحصل على الشكل المقابل فيكون:

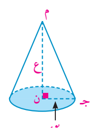
ارتفاع المخروط = طول م ن = ع

∵ ٢ π س = ٤٤   ∴ ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × س = ٤٤   أى أن س = ٧ سم

∵ ع^{٢} = ل^{٢} - س^{٢}

∴ ع^{٢} = (٢١)^{٢} - (٧)^{٢} = ١٤ × ٢٨   أى أن ع = ١٤ $\sqrt{٢}$ سم

∴ ارتفاع المخروط الدائرى القائم = ١٤ $\sqrt{٢}$ سم.



حاول أن تحل

٣ فى الشبكة السابقة للمخروط القائم، إذا كان م أ = ٤١سم ، طول ⌒أ ب = ١٨ π سم أوجد ارتفاع المخروط.

تفكير ناقد: هل العبارة التالية صحيحة: "ارتفاع المخروط القائم > طول راسمه"؟ فسر إجابتك.

تمارين (٣ - ٢)

١ فى الهرم الخماسى المنتظم:

أ ما عدد أوجهه الجانبية.   ب ما عدد الأوجه.

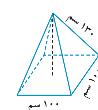
ج ما عدد أحرف الجانبية.   د ما عدد أحرفه.

هـ للهرم رأس واحدة خلاف رؤوس القاعدة. ما عدد جميع رؤوس الهرم الخماسى؟ هل تحقق إجابتك علاقة أويلر لأى مجسم قاعدته منطقة مضلعه. **"عدد الأوجه + عدد الرؤوس = عدد الأحرف + ٢"**

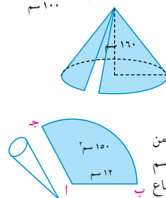
٢ فى الهرم المنتظم ، رتب الأطوال التالية من الأصغر إلى الأكبر

أ طول الحرف الجانبى.   ب ارتفاع الهرم.

ج الارتفاع الجانبى.



٣ هندسة مدنية: يوضح الشكل المقابل خزان مياه على شكل هرم رباعى منتظم مستعينًا بالبيانات المعطاة أوجد كلًّا من ارتفاع الوجه الجانبى وارتفاع الخزان .



٤ الربط بالجوالة: خيمة على شكل مخروط دائرى قائم ارتفاعها ١٦٠سم ومحيط قاعدتها ٧٥٣,٦سم احسب طول راسم مخروط الخيمة.

٥ الربط بالسياحة: هرم الجيزة الأكبر (هرم خوفو) طول ضلع قاعدته ٢٣٢ مترًا، وارتفاعه الجانبى ١٨٦ مترًا، أوجد ارتفاع الهرم.

٦ الربط بالصناعة: تغلف الألبان المثلجة فى مخروط دائرى قائم بطى قطعة من الورق العازل للحرارة على شكل قطاع دائرى طول نصف قطر دائرته ١٢سم ومساحته ١٥٠سم^{٢} بحيث يتلامس نصفا قطرى دائرته أ ب ، أ جـ. أوجد ارتفاع المخروط. [تذكر: مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ طول قوسه × طول نصف قطر دائرته].

إجابات بعض تمارين (٣-٢)

١ أ ٥   ب ٦   ج ٥

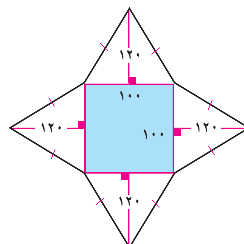
د ١٠   هـ نعم تحقق

٢ ارتفاع الهرم، الارتفاع الجانبى، طول الحرف الجانبى

٣ الارتفاع الجانبى = ١٢٠سم

ارتفاع الخزان ≃ ١٠٩ سم

الشكل المقابل يوضح إحدى شبكات الخزان الهرمى الشكل.



معالجة بعض القضايا المرتبطة بالبيئة

الأسئلة من (٤) إلى (٦) مرتبطة بالبيئة المحيطة للطالب ويقوم الطالب بنمذجة بعض المسائل لحلها.

٤ طول راسم مخروط الخيمة = ٢٠٠سم

٥ **نمذجة المسألة**

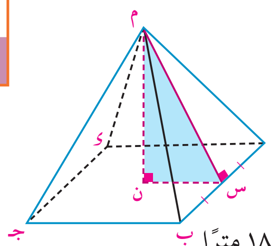
الهرم الأكبر هرم رباعى منتظم

∴ قاعدته مربعة الشكل ويكون

ب جـ = ٢٣٢ متر

س ن = $\frac{١}{٢}$ ب جـ = ١١٦ متر

∵ ارتفاع الهرم الجانبى = م س = ١٨٦ مترًا



∴ فى △ م س ن القائم الزاوية فى ن يكون:

(م ن)^{٢} = (م س)^{٢} - (س ن)^{٢}

= (١٨٦)^{٢} - (١١٦)^{٢} ∴ م ن = ١٤٥,٤

أى أن ارتفاع الهرم الأكبر يساوى ١٤٥ مترًا تقريبًا.

٦ **نمذجة المسألة**

عند طى القطاع الدائرى أ ب جـ بحيث يتلامس أ ب ، أ جـ يتولد مخروط دائرى قائم طول راسمه يساوى ١٢سم

∵ مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ طول قوس القطاع × طول نصف قطر دائرته.

∴ مساحة القطاع أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ × طول ⌒ب جـ × ١٢

= ١٥٠

∴ طول ⌒ب جـ = ٢٥ سم

بفرض أن طول نصف قطر دائرة المخروط = س سم

∴ ٢πس = ٢٥ ويكون س ≃ ٤سم

∵ ع^{٢} = ل^{٢} - س^{٢}

= (١٢)^{٢} - (٤)^{٢}

= ١٦ × ٨

∴ ع = ٨ $\sqrt{٢}$ ≃ ١١,٣سم

أى أن ارتفاع المخروط يساوى ١١,٣ سم تقريبًا.

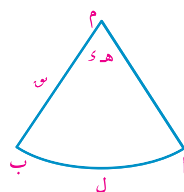
معلومات إثرائية

١ فى الشكل المقابل م أ ب قطاع دائرى قياس زاويته المركزية هـ ء

محيط القطاع = ٢ س + ل

مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ هـ ء س^{٢}

= $\frac{١}{٢}$ ل س



PDF Compressor Pro

المساحة الكلية لكل من الهرم والمخروط

Surface area of pyramids and cones

٣ - ٣ المساحة الكلية لكل من الهرم والمخروط

Surface area of pyramids and cones

سوف تتعلم

- إيجاد المساحة الجانبية والمساحة الكلية (السطحية) لكل من الهرم المنتظم والمخروط القائم.
- نمذجة وحل مشكلات رياضية وحياتية تتضمن المساحة السطحية لكل من الهرم والمخروط القائم.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

- المساحة الجانبية Lateral surface area (L.S.A)
- المساحة الكلية (السطحية) Total surface area (T.S.A)

الأدوات والوسائل

- آله حاسبة علمية - برامج رسومية للحاسوب

سبق أن تعلمت خواص الهرم والمخروط الدائرى القائم، وقمت باستنتاج بعضها من خلال شبكة كل منهما. هل يمكنك حساب المساحة الجانبية والمساحة الكلية (السطحية) لكل من الهرم المنتظم والمخروط الدائرى القائم من شبكتيهما؟ فسر إجابتك.

المساحة الكلية للهرم المنتظم

يوضح الشكل التالى هرمًا رباعيًّا منتظمًا، و إحدى شبكاته.

لاحظ أن: الأوجه الجانبية مثلثات متساوية الساقين ومتطابقة الارتفاعات الجانبية متساوية وكل منها = ل

قاعدة الهرم مضلع منتظم طول ضلعه = س ويكون:

المساحة الجانبية للهرم = مجموع مساحات أوجهه الجانبية

$= \frac{1}{2}$ س × ل + $\frac{1}{2}$ س × ل + $\frac{1}{2}$ س × ل + $\frac{1}{2}$ س × ل

$= \frac{1}{2}$ (س + س + س + س) ل

$= \frac{1}{2}$ محيط قاعدة الهرم × الارتفاع الجانبى.

المساحة الكلية للهرم = المساحة الجانبية له + مساحة قاعدته.

تعلم

المساحة الجانبية للهرم المنتظم = $\frac{1}{2}$ محيط قاعدته × ارتفاعه الجانبى.

المساحة الكلية للهرم = مساحته الجانبية + مساحة قاعدته.

١٠٣ كتاب الطالب - الصف الثانى الثانوى

خلفية

تبين شبكة المجسم خواص المجسم، كما أنها توضح جميع أوجه المجسم، وبذلك تكون مساحة شبكة المجسم مساوية لمساحة جميع أوجهه، أى مساحته الكلية. وفى هذا الدرس سيتعلم الطالب كيفية حساب المساحة الجانبية والمساحة الكلية لكل من الهرم المنتظم والمخروط القائم.

مخرجات الدرس

فى نهاية هذا الدرس وتنفيذ مافيه من انشطة من المتوقع أن يكون الطالب قادرًا على أن:

- يوجد المساحة الجانبية والمساحة الكلية (السطحية) لكل من الهرم المنتظم والمخروط القائم.
- ينمذج ويحل مشكلات رياضية وحياتية تتضمن المساحة السطحية لكل من الهرم المنتظم والمخروط القائم.

مفردات اساسية:

المساحة الجانبية - المساحة الكلية.

المواد التعليمية المستخدمة:

السبورة التعليمية - طباشير ملون (أقلام ملونة) - جهاز عرض بيانات - حاسب آلى - مجسمات هندسية.

طرق التدريس المقترحة

اكتشاف موجه - مناقشة - عصف ذهنى - حل مشكلات.

مصادر التعلم:

كتاب الطالب من صفحة ١٠٣ إلى صفحة ١٠٦

التهيئة:

- اسأل الطلاب عن طرق إيجاد مساحة سطح المثلث وراجع معهم المهارات الأساسية لحساب مساحة، ومحيط كل من الدائرة والقطاع الدائرى.

إرشادات للدراسة

يمكنك إعطاء بعض الصيغ و العلاقات الرياضية التى تفيد فى حل التمارين عند الحاجة إليها و منها على سبيل المثال:

١- محيط أى شكل مستو = مجموع أطوال أضلاعه

٢- محيط الدائرة = ٢πنق

٣- محيط القطاع الدائرى = ٢نق + ل

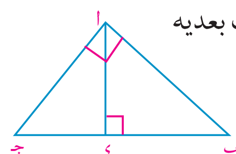
٤- مساحة أى شكل رباعى = نصف حاصل ضرب قطريه مضروبًا فى جيب الزاوية المحصوره بينها

مساحة المربع = ل^2 حيث ل طول ضلع المربع

مساحة المعين = $\frac{1}{2}$ حاصل ضرب طولا القطرين

مساحة المستطيل = حاصل ضرب بعديه

فى الشكل المقابل ا ب جـ مثلث قائم الزاوية فيه $\overline{\text{اد}} \perp \overline{\text{ب جـ}}$



$\text{اد} = \frac{\text{اب} \times \text{اجـ}}{\text{ب جـ}} = \sqrt{\text{ب د} \times \text{د جـ}}$

$\text{اب} = \sqrt{\text{ب جـ} \times \text{ب د}}$

إجراءات الدرس:

- استنتج مع طلابك المساحة الجانبية والمساحة الكلية للهرم المنتظم ودع الطلاب يلاحظوا أن المضلع المنتظم الذى عدد أضلاعه ن، ينقسم إلى ن من المثلثات المتطابقة والمتساوية الساقين ورأس كل منها مركز الدائرة الداخلة أو الدائرة الخارجة للمضلع المنتظم، كما أن قياس زاوية رأس حيث ن عدد اضلاعه المضلع المنتظم = $\frac{(ن-٢)\times ١٨٠^\circ}{ن}$
- فى مثال (١) صفحة (١٠٦) اطلب إلى طلابك استنتاج خواص المجسم من شبكته المعطاة وحساب مساحته الكلية.

نشاط:

- اطلب إلى طلابك رسم شبكات أخرى لهذا المجسم وتابع رسم كل منها.

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة)

- اطلب إلى طلابك حل ما ورد فى بند حاول أن تحل (١) صفحة (١٠٦) ومتابعة إجاباتهم.

حل حاول أن تحل (١) صفحة (١٠٦)

بفرض أن: ب و = ل

∴ ى هـ = $\frac{١}{٢}$ ب جـ = ل

ى و = $\frac{١}{٢}$ أ جـ = ل

هـ و = $\frac{١}{٢}$ أ ب = ل

∴ $\triangle$ ى هـ و متساوى الأضلاع طول ضلعه ل.

∴ الشبكة لهرم ثلاثى منتظم جميع أوجهه مثلثات متساوية الأضلاع ارتفاع كل منها ١٨ سم. ويكون

$\frac{١٨}{ل}$ = جا ٦٠

∴ ل = ١٢$\sqrt{٣}$ سم

المساحة الكلية للهرم = ٤ مساحة $\triangle$ ى أ هـ

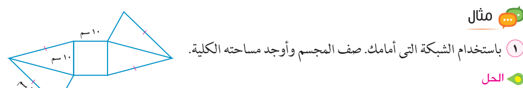
= ٤ × $\frac{١}{٢}$ × ١٢$\sqrt{٣}$ × ١٢$\sqrt{٣}$ جا ٦٠

= ٤٣٢$\sqrt{٣}$ سم^٢

- انطلاقًا من حل حاول أن تحل (١) قدم لطلابك تعريف الهرم الثلاثى منتظم الوجوه، ثم اطلب إليهم حساب المساحة الكلية لهرمين منتظمى الوجوه طول حرف الأول ١٠سم وطول حرف الآخر ٢٠سم وإيجاد النسبة بين مساحتهما.

الوحدة الثالثة: الهندسة و القياس

مثال



(١) باستخدام الشبكة التى أمامك. صف المجسم وأوجد مساحته الكلية.

الحل

الشبكة لهرم رباعى منتظم.

قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها ١٠سم ، طول حرفه الجانبى = ١٣سم.

∵ الوجه الجانبى م أ ب مثلث متساوى الساقين ، $\overline{م هـ}$ ارتفاع جانبى.

∴ هـ منتصف $\overline{أ ب}$ أى أن أ هـ = ٥سم

فى $\triangle$ م هـ أ القائم الزاوية فى هـ نجد أن (م هـ)^٢ = (أم)^٢ - (أهـ)^٢

(م هـ)^٢ = (١٣)^٢ - (٥)^٢ = ١٤٤

∴ م هـ = ١٢سم

∵ المساحة الجانبية للهرم المنتظم = $\frac{١}{٢}$ محيط القاعدة × الارتفاع الجانبى

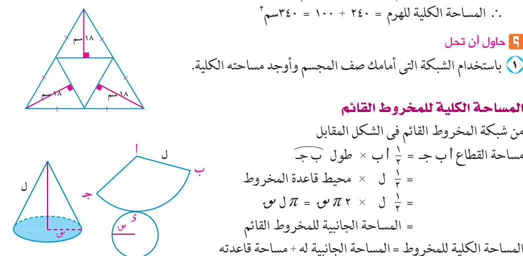
∴ المساحة الجانبية = $\frac{١}{٢}$ × (١٠ × ٤) × ١٢ = ٢٤٠ سم^٢

∵ مساحة قاعدة الهرم = (١٠)^٢ = ١٠٠سم^٢

∴ المساحة الكلية للهرم = ٢٤٠ + ١٠٠ = ٣٤٠سم^٢

حاول أن تحل

(١) باستخدام الشبكة التى أمامك صف المجسم وأوجد مساحته الكلية.



المساحة الكلية للمخروط القائم

من شبكة المخروط القائم فى الشكل المقابل

مساحة القطاع أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ أ ب × طول $\overset{\frown}{ب جـ}$

= $\frac{١}{٢}$ ل × محيط قاعدة المخروط

= $\frac{١}{٢}$ ل × ٢ π نق = π ل نق

= المساحة الجانبية للمخروط القائم

المساحة الكلية للمخروط = المساحة الجانبية له + مساحة قاعدته

تعلم

المساحة الجانبية للمخروط القائم = π ل نق

المساحة الكلية للمخروط القائم = π ل نق + π نق^٢ = π نق (ل + نق)

حيث ل طول راسمه ، نق طول نصف قطر دائرته.

تذكر أن

القطاع الدائرى هـ ى = $\frac{ل}{نق}$

محيط القطاع = ٢ نق+ل

مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ ل نق

= $\frac{١}{٢}$ هـ ى نق٢

١٠٤ تطبيقات الرياضيات - علمى

- اطلب إليهم حساب النسبة بين مساحتيهما إذا كان طول حرف الأول ١٢سم وطول حرف الآخر ٢٤سم، هل تتغير هذه النسبة؟ لماذا؟

تعلم: إيجاد المساحة الكلية للمخروط القائم.

- ناقش مع طلابك طرق حساب مساحة القطاع الدائرى بدلالة طول نصف قطر دائرته وطول قوسه أو قياس زاويته المركزية، ثم دعهم يستنتجوا المساحة الجانبية والمساحة الكلية للمخروط القائم كما ورد فى صفحة (١٠٦).

أخطاء شائعة:

قد يستخدم الطلاب قياس زاوية القطاع الدائرى بالدرجات الستينية عند حساب مساحته ، وضح لهم أنه يجب التحويل من درجات ستينية إلى درجات نصف قطرية (الراديان) حيث مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ نق^٢ هـ ى.

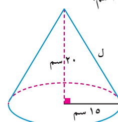
- لاحظ ان شبكة المخروط الدائرى القائم هى قطاع دائرى طول قوسه يمثل محيط قاعدة المخروط وطول نصف قطر القطاع هو طول راسم المخروط.

PDF Compressor Pro

PDF Compressor Pro

مثال

② أوجد المساحة الجانبية لمخروط قائم طول نصف قطر قاعدته ١٥سم ، وارتفاعه ٢٠سم.



الحل

لإيجاد طول راسم المخروط ل

∵ $ل^2 = (٢٠)^2 + (١٥)^2 = ٦٢٥$

∴ ل = ٢٥سم

∵ المساحة الجانبية للمخروط القائم = π ل نق ، نق = ١٥سم

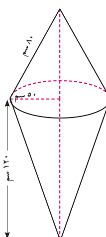
∴ المساحة الجانبية للمخروط القائم = ٢٥ × ١٥ π = ٣٧٥ π سم^2

حاول أن تحل

② أوجد المساحة الكلية لمخروط قائم طول راسمه ١٧سم وارتفاعه ١٥سم.

مثال

③ ملاحة بحرية: يوضح الشكل المقابل علامة إرشادية (شمندورة) لتحديد المجرى الملاحى، وهى على هيئة مخروطين قائمين لهما قاعدة مشتركة.
أوجد تكاليف طلائه بمادة مقاومة لعوامل التعرية، علمًا بأن تكاليف المتر المربع الواحد منها ٣٠٠ جنيه.



الحل

مساحة سطح العلامة الإرشادية = المساحة الجانبية للمخروط الأول + المساحة الجانبية للمخروط الثانى.

المخروط الأول: ل = ٨٠سم ، نق = ٥٠سم

∴ المساحة الجانبية = ٥٠ × ٨٠π

= ٤٠٠٠π سم^2

المخروط الثانى: ع = ١٢٠سم، نق = ٥٠ سم ∴ $ل_2 = \sqrt{(١٢٠)^2 + (٥٠)^2}$ = ١٣٠سم

∴ المساحة الجانبية = ٥٠ × ١٣٠π

= ٦٥٠٠ π سم^2

مساحة سطح العلامة الإرشادية = (٤٠٠٠ + ٦٥٠٠)π = ١٠٥٠٠ π سم^2

≃ ٣,٢٩٩ متر مربع

تكاليف الطلاء = ٣,٢٩٩ × ٣٠٠ = ٩٨٩,٧ جنيهًا



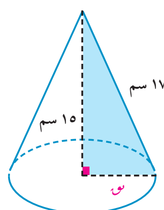
حاول أن تحل

③ غطاء مصباح على شكل مخروط قائم محيط دائرته ٨٨سم وارتفاعه ٢٠سم، احسب مساحته لأقرب سنتيمتر مربع.

التقييم المستمر (الحوار والمناقشة)

- اطلب إلى طلابك حل ماورد فى بند حاول أن تحل (٢) صفحة (١٠٧) ومتابعة إجاباتهم.

حل حاول أن تحل (٢) صفحة (١٠٧)



بفرض أن طول نصف قطر دائرة المخروط = نق سم

∴ $نق^2 = ل^2 - ع^2$

$= (١٧)^2 - (١٥)^2$

= ٣٢ × ٢

∴ نق = ٨سم

المساحة الكلية للمخروط = πنق^2 + π نق ل

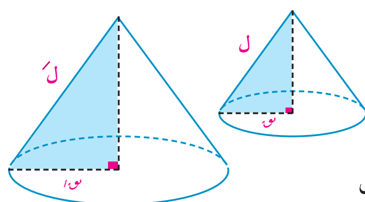
= π × ٦٤ + π × ٨ × ١٧

= ٢٠٠ π سم^2

تمرين إثرائى :

أ) مخروط دائرى قائم مساحته الكلية ٥٠سم^2. أوجد المساحة الكلية لمخروط آخر مشابه له إذا كان طول نصف قطر دائرة قاعدته مساويًا ثلاثة أمثال طول نصف قطر دائرة قاعدة المخروط الأول.

الحل:



∵ المخروطان متشابهان

$\frac{نق'}{نق} = \frac{ل'}{ل} = ٣$

نق' = ٣ نق ، ل' = ٣ ل

$\frac{\text{المساحة الكلية للمخروط الأول}}{\text{المساحة الكلية للمخروط الآخر}} = \frac{\pi نق\,(نق + ل)}{\pi نق'\,(نق' + ل')}$

$\frac{٥٠}{\text{المساحة الكلية للمخروط الآخر}} = \frac{نق\,(نق + ل)}{٣نق \times ٣(نق + ل)}$

∴ المساحة الكلية للمخروط الآخر = ٥٠ × ٩ = ٤٥٠سم^2

ب) مخروطان قائمان متشابهان، المساحة الجانبية لهما ٧٥سم^2، ١٢٠٠سم^2. أوجد النسبة بين طولا نصف قطر قاعدة كل منهما بنفس الترتيب.

حاول أن تحل (٣) ص ١٠٧

محيط دائرة المخروط = ٢ π نق = ٨٨

∴ ٢ × $\frac{٢٢}{٧}$ × نق = ٨٨

∴ نق = ١٤سم

∴ ل (طول الراسم) = $\sqrt{١٤^2 + ٢٠^2}$

= ٢$\sqrt{١٤٩}$

المساحة الكلية للمخروط = π نق (ل + نق)

= $\frac{٢٢}{٧}$ × ١٤ (٢$\sqrt{١٤٩}$ + ١٤)

≃ ١٦٩٠,٢

إجابات تمارين (٣-٣)

① أ) $\overleftrightarrow{\text{أجـ}}$ ب) $\overleftrightarrow{\text{ب جـ}}$ جـ) $\overleftrightarrow{\text{جـ ى}}$

د) $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هـ) ⊃ ، ⊃ و) {جـ}

②

	المساحة الجانبية	المساحة الكلية
أ	٩٠سم^2	٩٠ + ٩$\sqrt{٣}$ = ١٠٥,٦سم^2
ب	٣٦٠سم^2	٣٦٠ + ١٤٤ = ٥٠٤سم^2
جـ	٩٦٠سم^2	٩٦٠ + ٤٠٠ = ١٣٦٠سم^2

③

	المساحة الجانبية	المساحة الكلية
أ	٧٢π	٧٢π + ٣٦π = ١٠٨πسم^2
ب	٢٧$\sqrt{٥٨}$ π	٢٧$\sqrt{٥٨}$ π + ٨٠ π = ٨٩٧,٣
جـ	٣٠$\sqrt{١٤}$ π	٣٠$\sqrt{١٤}$ π + ٥٦ π = ٥٢٨,٦

④ المساحة الجانبية

$\frac{١}{٢} × ٦ × ١٢ × ١٠\sqrt{٣} = ٣٦٠\sqrt{٣}$

المساحة الكلية

$٣٦٠\sqrt{٣} + ٦ ×$ مساحة △ م أ ب

$= ٣٦٠\sqrt{٣} + ٦ × \frac{١}{٢} × ١٢ × ١٢ ×$ جا ٦٠

$= ٣٦٠\sqrt{٣} + ٢١٦\sqrt{٣} = ٥٧٦\sqrt{٣}$ سم²

⑤ المساحة الجانبية = $\frac{١}{٢} × ٤ × ١٠ ×$ الارتفاع الجانبي

= ٢٠ × ١٢ = ٢٤٠سم²

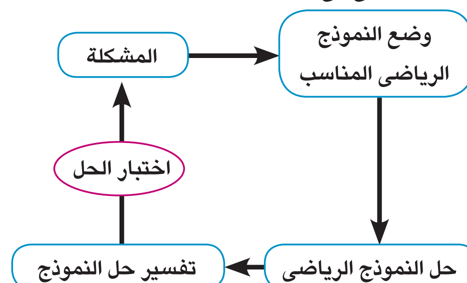
المساحة الكلية = ٢٤٠ + ١٠٠ = ٣٤٠

مساحة الورق المقوى المستخدم لانتاج ١٠٠٠ عبوة

=١٠٠٠ × ٣٤٠سم² = ٣٤ × ١٠⁴سم² = ٣٤م²

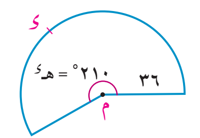
تكاليف الورق المقوى = ٣٤ × ١٥ = ٥١٠ جنيهًا

⌑ اطلب إلي طلابك حل تمارين مختارة من تمارين الدرس الثالث صفحة ١٠٨ كتاب الطالب وتابع إجاباتهم مستعينًا بالمخطط التالي في حل المشكلات.



⑥ **نمذجة المسألة:**

المساحة الجانبية = مساحة القطاع الدائرى من الورق المقوى.



∵ زاوية القطاع = ٢١٠°

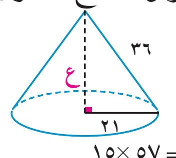
∴ $\frac{هـ ى}{\pi} = \frac{٢١٠}{١٨٠}$

∴ هـ ى = $\frac{٧}{٦}\pi$

∵ مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ نق² هـ ى = $\frac{١}{٢}$ طول $\overset{\frown}{أ ى ب}$ × نق

∴ طول $\overset{\frown}{أ ى ب}$ = نق هـ ى = $٣٦ × \frac{٧}{٦}\pi = ٤٢\pi$

∵ محيط دائرة المخروط = طول قوس القطاع الدائرى.



∴ ٢π نق = ٤٢π

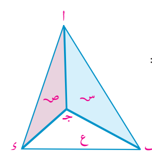
∴ نق = ٢١سم

ع² = (٣٦)² - (٢١)²

= ٥٧ × ١٥

ع = $٣\sqrt{٩٥}$ ≃ ٢٩,٢٤سم

تمارين (٣ - ٣)



① الشكل المقابل يمثل هرم ثلاثى ، س ، ص، ع ثلاث مستويات أكمل مايأتى :

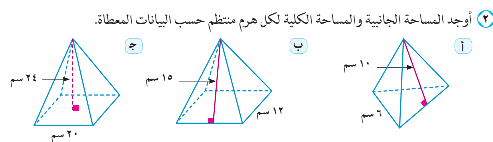
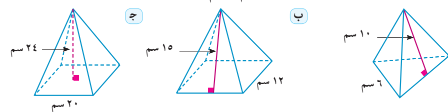
أ س ∩ ص = ... ب س ∩ ع = ...

ج ص ∩ ع = ... د $\overleftrightarrow{أب}$ ∩ س = ...

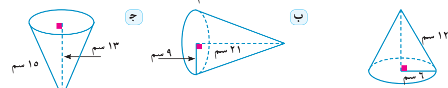
هـ $\overleftrightarrow{ب ج}$ .... س ، $\overleftrightarrow{ب ج}$ .... ع

و س ∩ ص ∩ ع = ...

② أوجد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لكل هرم منتظم حسب البيانات المعطاة.

③ أوجد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لكل مخروط قائم حسب البيانات المعطاة.



④ هرم سداسى منتظم طول ضلع قاعدته ١٢سم وارتفاعه الجانبى ١٠ $\sqrt{٣}$ سم. أوجد:

أ مساحته الجانبية ب مساحته الكلية

⑤ الربط بالصناعة: تصنع عبوات منتجات أحد المصانع من الورق المقوى بطى شبكة المجسم المقابلة.

١٠ سم
١٣ سم

أ أوجد مساحة الورق المقوى المستخدم لإنتاج ١٠٠٠ عبوة.

ب احسب تكاليف الورق المقوى المستخدم إذا كان تكلفة المتر المربع الواحد منه ١٥ جنيهًا.

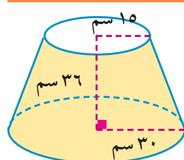
⑥ طويت قطعة من الورق المقوى على شكل قطاع دائرى طول نصف قطر دائرته ٣٦سم وقياس زاويته ٢١٠° لتصنع مخروطًا دائريًّا قائمًا. أوجد ارتفاع المخروط.

(مساحة القطاع = $\frac{١}{٢}$ نق² هـ ى ، نق طول نصف قطر دائرة القطاع ، هـ ى قياس زاويته المركزية بالراديان).

⑦ أوجد طول نصف قطر دائرة مخروط قائم، إذا كان طول راسمه ١٥سم، ومساحته الكلية ١٥٤π سم².

⑦ طول نصف قطر دائرة المخروط = ٧ سم.

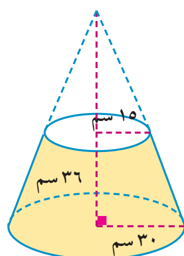
تمرين إثرائي



يبين الشكل المقابل غطاء مصباح قاعدتاه دائرتان متوازيتان. أوجد مساحة سطحه.

الإجابة :

الشكل المقابل يوضح مساحة سطح غطاء المصباح وتكون المساحة الكلية = م١ - م٢



حيث:

م١ = المساحة الجانبية للمخروط الأكبر.

م٢ = المساحة الجانبية للمخروط الأصغر.

∴ المساحة المطلوبة = ١٧٥٥ π سم²



حجم المخروط والمخروط القائم

Volumes of pyramids and cones

٣ - ٤ حجم الهرم والمخروط القائم

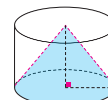
Volumes of pyramids and cones

فكر و ناقش



سبق أن تعلمت كيفية حساب حجم المنشور القائم وحجم الأسطوانة الدائرية القائمة.

هل تستطيع تقدير حجم الهرم بدلالة حجم المنشور القائم الذى له نفس مساحة قاعدته ونفس ارتفاعه؟



هل تستطيع تقدير حجم المخروط القائم بدلالة حجم أسطوانة لها نفس مساحة قاعدته ونفس ارتفاعه؟

نشاط

المقارنة بين حجمى هرم ومنشور لهما نفس مساحة القاعدة ونفس الارتفاع.

١- ارسم على ورق مقوى شبكتى الهرم والمنشور الموضحتين فى الرسم أمامك.

٢- اقطع واطو كل شبكة؛ لتصنع نموذجين أحدهما السطح الجانبى لهرم رباعى، والثانى منشور قائم مفتوح من أعلى.

٣- املأ الهرم بحبات الأرز أو الرمل، وأفرغه فى المنشور، كرر ذلك حتى يمتلئ المنشور تمامًا.

لاحظ أن المحتويات (حبات الأرز أو الرمل) التى تلزمك لملئ المنشور سوف تملأ تمامًا ثلاثة أهرامات.

أى أن حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ حجم المنشور الذى له نفس مساحة قاعدة الهرم (ق) ونفس ارتفاع الهرم (ع).

سوف تتعلم

- إيجاد حجم الهرم المنتظم.
- إيجاد حجم المخروط القائم
- نمذجة وحل مشكلات رياضية وحياتية تتضمن حجم كل من الهرم المنتظم والمخروط القائم.

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

- رأس Vertex
- قاعدة Base
- وجه Face
- محور Axis
- نصف قطر Radius
- حجم Volume

الأدوات والوسائل

- آلة حاسبة علمية - برامج رسومية للحاسوب

١٠٧ كتاب الطالب - الصف الثانى الثانوى

خلفية

أهرامات الجيزة من عجائب الدنيا السبع، وأكبرها هو هرم خوفو، وقد قام ببنائه ١٠٠٠٠٠ عامل ، وتراوحت مدة بنائه من ٢٠ إلى ٣٠ عامًا.

قاعدة هرم خوفو على شكل مربع طول ضلعه ٢٣٢ مترًا وارتفاعه ١٤٦ مترًا، هل نستطيع حساب حجمه؟ فى هذا الدرس سوف يدرس الطالب إيجاد حجم كل من الهرم والمخروط القائم، و يستخدمهما فى نمذجة وحل مشكلات رياضية وحياتية.

مخرجات الدرس

فى نهاية هذا الدرس وتنفيذ مافيه من أنشطة من المتوقع أن يكون الطالب قادرًا على أن:

- يستنتج حجم كل من الهرم القائم والمخروط القائم.
- ينمذج ويحل مشكلات رياضية وحياتية تتضمن حساب حجم كل من الهرم القائم والمخروط القائم.

مفردات أساسية

رأس - قاعدة - وجه - محور - ارتفاع - ارتفاع جانبى - حجم.

المواد التعليمية المستخدمة.

السبورة التعليمية - طباشير ملون (أقلام ملونة) - جهاز عرض بيانات - حاسب آلى - برامج رسومية - آلة حاسبة - مجسمات هندسية - مخبار مدرج - ماء.

طرق التدريس المقترحة:

العرض المباشر - المناقشة - العصف الذهنى - التعلم التعاونى - الاكتشاف الموجه - حل المشكلات.

مصادر التعلم:

كتاب الطالب من صفحة ١٠٧ إلى صفحة ١١١ - الشبكة الدولية للمعلومات (الإنترنت).

التهيئة:

- اسأل طلابك لديك مخبار مدرج وماء كيف يمكنك إيجاد حجم هرم منتظم؟.
- اطلب إلى طلابك مقارنة حجم الهرم بحجم منشور قائم، مساحة قاعدته تساوى مساحة قاعدة الهرم، وارتفاعه هو نفس ارتفاع الهرم وتسجيل ملاحظاتهم.

إجراءات الدرس:

مستعينًا بملاحظات الطلاب السابقة وبند نشاط صفحة (١٠٩) كتاب الطالب وضح لطلابك أن:

حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ مساحة قاعدته × ارتفاعه

ثم ناقش معهم مثال (١) الوارد فى صفحة ١١٠ موضحًا كيفية حساب حجم الهرم.

PDF Compressor Pro

PDF Compressor Pro

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة)

¤ اطلب إلى طلابك حل ماورد فى بند حاول أن تحل (١) صفحة (١١٠) كتاب الطالب مع متابعة إجاباتهم .

إجابات حاول أن تحل صفحة (١١٠)

أ مساحة قاعدة الهرم = ١٠ × ١٠ = ١٠٠سم^{٢}

حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ × ١٠٠ × ٢١ = ٧٠٠سم^{٣}

ب مساحة قاعدة الهرم = ٦ × $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٨ × جا ٦٠ = ٩٦ $\sqrt{٣}$

حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ × ٩٦ $\sqrt{٣}$ × ١٤ = ٤٤٨ $\sqrt{٣}$ سم^{٣}

جـ طول ضلع قاعدة الهرم = ١٦سم

ارتفاع الهرم = $\sqrt{(١٥)^{٢} - (٨)^{٢}}$ = $\sqrt{١٦١}$ سم

حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ × $(١٦)^{٢}$ $\sqrt{١٦١}$ ≃ ١٠٨٢,٨سم^{٣}

تعلم: حجم المخروط القائم

¤ دع طلابك يستنتجوا حجم المخروط الدائرى القائم، ثم اطلب إليهم حل ماورد فى بند حاول أن تحل (٢) صفحة (١١١) من كتاب الطالب مع متابعة إجاباتهم.

إجابات حاول أن تحل صفحة (١١١)

أ حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ π نق^{٢} ع = ١١٨٨سم^{٣}

ب نق^{٢} = $(٢٦)^{٢}$ - $(٢٤)^{٢}$ = ١٠٠

حجم المخروط = ٢٥١٢سم^{٣}

جـ ع^{٢} = $(١٣)^{٢}$ - $(٥)^{٢}$ ∴ ع = ١٢سم

حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ × ٣,١٤ × $(٥)^{٢}$ × ١٢ = ٣١٤سم^{٣}

(٣) ∵ محيط دائرة المخروط = ٦ π سم

∴ ٢ π نق = ٦ π

ويكون نق = ٣سم

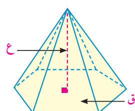
∵ حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ π نق^{٢} ع = ٢٧ π

∴ $\frac{١}{٣}$ π $(٣)^{٢}$ ع = ٢٧ π

ويكون ارتفاع المخروط = ٩سم

حجم الهرم Volume of a Pyramid

تعلم



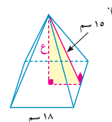
حجم الهرم يساوى ثلث حاصل ضرب مساحة قاعدته فى ارتفاعه.

أى أن: حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ ق × ع

حيث (ق) مساحة القاعدة ، (ع) ارتفاع الهرم.

مثال

(١) احسب حجم هرم رباعى منتظم طول ضلع قاعدته ١٨سم، وارتفاعه الجانبى ١٥سم.



الحل

أولاً: حساب مساحة قاعدة الهرم (ق)

∵ الهرم رباعى منتظم ∴ قاعدته مربعة الشكل

مساحة قاعدة الهرم (ق) = ١٨ × ١٨ = ٣٢٤ سم^{٢}

ثانيًا: حساب ارتفاع الهرم (ع)

∵ ع^{٢} + $(٩)^{٢}$ = $(١٥)^{٢}$ فيثاغورث

∴ ع^{٢} = $(١٥)^{٢}$ - $(٩)^{٢}$ = ١٤٤ ، ع = ١٢ سم

∵ حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ ق × ع

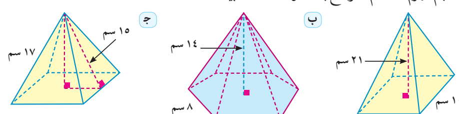
∴ حجم الهرم = $\frac{١}{٣}$ × ٣٢٤ × ١٢ = ١٢٩٦سم^{٢}

ع ١٥ سم ٩ سم

> **تذكر أن**
> مساحة سطح مضلع منتظم عدد أضلاعه ن، وطول ضلعه س تساوى
> $\frac{ن}{٤}$ س^{٢} ظتا $\frac{\pi}{ن}$

حاول أن تحل

(١) أوجد حجم الهرم المنتظم الموضح بالشكل مستخدمًا البيانات المعطاة.



فكر: عند المقارنة بين حجمى مخروط دائرى قائم وأسطوانة قائمة لهما نفس مساحة القاعدة ونفس الارتفاع نجد أن:

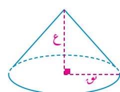
حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ حجم الأسطوانة.

كيف تفسر ذلك رياضيًّا؟



حجم المخروط Volume of a cone

تعلم



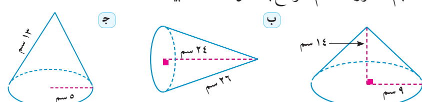
حجم المخروط يساوى ثلث حاصل ضرب مساحة قاعدته فى ارتفاعه

أى أن: حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ π نق^{٢} ع

حيث (نق) طول نصف قطر دائرة المخروط ، (ع) ارتفاع المخروط

حاول أن تحل

(٢) أوجد حجم المخروط القائم الموضح بالشكل مستخدمًا البيانات المعطاة.



مثال

(٢) الربط بالفيزياء: سبيكة من الذهب الخالص على هيئة مخروط قائم ارتفاعه ٤,٢سم، وطول نصف قطر دائرته ١,٥سم. أوجد كثافة الذهب إذا كان كتلة السبيكة ١٩١جم.

الحل

∵ حجم المخروط = $\frac{١}{٣}$ π نق^{٢} ع ، نق = ١,٥سم ، ع = ٤,٢سم

∴ حجم الذهب فى السبيكة = $\frac{\pi}{٣}$ $(١,٥)^{٢}$ (٤,٢) = ٩,٨٩٦ سم^{٣}

∵ الكثافة = $\frac{الكتلة}{الحجم}$ ∴ كثافة الذهب = $\frac{١٩١}{٩,٨٩٦}$ ≃ ١٩,٣ جم/سم^{٣}

حاول أن تحل

(٣) قطعة من الشيكولاتة على هيئة مخروط قائم حجمه ٢٧ πسم^{٣} ومحيط قاعدته ٦ πسم أوجد ارتفاعه.

مثال

(٣) الربط بالصناعة: هرم خماسى منتظم من النحاس، طول ضلع قاعدته ١٠سم، وارتفاعه ٤٢سم، صهر وحول إلى مخروط دائرى قائم، طول نصف قطر قاعدته ١٥سم. فإذا علم أن ١٠٪ من النحاس فُقِدَ أثناء عمليتى الصهر والتحويل، أوجد ارتفاع المخروط لأقرب رقم عشرى واحد.

الحل

∵ مساحة الخماسى المنتظم = $\frac{٥}{٤}$ س^{٢} ظتا $\frac{\pi}{٥}$ حيث س طول ضلعه

∴ مساحة قاعدة الهرم = $\frac{٥}{٤}$ × ١٠ × ١٠ ظتا ٣٦° = $\frac{١٢٥}{ظا ٣٦°}$ ≃ ١٧٢سم^{٣}

$\because$ حجم الهرم $= \frac{١}{٣}$ مساحة القاعدة × الارتفاع $= \frac{١٧٢}{٣} \times ٤٢ = ٢٤٠٨$سم^٣

$\therefore$ حجم النحاس فى المخروط $= \frac{٩٠}{١٠٠} \times ٢٤٠٨ = ٢١٦٧,٢$سم^٣

$\frac{\pi}{٣}(١٥)^٢ ع = ٢١٦٧,٢$ حيث ع ارتفاع المخروط القائم

$\therefore ع = \frac{٢١٦٧,٢ \times ٣}{٢٢٥\pi} \simeq ٩,٢$سم

حاول أن تحل

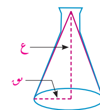
٤ مكعب من الشمع طول حرفه ٢٠سم صُهر وحُوِّل إلى مخروط دائرى قائم ارتفاعه ٢١سم، أوجد طول نصف قطر قاعدة المخروط إذا علم أن ١٢٪ من الشمع فقد أثناء عمليتى الصهر والتحويل.

ملاحظة هامة: تقدر سعة حاوية بحجم السائل الذى تحتويه، ولحساب سعتها تستخدم نفس قوانين حساب الحجوم، ووحدة قياس السعة هى اللتر.

تذكر أن
السعة هى حجم الفراغ الداخلى لأى جسم أجوف

١ لتر = ١٠٠٠ ملليلتر = ١٠٠٠سم^٣ = ديسم^٣

مثال



٤ الربط بالكيمياء: دورق مخروطى الشكل سعته ١٥٤ مل. ارتفاعه ١٢سم أوجد طول نصف قطر قاعدته ($\pi \simeq \frac{٢٢}{٧}$).

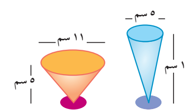
الحل

سعة الدورق = حجم المخروط القائم = ١٥٤سم^٣

$\frac{١}{٣} \times \frac{٢٢}{٧} \times نق^٢ \times ١٢ = ١٥٤ \quad \therefore نق^٢ = \frac{٤٩}{٤}$

$\therefore نق = ٣,٥$سم

حاول أن تحل



٥ أ ، ب كأسان للشراب. أيهما سعته أكبر؟ أوجد الفرق بين سعتيهما.

١١٠ تطبيقات الرياضيات - علمى

فى بند مثال (٢):

¤ يقدم مثال (٢) ومثال (٣) صفحة ١١١ ومثال ٤ صفحة ١١٢ تطبيقات حياتية لاستخدام حجم المخروط فى مواقف حياتية مختلفة تأكد من أن الطلاب تفهموا المشكلة جيدًا ونمذجتها فى صورة رياضية، ودعهم يتوصلوا إلى الحلول المناسبة بطرق متعددة.

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة)

¤ اطلب إلى طلابك حل ماورد فى بنود حاول أن تحل (١١٢) (٤) ، (٥) صفحة (١١٢) كتاب الطالب مع متابعة إجاباتهم.

إجابات صفحة ١١٢.

٤ حجم مكعب الشمع $= (٢٠)^٣ = ٨٠٠٠$سم^٣

حجم المخروط القائم $= \frac{٨٨}{١٠٠} \times ٨٠٠٠$

$= \frac{١}{٣} \pi نق^٢ ع$

$٨٨ \times ٨٠ = \frac{١}{٣} \times \frac{٢٢}{٧} \times نق^٢ \times ٢١$

$\therefore نق^٢ = ٤ \times ٨٠ = ٣٢٠$

ويكون طول نصف قطر دائرة المخروط $\simeq ١٧,٨٨$سم

٥ سعة الكأس أ $= \frac{\pi}{٣}(\frac{٥}{٢})^٢ \times ١١ = \frac{٢٧٥}{١٢}\pi$ مل

سعة الكأس ب $= \frac{\pi}{٣}(\frac{١١}{٢})^٢ \times ٥ = \frac{٦٠٥}{١٢}\pi$ مل

$\therefore$ الكأس ب أكبر سعة من الكأس أ

الفرق بين السعتين $= \frac{٦٠٥ - ٢٧٥}{١٢}\pi$

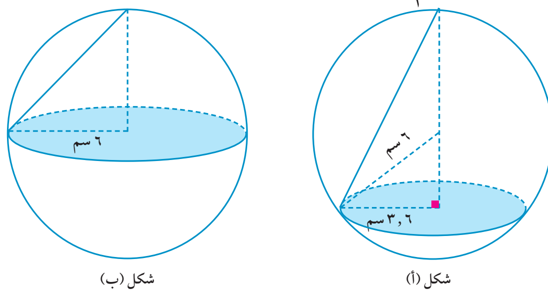
$= ٨٦,٤$ مل

الأخطاء الشائعة:

قد يستخدم الطلاب عمليات التقريب فى خطوات متعددة من حل التمرين. ذكر الطلاب أن عملية التقريب يُكْتفى بها فى الإجابة النهائية فقط حتى نتلاشى خطأ التقريب المتعدد.

تمارين إثرائية:

¤ يبين الشكلين أ ب لعبه على شكل كره بداخلها مخروط دائرى قائم أوجد:



شكل (أ) شكل (ب)

أ حجم الكرة [٢٨٨ π]

ب حجم المخروط فى كل حالة [١٤٦,٥٧ ، ٧٢ π].

جـ المساحة الجانبية لكل مخروط [١٢٨,٧٥ ، ١٥٩,٩]

إجابة التمارين ص ١١٢

حجم المخروط × عدد المخاريط = حجم الكرة

ن × $\frac{١}{٣}$ مساحة القاعدة × ع = $\frac{٤}{٣}\pi نق^٣$

عندما يزيد عدد المخاريط وتقل مساحة قاعدتها كان ع ⟵ نق

$\therefore$ ن × $\frac{١}{٣}$ × مساحة القاعدة = $\frac{٤}{٣}\pi نق^٢$

مساحة الكرة = ٤ $\pi نق^٢$

⌑ اطلب إلى طلابك حل تمارين مختارة من تمارين الدرس الثالث ص ١١٣ مع متابعة إجاباتهم.

إجابات تمارين (٣-٤)

(١) ٤٨٠٠سم^{3} (٢) ٩١٧٥,٨ سم^{3}

(٣) ١٠سم   (٤) ٣٥٠٠سم^{3}

(٥) ٤٧١٢,٤سم^{3} ، ١٩٢٠سم^{3} حجم المخروط > حجم الهرم

(٦) ١٥٨٢,٨ سم^{3} (٧) ٣٤٢,٣ سم^{3}

(٨) أ ١١٠٢,٧سم^{3} ب ١١١٠,٧ سم^{3}

ج ٥٦٥,٥سم^{3}

(٩) حجم النموذج = $\frac{1}{3}$ ق × ع

= $\frac{1}{3}$(١١,٥)^{2} × ٧ = ٣٠٨,٥٨سم^{3}

∵ الكتلة = الحجم × الكثافة

∴ الكتلة = ٣٠٨,٥٨ × ٣,٢ ≃ ٩٨٧,٥ جم

(١٠) حجم السائل المزاح = حجم المخروط

= $\frac{\pi}{3}$ × (٢)^{2} × ١٢ = ١٦π سم^{3}

πنق^{2} × ١ = ١٦π ∴ نق = ٤سم

ويكون طول قطر الإناء يساوى ٨سم.

(١١) نق = ٤ ، المساحة الكلية للخزان = ١٤٠,٩ متر مربع

(١٢) أ ١٢π وحدة مكعبة   ب ١٦π وحدة مكعبة

(١٣) حجم المخروط = $\frac{\pi}{3}$ نق^{2}ع = ١٠٠ سم^{3}

أ عند مضاعفة ارتفاعه

حجم المخروط = $\frac{\pi}{3}$ نق^{2} × ٢ع

= $\frac{\pi}{3}$ نق^{2} × ٢ = ٢٠٠سم^{3}

ب عند مضاعفة طول نصف قطره

حجم المخروط = $\frac{\pi}{3}$ (٢ نق)^{2}ع

= $\frac{\pi}{3}$ نق^{2} ع × ٤ = ٤٠٠سم^{3}

ج عند مضاعفة ارتفاعه وطول نصف قطره

حجم المخروط = $\frac{\pi}{3}$ (٢نق)^{2} × ٢ع

= $\frac{\pi}{3}$ نق^{2} ع × ٨ = ٨٠٠ سم^{3}

حجم الهرم والمخروط القائم ٣ - ٤

تمـارين (٣ - ٤)

(١) أوجد حجم هرم رباعى منتظم طول ضلع قاعدته ٢٠سم وارتفاعه ٣٦سم.

(٢) احسب لأقرب رقم عشرى واحد، حجم هرم خماسى منتظم طول ضلع قاعدته ٤٠سم وارتفاعه ١٠سم.

(٣) هرم رباعى منتظم ارتفاعه ٩سم، وحجمه ٣٠٠سم^{3}. أوجد طول ضلع قاعدته.

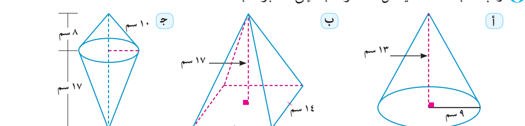
(٤) هرم رباعى منتظم مساحة قاعدته ٧٠٠سم^{2}، وارتفاعه الجانبى ٢٠سم أوجد حجمه.

(٥) أيهما أكبر حجمًا؟ مخروط قائم طول نصف قطر قاعدته ١٥سم وارتفاعه ٢٠سم ، أم هرم رباعى منتظم ارتفاعه ٤٠سم ومحيط قاعدته ٤٨سم.

(٦) أوجد حجم مخروط قائم، محيط قاعدته ٤٤سم وارتفاعه ٢٥سم.

(٧) أوجد حجم مخروط قائم، مساحته الجانبية ٢٢٠سم وطول راسمه ١٤سم.

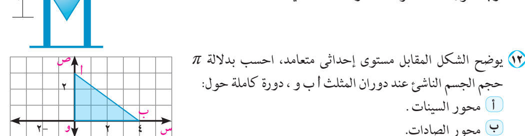
(٨) رتب المجسمات التالية من الأصغر حجمًا إلى الأكبر حجمًا.



(٩) الربط بالسياحة: صنع نموذج للهرم الأكبر من سبيكة معدنية كثافتها ٣,٢جم/سم^{3}. إذا كان طول ضلع قاعدة النموذج ١١,٥سم وارتفاعه ٧سم ، فاحسب كتلته لأقرب رقم عشرى واحد.

(١٠) الربط بالفيزياء: إناء أسطوانى الشكل به ماء، غمر فيه جسم معدنى على شكل مخروط قائم، ارتفاعه ١٢سم وطول نصف قطر قاعدته ٢سم غمرًا كاملًا ، فارتفع سطح الماء فى الإناء بمقدار ١سم. أوجد طول قطر قاعدة الإناء.

(١١) هندسة مدنية: صهريج مياه على شكل مخروط قائم، حجمه ٣٢ π م^{3} وارتفاعه ٦م. أوجد طول نصف قطر قاعدته ومساحته الكلية.



(١٢) يوضح الشكل المقابل مستوى إحداثى متعامد، احسب بدلالة π حجم الجسم الناشئ عند دوران المثلث أ ب و ، دورة كاملة حول:
أ محور السينات .
ب محور الصادات.

(١٣) تفكير إبداعي: مخروط دائرى، قائم حجمه ١٠٠سم^{3}. أوجد حجمه عندما:
أ يتضاعف ارتفاعه.   ب يتضاعف طول نصف قطره.
ج يتضاعف ارتفاعه وطول نصف قطره. ماذا تستنتج؟ فسر إجابتك.

١١١   كتاب الطالب - الصف الثانى الثانوى

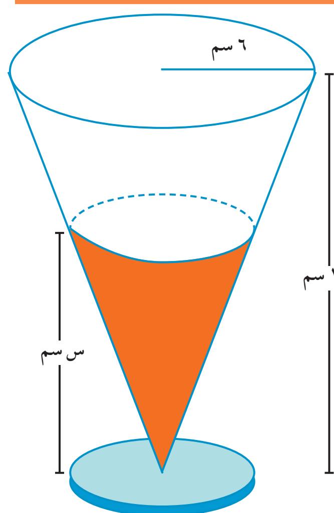
نشاط إثرائي:

يبين الشكل المقابل كأس زجاجيَّة به عصير البرتقال أوجد:

أ طول نصف قطر دائرة سطح عصير البرتقال بدلالة س

ب حجم عصير البرتقال بدلالة س، π.

ج احسب قيمة س التى تجعل عصير البرتقال يشغل نصف سعة الكأس.



($\frac{2}{5}$س سم، $\frac{4}{75}\pi$ س^{3}سم^{3}، ١١,٩سم)

PDF Compressor Pro

معادلة الدائرة
Equation of a circle

٣ - ٥ معادلة الدائرة
Equation of a circle

سوف تتعلم
- كتابة معادلة الدائرة بدلالة إحداثيى مركزها وطول نصف قطرها.
- الصورة العامة لمعادلة الدائرة.
- تعين إحداثيى مركز دائرة وطول نصف قطرها. من الصورة العامة لمعادلة الدائرة.
- نمذجة وحل مشكلات حياتية تتضمن معادلة الدائرة.

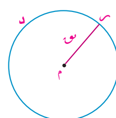
المصطلحاتُ الأساسيّةُ

دائرة	Circle
مركز	Center
نصف قطر	Radius
قطر	Diameter
مستوى إحداثى	Cartesian plane
معادلة	Equation
صورة عامة	General Form

الأدوات والوسائل
- آلة حاسبة علمية
- ورق مربعات

تمهيد
علمت أن الدائرة هى مجموعة نقط المستوى التى تكون على نفس البعد الثابت من نقطة ثابتة فى المستوى.

تسمى النقطة الثابتة مركز الدائرة و يرمز لها عادة بالرمز م ، كما يسمى البعد الثابت طول نصف قطر الدائرة و يرمز له بالرمز نق كما يرمز للدائرة عادة بالرمز **د**.



معادلة الدائرة:
معادلة الدائرة هى علاقة بين الإحداثى السينى والإحداثى الصادى لأى نقطة تنتمى للدائرة، وكل زوج مرتب (س ، ص) يحقق هذه العلاقة (المعادلة) يمثل نقطة تنتمى إلى هذه الدائرة.

فى مستوى إحداثى متعامد
إذا كانت النقطة ر (س ، ص) تنتمى لدائرة **د** طول نصف قطرها يساوى ٤ وحدات ومركزها النقطة م (٢ ، ١) فإن:

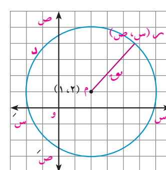
م ر = نق = ٤

وبتطبيق قانون البعد بين نقطتين تكون:

$(س - ٢)^٢ + (ص - ١)^٢ = (٤)^٢$

$\therefore (س - ٢)^٢ + (ص - ١)^٢ = ١٦$

هى معادلة الدائرة **د**



تذكر أن
البعد بين النقطتين
$(س_١ ، ص_١)، (س_٢ ، ص_٢)$
$= \sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

١١٢ تطبيقات الرياضيات - علمى

خلفية
يراقب علماء الفلك العواصف الجوية باستعمال أجهزة الرادار للتنبؤ بالأحوال الجوية التى تسود البلاد فى فترة قادمة، وتستعمل أجهزة الرادار شبكة إحداثيات لقياس المسافات، مع تقدم العاصفة يكون مركز شاشة الرادار نقطة الأصل لدوائر متحدة المركز، تستخدم لقياس المسافات، وفى هذا الدرس نتعرف على معادلة الدائرة فى المستوى الإحداثى، وتحديد موقع نقطة فى المستوى الإحداثى بالنسبة لدائرة معطى معادلتها، كما نستخدم معادلة الدائرة فى نمذجة وحل مشكلات رياضية وحياتية.

مخرجات الدرس
فى نهاية هذا الدرس وتنفيذ الأنشطة فيه من المتوقع أن يكون الطالب قادرًا على أن:
- يوجد معادلة الدائرة بدلالة إحداثيى مركزها وطول نصف قطرها.
- يستنتج الصورة العامة لمعادلة الدائرة.
- يعين إحداثيى مركز الدائرة وطول نصف قطرها بمعلومية الصورة العامة لمعادلة الدائرة.
- يطبق ما درسه فى معادلة الدائرة فى نمذجة مواقف رياضية وحياتية وحل المشكلات.

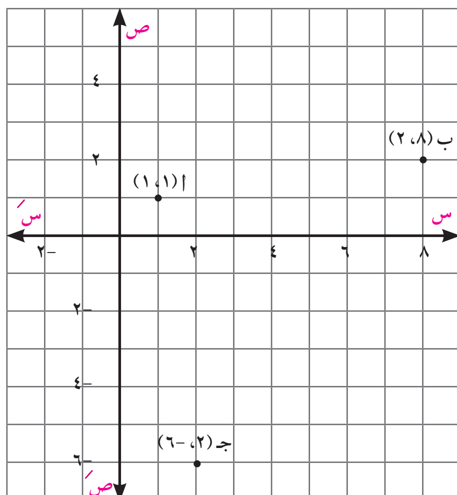
مفردات أساسية
دائرة - مركز - نصف قطر - قطر - مستوى إحداثى - معادلة - صورة عامة.

المواد التعليمية المستخدمة
السبورة التعليمية - طباشير ملون (أقلام ملونة) - جهاز عرض بيانات - حاسب آلى - برامج رسومية - ورق مربعات - آلة حاسبة.

طرق التدريس المقترحة:
العرض المباشر - المناقشة - العصف الذهنى - التعلم التعاونى - الاكتشاف الموجه - حل المشكلات.

مصادر التعلم:
كتاب الطالب من صفحة (١١٢) إلى صفحة (١٢٢) الشبكة الدولية للمعلومات (الإنترنت).

التهيئة:
اطلب إلى طلابك إيجاد المسافة بين النقطتين جـ(٢، -٦) ، ب(٨، ٢) أيضًا إيجاد إحداثيى النقطة جـ حيث جـ منتصف $\overline{أب}$ وإذا كانت أ(١، ١) هل النقط أ، ب، جـ تنتمى لدائرة واحدة.



PDF Compressor Pro

PDF Compressor Pro

إجراءات الدرس

- ابدأ بعرض مفهوم معادلة الدائرة، ثم دع طلابك يستنتجوا معادلة الدائرة التي مركزها النقطة م(ء ، هـ) وطول نصف قطرها يساوي نق وحدة.
- ناقش مع طلابك مثال (١) ومثال (٢) صفحة ١١٥ موضحًا لهم متى تكون الدائرتان $د_١$، $د_٢$ متطابقتين مع توظيف شبكة الإحداثيات في استنتاج البيانات.

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة)

- اطلب إلى طلابك حل ماورد في بند حاول أن تحل (١) صفحة (١١٥)، حاول أن تحل (٢) صفحة ١١٦ من كتاب الطالب مع متابعة إجاباتهم.

إجابات بند حاول أن تحل:

(١)
- أ $(س - ٤)^٢ + (ص + ٣)^٢ = ٢٥$
- ب $(س - ٧)^٢ + (ص + ١)^٢ = ١٦$
- جـ $(س - ٢)^٢ + ص^٢ = ٧$
- د $س^٢ + (ص + ٥)^٢ = ٢٠$
- هـ $س^٢ + ص^٢ = نق^٢$

(٢)
- أ معادلة $د_١$: $(س - ١٢)^٢ + (ص + ١)^٢ = ٤$
  معادلة $د_٢$: $(س - ٦)^٢ + (ص - ٢)^٢ = ٤$
  معادلة $د_٣$: $(س - ١)^٢ + (ص - ٥)^٢ = ١$
  معادلة $د_٤$: $س^٢ + ص^٢ = ٩$
  معادلة $د_٥$: $(س + ٩)^٢ + (ص - ١)^٢ = ٢٥$
- ب الدائرتان $د_١$، $د_٢$ متطابقتان، لتساوي طولي نصفي قطريهما.

يؤكد مثال (٣) ص ١١٦ على موضع نقطة بالنسبة لدائرة، وأن النقطة التي تنتمي لدائرة تحقق معادلتها، دع الطلاب يتحققوا الإجابة بطرق مختلفة.

إجابة تفكير ناقد ص ١١٦

$د_٢$: $(س+٤)^٢ + (ص-٣)^٢ = نق^٢$

إجابة فكر ص ١١٦

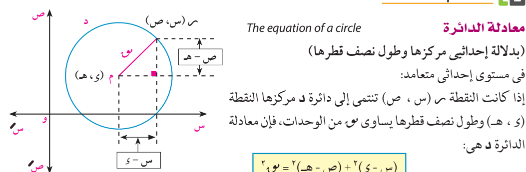
أ خارج الدائرة ب داخل الدائرة

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة)

- اطلب إلى طلابك حل ماورد في بند حاول أن تحل (٣) صفحة (١١٦) كتاب الطالب مع متابعة إجاباتهم.

معادلة الدائرة ٣ - ٥

تعلم



معادلة الدائرة *The equation of a circle*

(بدلالة إحداثيي مركزها وطول نصف قطرها)

في مستوى إحداثي متعامد: إذا كانت النقطة ر (س ، ص) تنتمي إلى دائرة د مركزها النقطة (ء ، هـ) وطول نصف قطرها يساوي نق من الوحدات، فإن معادلة الدائرة د هي:

$(س - ء)^٢ + (ص - هـ)^٢ = نق^٢$

مثال

١ اكتب معادلة الدائرة د مركزها النقطة م (٥ ، ٢)، وطول نصف قطرها يساوي ٦ وحدات.

الحل

بفرض أن النقطة ر (س ، ص) ∈ الدائرة د

∵ مركز الدائرة م(٥ ، ٢) ، طول نصف قطر الدائرة = ٦ وحدات

∴ ء = ٥ ، هـ = ٢ ، نق = ٦

وتكون معادلة الدائرة هي $(س - ٥)^٢ + (ص - ٢)^٢ = (٦)^٢$ أي: $(س - ٥)^٢ + (ص - ٢)^٢ = ٣٦$

حاول أن تحل

١ اكتب معادلة الدائرة إذا كان مركزها:
- أ م (٤ ، -٣) ، وطول نصف قطرها يساوي ٥ وحدات.
- ب م (٧ ، -١) ، وطول نصف قطرها يساوي ٨ وحدات.
- جـ م (٢ ، ٠) ، وطول نصف قطرها يساوي √٧ من الوحدات.
- د م (٠ ، -٥) ، وتمر بالنقطة أ(-٢ ، -٩)
- هـ نقطة الأصل وطول نصف قطرها يساوي نق من الوحدات.

مثال

٢ يبين الشكل المقابل الدائرتين $د_١$ ، $د_٢$، أثبت أن الدائرتين متطابقتان ثم أوجد معادلة كل منهما

الحل

تتطابق الدائرتان إذا تساوى طولا نصفي قطريهما.

الدائرة $د_١$: مركزها (٠ ، ٠) وطول نصف قطرها $نق_١$ = ٢ وحدة

الدائرة $د_٢$: مركزها (٥ ، ٢) وطول نصف قطرها $نق_٢$ = ٢ وحدة

∵ $نق_١ = نق_٢ = ٢$ ∴ الدائرتان متطابقتان

وتكون: معادلة $د_١$: $س^٢ + ص^٢ = ٤$ ، معادلة $د_٢$: $(س - ٥)^٢ + (ص - ٢)^٢ = ٤$

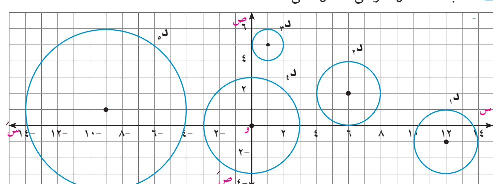
لاحظ: الدائرة $د_٢$ هي صورة الدائرة $د_١$ بالانتقال (٥ ، ٢)

تفكير ناقد: إذا كانت الدائرة $د_٢$ هي صورة الدائرة $د_١$ بالانتقال (-٤ ، ٣) فاكتب معادلة الدائرة $د_٢$.

تذكر أن: صورة النقطة (ء ، هـ) بالانتقال (م، ن) هي (ء+م ، هـ+ن)

حاول أن تحل

٢ أ اكتب معادلة كل دائرة في الشكل التالي



ب أي الدوائر السابقة متطابقة؟ فسر إجابتك.

فكر: أين تقع النقطة (س، ص) بالنسبة للدائرة د: $(س - ء)^٢ + (ص - هـ)^٢ = نق^٢$ إذا كان:
- أ $(س - ء)^٢ + (ص - هـ)^٢ > نق^٢$
- ب $(س - ء)^٢ + (ص - هـ)^٢ < نق^٢$

مثال

٣ بين أن النقطة (٤ ، -١) هي إحدى نقط الدائرة د التي معادلتها: $(س - ٣)^٢ + (ص - ٥)^٢ = ٣٧$

الحل

بالتعويض بإحداثيي النقطة (٤ ، -١) في الطرف الأيمن لمعادلة الدائرة.

∴ $(٤ - ٣)^٢ + (-١ - ٥)^٢ = ١ + ٣٦ = ٣٧$ = الطرف الأيسر

∴ النقطة (٤ ، -١) تنتمي إلى الدائرة د

لاحظ أن: للنقطة (س، ص) في مستوى الدائرة

إذا كان $(س - ٣)^٢ + (ص - ٥)^٢ > ٣٧$ فإن النقطة (س، ص) تقع خارج الدائرة د.

وإذا كان $(س - ٣)^٢ + (ص - ٥)^٢ < ٣٧$ فإن النقطة (س، ص) تقع داخل الدائرة د.

حاول أن تحل

٣ بين أي النقط التالية تنتمي إلى الدائرة د التي معادلتها: $(س - ٦)^٢ + (ص + ١)^٢ = ٢٥$، ثم حدد موضع النقط الأخرى بالنسبة إلى الدائرة د حيث:

أ(٩ ، ٣) ، ب(٧ ، ٥) ، جـ(٣ ، ٣) ، ء(٢ ، -٣)

PDF Compressor Pro

تذكر أن

إحداثى منتصف المسافة بين النقطتين (س$_{١}$، ص$_{١}$) (س$_{٢}$، ص$_{٢}$) = ($\frac{س_{١} + س_{٢}}{٢}$ ، $\frac{ص_{١} + ص_{٢}}{٢}$)

مثال

٤ اكتب معادلة الدائرة التى قطرها $\overline{أب}$ حيث أ(٢ ، -٧) ، ب(٦ ، ٥)

الحل

بفرض أن النقطة م(ى ، هـ) مركز للدائرة التى قطرها $\overline{أب}$ ، فتكون النقطة م منتصف $\overline{أب}$

∴ احداثيا م: ى = $\frac{٢ + ٦}{٢}$ = ٤ ، هـ = $\frac{-٧ + ٥}{٢}$ = -١

، نق^{٢} = (أم)^{٢} = (٤ - ٢)^{٢} + [-١ - (-٧)]^{٢}

= (٢)^{٢} + (٦)^{٢} = ٤٠

وتكون معادلة الدائرة هى: (س - ٤)^{٢} + [ص - (-١)]^{٢} = ٤٠

أى (س - ٤)^{٢} + (ص + ١)^{٢} = ٤٠

ب (٦، ٥)

(ى ، هـ) م

أ (٢، -٧)

فكر: هل تحقق النقطة (٦ ، ٥) معادلة الدائرة؟ لماذا؟

هل تنتمى النقطة (٦ ، -٧) للدائرة السابقة فسر إجابتك.

حاول أن تحل

٤ اكتب معادلة الدائرة إذا كان:

أ مركزها النقطة م (-٢ ، ٧)، وتمر بالنقطة أ (٢ ، ١٠)

ب مركزها النقطة م (٥ ، ٤)، وتمس المستقيم س = ٢

جـ مركزها م يقع فى الربع الأول من المستوى الإحداثى، وطول نصف قطرها يساوى ٣ وحدات، والمستقيمان س = ١ ، ص = ٢ مماسان لها.

مثال

٥ أوجد إحداثيى المركز، وطول نصف قطر كل من الدائرتين:

أ (س - ٢)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} = ١٧ ب (س + ١)^{٢} + ص^{٢} = ١٦

الحل

نعلم أن معادلة الدائرة بدلالة إحداثيى المركز (ى ، هـ) وطول نصف قطرها نق هى:

(س - ى)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}

بمقارنة كل مقدار جبرى فى المعادلة بنظيره فى المعادلات المعطاة نجد:

أ س - ى = س - ٢ ∴ ى = ٢

ص - هـ = ص + ٣ ∴ هـ = -٣

نق^{٢} = ١٧ ∴ نق = $\sqrt{١٧}$

فيكون مركز الدائرة النقطة (٢ ، -٣) وطول نصف قطرها يساوى $\sqrt{١٧}$ وحدة.

حل حاول أن تحل صفحة (١١٦)

النقطة أ ، جـ تنتمى للدائرة د

النقطة ب تقع خارج الدائرة د.

النقطة ى تقع داخل الدائرة د.

يهدف مثال (٤) مثال (٥) صفحة (١١٧) إلى تنمية مهارات الطلاب فى تعيين مركز الدائرة وطول نصف قطرها. تقبل أفكار طلابك وعزز الحلول الصحيحة الأخرى.

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة)

- اطلب إلى طلابك حل ما ورد ببند حاول أن تحل (٤)، صفحة (١١٦) كتاب الطالب مع متابعة إجاباتهم.

إجابات حاول أن تحل

٤ أ (س + ٢)^{٢} + (ص - ٧)^{٢} = ٢٥

ب (س - ٥)^{٢} + (ص - ٤)^{٢} = ٩

جـ

∵ الدائرة تمس المستقيمين س = ١ ، ص = ٢

وطول نصف قطرها ٣ وحدات من الرسم يكون مركزها النقطة م .

حيث النقطة م تقع فى الربع الأول .

∴ مركز الدائرة المطلوبة هو م (٤، ٥) وتكون معادلتها

(س - ٤)^{٢} + (ص - ٥)^{٢} = ٩

تمرين إثرائى:

- اطلب إلى طلابك إثبات أن الدائرتين :

د$_{١}$: (س - ٤)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٩ ،

د$_{٢}$: (س - ١)^{٢} + ص^{٢} = ٩

متقاطعتان، ثم أوجد المساحة المشتركة بينهما.

[الإجابة: $\frac{٩}{٢}$ (π - ١) سم^{٢}]

تعلم: الصورة العامة لمعادلة الدائرة

- اعرض صورة معادلة الدائرة

(س - ى)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} وتدرج حتى تصل إلى الصورة س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ٢ ك ص + جـ = ٠ حيث ل، ك، جـ ثوابت (أعداد حقيقية)، ثم ناقش مع طلابك مثال (٦) صفحة (١١٨)، مثال (٧) صفحة (١١٩) موضحًا أن معامل س^{٢} = معامل ص^{٢} = الوحدة، وأن المعادلة خالية من حد يحتوى س ص.

التقويم المستمر: (الحوار والمناقشة)

- اطلب إلى طلابك حل ماورد فى بند حاول أن تحل (٧)، (٨) صفحة (١١٩) كتاب الطالب مع متابعة إجاباتهم.

إجابات حاول أن تحل صفحة (١١٨)

(٥) جـ

(٦) أ (٣، -٥)، نق $\sqrt{١٥}$ ب (٠، -٤)، نق ٣

جـ (-١، -٧)، نق $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ د (-١، ٠)، نق $\sqrt{١٣}$

إجابات حاول أن تحل صفحة (١١٩)

(٧) أ س^{٢} + ص^{٢} + ٤س - ١٠ص - ٢٨ = ٠

ب س^{٢} + ص^{٢} - ١٠س + ٦ص + ٩ = ٠

(٨) لإثبات أن $\overline{أب}$ قطر يلزم إثبات أن:

ق(∠ أ جـ ب) = ٩٠°

أى $\overline{أجـ}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$ باستخدام ميل المستقيم

ميل $\overleftrightarrow{أجـ}$ = $\frac{٠-(-٢)}{-١-٣}$ = $\frac{٢}{-٤}$ = -$\frac{١}{٢}$

ميل $\overleftrightarrow{ب جـ}$ = $\frac{٠ - ٨}{-١ - ٣}$ = $\frac{-٨}{-٤}$ = ٢

∵ ميل $\overleftrightarrow{أجـ}$ × ميل $\overleftrightarrow{ب جـ}$ = -$\frac{١}{٢}$ × ٢ = -١

∴ $\overleftrightarrow{أجـ}$ ⊥ $\overleftrightarrow{ب جـ}$ ويكون $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة

∵ مركز الدائرة هو منتصف $\overline{أب}$

∴ إحداثيا المركز ($\frac{٣+٣}{٢}$ ، $\frac{-٢+٨}{٢}$)

أى النقطة م (٣، ٣) ∴ ل = -٣، ك = -٣

معادلة الدائرة هى: س^{٢} + ص^{٢} - ٦س - ٦ص + جـ = ٠

∵ الدائرة تمر بالنقطة (-١، ٠)، ∴ فهى تحقق معادلتها

أى أن ١ + ٦ + جـ = ٠ ∴ جـ = -٧

وتكون معادلة الدائرة هى:

س^{٢} + ص^{٢} - ٦س - ٦ص - ٧ = ٠

الوحدة الثالثة: الهندسة و القياس

ب س - ى = س + ١ ∴ ى = -١

ص - هـ = ص ∴ هـ = ٠

نق^{٢} = ١٦ ∴ نق = ٤

∴ مركز الدائرة النقطة (-١ ، ٠) وطول نصف قطرها يساوى ٤ وحدات.

حاول أن تحل

(٥) أى من الدوائر المعطاة يمثل دائرة مركزها (٣ ، -٤) وطول نصف قطرها ٣ وحدات.

أ (س - ٣)^{٢} + (ص - ٤)^{٢} = ٩ ب (س + ٣)^{٢} + (ص - ٤)^{٢} = ٩

جـ (س - ٣)^{٢} + (ص + ٤)^{٢} = ٩ د (س + ٣)^{٢} + (ص + ٤)^{٢} = ٩

(٦) أوجد إحداثى المركز وطول نصف القطر لكل من الدوائر الآتية:-

أ (س - ٣)^{٢} + (ص + ٥)^{٢} = ١٥ ب س^{٢} + (ص + ٤)^{٢} = ٩

جـ (س + ١)^{٢} + (ص + ٧)^{٢} = $\frac{٣}{٤}$ د (س + ١)^{٢} = ١٣ - ص^{٢}

تعلم

الصورة العامة لمعادلة الدائرة *General form of the equation of a circle*

علمت أن معادلة الدائرة التى مركزها (ى ، هـ) وطول نصف قطرها يساوى نق من الوحدات:

هى: (س - ى)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢} بفك الأقواس

∴ س^{٢} + ص^{٢} - ٢ى س - ٢هـ ص + ى^{٢} + هـ^{٢} - نق^{٢} = صفر (١)

∵ ى ، هـ ، نق ثوابت ∴ المقدار ى^{٢} + هـ^{٢} - نق^{٢} = جـ حيث (جـ مقدار ثابت)

بوضع ل = -ى ، ك = -هـ ، جـ = ى^{٢} + هـ^{٢} - نق^{٢}

تصبح المعادلة (١) على الصورة **س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ٢ك ص + جـ = ٠**

وتسمى بالصورة العامة لمعادلة دائرة مركزها (-ل ، -ك) وطول نصف قطرها يساوى نق حيث

نق = $\sqrt{ل^{٢}+ك^{٢}-جـ}$ ، ل^{٢} + ك^{٢} - جـ > ٠

مثال

(٦) أوجد الصورة العامة لمعادلة دائرة مركزها (٦ ، -٣) وطول نصف قطرها يساوى ٥ وحدات.

الحل

∵ مركز الدائرة (-ل ، -ك) فى الصورة العامة لمعادلة الدائرة

، مركز الدائرة (٦ ، -٣) معطى

∴ ل = -٦ ، ك = ٣

∵ نق = ٥ ، جـ = ل^{٢} + ك^{٢} - نق^{٢}

∴ جـ = (-٦)^{٢} + (٣)^{٢} - (٥)^{٢} = ٢٠

١١٦ تطبيقات الرياضيات - علمى

معادلة الدائرة ٣ - ٥

وتكون الصورة العامة لمعادلة الدائرة هى: س^{٢} + ص^{٢} - ١٢س + ٦ص + ٢٠ = صفر.

يمكن التحقق من صحة الحل باستخدام معادلة الدائرة: (س - ٦)^{٢} + (ص + ٣)^{٢} = ٢٥ ثم تبسيطها ومقارنة النتائج

حاول أن تحل

(٧) اكتب الصورة العامة لمعادلة الدائرة إذا كان:

أ مركزها النقطة م (-٢ ، ٥)، وطول نصف قطرها يساوى $\sqrt{٥٧}$ وحدة.

ب مركزها النقطة ن (٥ ، -٣)، وتمر بالنقطة ب (٢ ، ١).

مثال

(٧) اكتب الصورة العامة لمعادلة دائرة إذا كانت النقطتان أ(٤ ، ٢) ، ب(-١ ، -٣) طرفى قطر فيه.

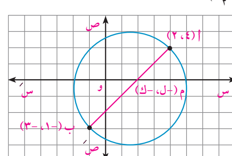
الحل

بفرض ان النقطة م (-ل ، -ك) مركز للدائرة التى قطرها $\overline{أب}$

∴ م منتصف $\overline{أب}$ ويكون إحداثيا النقطة م هما ($\frac{٤-١}{٢}$ ، $\frac{٢-٣}{٢}$)

∴ -ل = $\frac{٣}{٢}$ أى ل = $\frac{-٣}{٢}$

- ك = $\frac{-١}{٢}$ أى ك = $\frac{١}{٢}$



بالتعويض عن ل ، ك فى الصورة العامة لمعادلة الدائرة

س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ٢ ك ص + جـ = ٠

∴ س^{٢} + ص^{٢} - ٣س + ص + جـ = ٠ (١)

∵ الدائرة تمر بالنقطة أ(٤ ، ٢) فهى تحقق معادلتها

∴ (٤)^{٢} + (٢)^{٢} - ٣(٤) + ٢ + جـ = ٠ أى جـ = -١٠

بالتعويض فى المعادلة (١)

∴ الصورة العامة لمعادلة الدائرة هى: س^{٢} + ص^{٢} - ٣س + ص - ١٠ = صفر

حاول أن تحل

(٨) إذا كانت النقط أ(٣ ، -٢) ، ب (٣ ، ٨) ، جـ (-١ ، ٠) تنتمى إلى دائرة واحدة. فأثبت أن $\overline{أب}$ قطر فيها، ثم اكتب الصورة العامة لمعادلتها.

ملاحظة هامة

من الصورة العامة لمعادلة الدائرة س^{٢} + ص^{٢} + ٢ل س + ٢ ك ص + جـ = ٠ نستنتج أن

أولًا: المعادلة من الدرجة الثانية فى س ، ص

ثانيًا: معامل س^{٢} = معامل ص^{٢} = الوحدة

ثالثًا: خالية من الحد الذى يحتوى س ص أى معامل س ص = ٠

ولكى تمثل معادلة من الدرجة الثانية فى س ، ص دائرة يلزم تحقق الشروط الثلاثة السابقة وأن يكون ل^{٢} + ك^{٢} - جـ > ٠

١١٧ كتاب الطالب - الصف الثانى الثانوى

PDF Compressor Pro

في بند تعلم ص ١٢٠:

لتعيين إحداثيي مركز دائرة وطول نصف قطرها من الصورة العامة لمعادلتها ، استخلص منها كيفية إعادتها على الصورة (س - ى)^2 + (ص - هـ)^2 = نق^2 ، و إيجاد مركز الدائرة وطول نصف قطرها بدلالة الثوابت ل، ك، جـ. راجع مع طلابك مهارة إكمال المربع لمقدار جبرى على صورة أس^2 + ب س + ع ،أ س^2 + ب س

ناقش أيضًا متى تكون المعادلة:

س^2 + ص^2 + ٢ ل س + ٢ ك ص + جـ = صفر لدائرة، واستنتج ضرورة أن يكون ل^2 + ك^2 - جـ > ٠ مع توضيح ذلك بمناقشة مثال (٨) صفحة ١٠٠.

التقويم المستمر: (الحوار والمناقشة)

- اطلب من طلابك حل ما ورد فى بند حاول أن تحل (٩) صفحة (١٢٠) كتاب الطالب مع متابعة إجاباتهم.

حل حاول أن تحل (٩) صفحة (١٢٠)

أ) المعادلة ليست لدائرة (ل^2 + ك^2 - جـ < ٠)

ب) المعادلة لدائرة مركزها النقطة (-٢، ١) وطول نصف قطرها يساوى $\sqrt{٥}$ من الوحدات.

جـ) المعادلة ليست لدائرة (ل^2 + ك^2 - جـ < ٠)

د) المعادلة ليست لدائرة (المعادلة تحوى الحد - ٢ س ص)

تفكير ناقد:

- اسأل طلابك ما علاقة دائرة بأخرى؟ متى تكون الدائرتان متماستين من الداخل؟ ومتى تكون الدائرتان متماستين من الخارج؟ ودعهم يلاحظوا أن:

م$_1$ (٥، ٤)، م$_2$ (-٧، -٥) فيكون م$_1$م$_2$ = ١٥

نق$_1$ = ٥، نق$_2$ = ١٠

∴ نق$_1$ + نق$_2$ = ١٥

∴ م$_1$م$_2$ = نق$_1$ + نق$_2$

∴ الدائرتان متماستان من الخارج.

تطبيقات حياتية:

يقدم مثال (٩) ومثال(١٠) صفحة (١٢١) تطبيقات حياتية لاستخدام معادلة الدائرة فى نمذجة مواقف حياتية وحل مشكلات ناقش مع طلابك ما ورد بهذه الأمثلة، ودعهم يتوصلوا إلى الحلول المناسبة.

تعلم

تعيين إحداثيي مركز دائرة وطول نصف قطرها

لتعيين إحداثيى مركز دائرة وطول نصف قطرها من الصورة العامة لمعادلتها:

١- تحقق أولًا من وضع المعادلة فى الصورة العامة حيث معامل س^2 = معامل ص^2 = الوحدة

٢- احداثيا المركز (-ل ، -ك) أى $\left(\frac{-\text{معامل س}}{٢} ، \frac{-\text{معامل ص}}{٢}\right)$

٣- طول نصف قطر الدائرة يساوى نق حيث نق = $\sqrt{ل^2 + ك^2 - جـ}$ ، ل^2 + ك^2 - جـ > ٠

مثال

(٨) أى المعادلات الآتية تمثل دائرة؟ و إذا كانت معادلة دائرة أوجد مركزها وطول نصف قطرها.

أ) ٣س^2 + ٢ص^2 + ٦س - ٨ص - ١٠ = ٠ ب) س^2 + ص^2 + ٤س + ٢٥ = ٠

جـ) ٢س^2 + ٢ص^2 - ١٢س + ٨ص - ٣٠ = ٠ د) ٤س^2 + ٤ص^2 = ٤٩

هـ) س^2 + ص^2+ ٢ س ص + ٣ = صفر

الحل

أ) معامل س^2 ≠ معامل ص^2 ∴ المعادلة ليست لدائرة

ب) معامل س^2 = معامل ص^2 = الوحدة ، المعادلة خالية من الحد المحتوى على س ص

ل = $\frac{٤}{٢}$ = ٢ ، ك = $\frac{٠}{٢}$ = ٠ ، جـ = ٢٥

∴ ل^2 + ك^2 - جـ = (٢)^2 + (٠)^2 - ٢٥ < ٠ ∴ المعادلة ليست لدائرة

جـ) بقسمة طرفى المعادلة على ٢ ∴ س^2 + ص^2 - ٦س + ٤ص - ١٥ = ٠

∴ معامل س^2 = معامل ص^2 = الوحدة ، المعادلة خالية من الحد المحتوى على س ص

ل = -٣ ، ك = ٢ ، جـ = -١٥

∴ ل^2 + ك^2 - جـ = (-٣)^2 + (٢)^2 - (-١٥) = ٢٨ > ٠

∴ المعادلة لدائرة مركزها (٣ ، -٢) ، نق = $\sqrt{٢٨}$ = ٢$\sqrt{٧}$ وحدة

د) بقسمة طرفى المعادلة على ٤ ∴ س^2 + ص^2 = $\frac{٤٩}{٤}$

∴ معامل س^2 = معامل ص^2 = الوحدة ، المعادلة خالية من الحد المحتوى على س ص

ل = ٠ ، ك = ٠ ، جـ = $\frac{٤٩}{٤}$

∴ ل^2 + ك^2 - جـ = $\frac{٤٩}{٤}$ > ٠ ∴ المعادلة لدائرة مركزها نقطة الأصل ، نق = $\sqrt{\frac{٤٩}{٤}}$ = $\frac{٧}{٢}$ وحدة

هـ) المعادلة تحتوى على س ص ∴ المعادلة ليست دائرة

حاول أن تحل

(٩) أى المعادلات الآتية تمثل دائرة؟ و إذا كانت معادلة دائرة، أوجد مركزها وطول نصف قطرها.

أ) س^2 + ص^2 - ٦س + ٤ص + ١٧ = ٠ ب) س^2 + ص^2 + ٤س - ٢ص = ٠

جـ) ٢س^2 + ٢ص^2 - ٤س + ٣٩ = ٠ د) س^2 + ص^2 - ٢س ص - ٦ = ٠

تفكير ناقد: هل الدائرتان د$_1$: س^2 + ص^2 - ١٠س - ٨ص + ١٦ = ٠

د$_2$: س^2 + ص^2 + ١٤س + ١٠ ص - ٢٦ = ٠ متماستان من الخارج؟ فسر إجابتك.

مثال

نمذجة مواقف رياضية وحياتية

(٩) الربط بالصناعة: يوضح الشكل المقابل بكرة أ فى آلة تمس محورى الإحداثيات، تدور بواسطة سير، يمر على بكرة صغيرة ب معادلة دائرتها: س^2 + ص^2 + ١٤س + ٤٥ = ٠ أوجد:

أ) معادلة دائرة البكرة أ إذا كان طول نصف قطرها يساوى ٥ وحدات.

ب) البعد بين مركزى البكرتين إذا كان كل وحدة من المستوى الإحداثى تمثل ٦سم.

الحل

أ) ∵ البكرة أ تمس محورى الإحداثيات ، وطول نصف قطرها يساوى ٥ وحدات.

∴ مركز دائرتها النقطة م(٥ ، ٥) أى ل = -٥ ، ك = -٥

∵ جـ = ل^2 + ك^2 - نق^2 ∴ جـ = (-٥)^2 + (-٥)^2 - (٥)^2 = ٢٥

وتكون معادلتها: س^2 + ص^2 - ١٠س - ١٠ص + ٢٥ = صفر

ب) ∵ معادلة دائرة البكرة ب: س^2 + ص^2 + ١٤س + ٤٥ = ٠

∴ ل = ٧ ك = ٠ جـ = ٤٥ نق = $\sqrt{٤٩ - ٤٥}$ = ٢

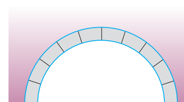
ويكون مركزها النقطة ن (-٧ ، ٠) وطول نصف قطرها يساوى ٢ وحدة

∴ البعد بين مركزى البكرتين = م ن = $\sqrt{(٥+٧)^2 + (٥)^2}$ = ١٣ وحدة

∵ كل وحدة فى المستوى الإحداثى تمثل ٦سم

∴ البعد بين البكرتين = ١٣ × ٦ = ٧٨سم

حاول أن تحل



(١٠) الربط بالطرق: يوضح الشكل المقابل مقطعًا رأسيًا فى أحد الأنفاق الدائرية لمرور السيارات معادلة دائرته:

س^2 + ص^2 - ٤س - ٦ص - ١٢ = ٠ ، $\overline{أب}$ قطر فيها.

أوجد أقصى ارتفاع للنفق إذا كانت وحدة الأطوال فى المستوى الإحداثى تمثل ٧٠سم.

مثال

(١٠) الربط بالهندسة: أوجد لأقرب سنتيمتر مربع مساحة سطح شكل خماسى منتظم تمر برؤوسه الدائرة: س^2 + ص^2 + ٦س - ١٢ص + ٥ = ٠ علمًا بأن كل وحدة فى المستوى الإحداثى تمثل ٥سم.

PDF Compressor Pro

التقييم المستمر: (الحوار والمناقشة)

⌑ اطلب إلى طلابك حل ماورد فى بند حاول أن تحل (١٠) صفحة (١٢١) مع متابعة إجاباتهم.

مركز الدائرة م (-ل ، -ك) = (٢،٣) ، جـ = -١٢ ∴ نق = ٥

أقصى ارتفاع هو طول العمود المقام من مركز الدائرة على قطرها.

∴ طول العمود = طول نصف قطر الدائرة.

∵ وحدة الأطوال فى المستوى الإحداثى تمثل ٧٠ سم.

∴ أقصى ارتفاع للنفق = ٥ × ٧٠ = ٣٥٠ سم.

الأخطاء الشائعة

⌑ كثيرًا ما يخلط الطالب بين قانونى مساحة المضلع المنتظم $\frac{ن}{٤}$ س^2 ظتا $\frac{\pi}{ن}$ ، م = $\frac{ن}{٢}$ نق^2 جا $\frac{٢\pi}{ن}$ حيث س تمثل طول ضلع المضلع ، تمثل طول نصف قطر الدائرة الخارجة.

تمرين إثرائى

⌑ اطلب إلى طلابك تعيين قيمة أ التى تجعل المعادلة

س^2 + ص^2 + ٢أ س + ١ = ٠ تمثل دائرة

الإجابة (أ ∈]-∞، -١[∪]١، ∞[)

التدريب والتقييم (الحوار والمناقشة)

⌑ اطلب إلى طلابك حل تمارين مختارة من تمارين الدرس الرابع صفحة (١٢٢) كتاب الطالب مع متابعة إجاباتهم.

إجابات تمارين (٣-٥)

(١) أ (٢) جـ (٣) ب (٤) ب (٥) د (٦) د

(٧) أ (س - ٢)^2 + (ص - ٣)^2 = ٢٥

ب س^2 + ص^2 = ١٦ جـ (س - ٣)^2 + ص^2 = ٣٦

د (س - ٤)^2 + (ص + ٥)^2 = ٧ هـ س^2 + (ص + ١)^2 = ١٢

و (س + ٤)^2 + (ص + ٣)^2 = $\frac{٩}{٤}$

(٨) أ (س - ٣)^2 + (ص - ٣)^2 = ٤

ب (س - ٤)^2 + (ص + ٢)^2 = ٩

جـ (س - ٤)^2 + (ص - ٣)^2 = ٩

د س^2 + ص^2 = ٣٦ هـ س^2 + (ص + ٦)^2 = ١٦

و (س + ٦)^2 + ص^2 = ٣٦

(٩) أ (س - ٧)^2 + (ص + ٥)^2 = ٦٥

ب (س - ٣)^2 + (ص + ١)^2 = ١٨

الحل

بفرض أن م مركز الدائرة المارة برؤوس الخماسى المنتظم أ ب جـ ى هـ فيكون:

أ ب = ب جـ = جـ ى = ى هـ = أ هـ (وهى أوتار فى الدائرة م)

∴ ق(∠أ م ب) = ق(∠ب م جـ) = ... = $\frac{٣٦٠°}{٥}$ = ٧٢°

ويلاحظ تقسيم الشكل أ ب جـ ى هـ إلى ٥ مثلثات متطابقة

أى أن مساحة الخماسى المنتظم = ٥ × مساحة △ م أ ب

= ٥ × $\frac{١}{٢}$ م أ × م ب جا ٧٢°

= $\frac{٥}{٢}$ نق^2 جا ٧٢°

(١)

من معادلة الدائرة: ل = ٣ ك = -٦ جـ = ٥

∵ نق^2 = ل^2 + ك^2 - جـ ∴ نق^2 = ٩ + ٣٦ - ٥ = ٤٠ وبالتعويض فى (١)

∴ مساحة الخماسى المنتظم = $\frac{٥}{٢}$ (٤٠) جا ٧٢° = ٩٥,١٠٥٦ وحد مربعة

∵ كل وحدة طول فى المستوى الإحداثى تمثل ٥سم

∴ الوحدة المربعة فى المستوى الإحداثى تمثل مساحة قدرها (٥)^2 = ٢٥سم^2

وتكون مساحة الخماسى المنتظم = ٩٥,١٠٥٦ × ٢٥ ≃ ٢٣٧٨ سم^2

تذكر أن

مساحة اي مضلع منتظم = $\frac{ن}{٢}$ نق^2 جا $\frac{٣٦٠}{ن}$

حيث نق نصف قطر الدائرة المار برؤوسه، ن عدد أضلاع المضلع.

تمـاريـن (٣ – ٥)

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) النقطة (٢ ، ٠) تقع على

أ محور السينات ب محور الصادات جـ المستقيم ص = ٢س د الدائرة س^2 + ص^2 = ٩

(٢) إذا كانت أ(٣ ، -٧) ، ب(-٣ ، ٥) فإن إحداثيى النقطة التى تنصف $\overline{أب}$ هما

أ (١ ، ٠) ب (٠ ، ١) جـ (٠ ، -١) د (-١ ، ٠)

(٣) المسافة بين النقطتين (٢ ، ٤) ، (١٠ ، -٢) تساوى

أ ٩ ب ١٠ جـ ٣$\sqrt{١٠}$ د ٦

(٤) الدائرة س^2 + ص^2 = ٢٥ مركزها (٠ ، ٠) وتمر بالنقطة

أ (١ ، ٤) ب (٥ ، ٠) جـ (٢٥ ، ٠) د (٥ ، ١)

(٥) معادلة الدائرة التى مركزها (٣ ، -٥) وطول نصف قطرها يساوى ٧ وحدات هى:-

أ (س - ٣)^2 + (ص - ٥)^2 = ٤٩ ب (س + ٣)^2 + (ص - ٥)^2 = ٤٩

جـ (س + ٣)^2 + (ص - ٥)^2 = ٤٩ د (س - ٣)^2 + (ص + ٥)^2 = ٤٩

(٦) محيط الدائرة التى معادلتها س^2 + ص^2 = ٨

أ ٨ π ب ٦٤ π جـ ٢$\sqrt{٢}$ π د ٤$\sqrt{٢}$ π

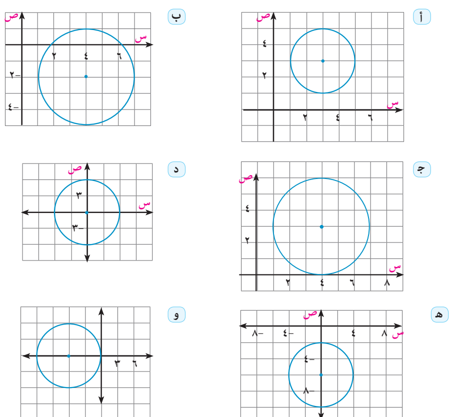
(٧) اكتب معادلة الدائرة التى مركزها م وطول نصف قطرها نق إذا كان:

أ م (٢،٣) ، نق = ٥ ب م(٠ ، ٠) ، نق = ٤

جـ م (٣،٠) ، نق = ٦ د م(٤ ، -٥) ، نق = $\sqrt{٧}$

هـ م (٠،-١) ، نق = ٢$\sqrt{٣}$ و م(-٤ ، -٣) ، نق = $\frac{٣}{٢}$

(٨) اكتب معادلة الدائرة التى يمثلها الرسم المعطى



(٩) أوجد معادلة الدائرة إذا كان:

أ مركزها النقطة م (٧ ، -٥)، وتمر بالنقطة أ(٣ ، ٢).

ب $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة حيث أ(٦ ، -٤) ، ب(٠ ، ٢).

جـ مركزها النقطة (٥ ، -٣)، وتمس محور السينات.

PDF Compressor Pro

PDF Compressor Pro



(١٠) أوجد إحداثيي المركز، وطول نصف القطر لكل من الدوائر الآتية:

أ $س^{2} + ص^{2} = ٢٧$ ب $(س + ٣)^{2} + (ص - ٥)^{2} = ٤٩$

ج $(س - ٢)^{2} + ص^{2} = ١٦$ د $س^{2} + (ص + ٧)^{2} = ٢٤$

(١١) اكتب الصورة العامة لمعادلة الدائرة فى الحالات الآتية:

أ مركزها م(٣ ، ١)، وطول قطرها يساوى ٨. ب مركزها م (٠ ، ٠)، وتمر بالنقطة أ (-١ ، ٣)

ج مركزها م (-٥ ، ٠)، وتمر بالنقطة ب (٣ ، ٤) د $\overline{أب}$ قطر فيها حيث أ(٣ ، -٧) ، ب(٥ ، ١)

(١٢) أوجد إحداثيي المركز، وطول نصف القطر لكل من الدوائر الآتية

أ $س^{2} + ص^{2} - ٤س + ٦ص - ١٢ = ٠$ ب $س^{2} + ص^{2} + ٢س = ٨$

ج $س^{2} + ص^{2} - ٦س + ١٠ص = ٠$ د $س^{2} + ص^{2} - ٨س = ١٢$

(١٣) بين أى دائرتين مما يلى متطابقتان

أ $س^{2} + ص^{2} - ٢س + ٤ص - ٣ = ٠$ ، $س^{2} + ص^{2} + ٦س - ١١ = ٠$

ب $س^{2} + ص^{2} - ١٤س + ٣٧ = ٠$ ، $س^{2} + ص^{2} + ١٠س + ١٣ = ٠$

(١٤) بين أى المعادلات الآتية لدائرة ، ثم أوجد مركزها وطول نصف قطرها:

أ $س^{2} + ص^{2} + ٨س - ١٦ص - ١ = ٠$ ب $س^{2} + ٢ص^{2} + ٦س - ٥ص = ٠$

ج $\frac{١}{٤}س^{2} + \frac{١}{٤}ص^{2} + س - ٨ = ٠$ د $س^{2} + ص^{2} + ٢س ص - ١٢ = ٠$

هـ $س^{2} + ص^{2} - ٢س + ٤ص + ٧ = ٠$ و $٢س^{2} + ٢ص^{2} + ٣ص - ٨ = ٠$

(١٥) الملاحة البحرية: يقع رادار عند الموقع أ(٧ ، -٩) و يغطى منطقة دائرية طول نصف قطرها يساوى ٣٠ وحدة طول. اكتب معادلة الدائرة التى تحدد مجال عمل الرادار فى المستوى الإحداثى. هل يمكن للرادار رصد سفينة فى الموقع ب (٢٥ ، -٣٠)؟ فسر إجابتك.

(١٦) التصميم المعمارى: صمم مهندس معمارى مبنى قاعدته على شكل ثمانى منتظم، تمر رؤوسه بالدائرة $س^{2} + ص^{2} - ٤س + ١٢ص - ٦٠ = ٠$ احسب مساحة قاعدة المبنى لأقرب وحدة مربعة.

(١٧) الصناعة: يبين الشكل المقابل ترسين فى آلة مركزيهما يقعا على مستقيم يوازى محور الصادات وأقصى بعد بين حافتيهما ١٠ وحدات. أوجد معادلة الترس الأصغر علمًا بأن معادلة الترس الأكبر هى: $س^{2} + ص^{2} - ١٠س - ٨ص + ٣٢ = ٠$

(١٨) تفكير ابداعى: أوجد معادلة الدائرة التى تمر بالنقطتين أ(١ ، ٣) ، ب(٢ ، -٤) ويقع مركزها على محور السينات.

ج $(س - ٥)^{2} + (ص + ٣)^{2} = ٩$

(١٠) أ م (٠، ٠)، $نق = \sqrt{٢٧} = ٣\sqrt{٣}$

ب م (-٣، ٥) ، $نق = \sqrt{٤٩} = ٧$

ج م (٢، ٠) ، $نق = \sqrt{١٦} = ٤$

د م (٠، -٧) ، $نق = \sqrt{٢٤} = ٢\sqrt{٦}$

(١١) أ $س^{2} + ص^{2} - ٦س - ٢ص - ٦ = ٠$

ب $س^{2} + ص^{2} - ١٠ = ٠$

ج $س^{2} + ص^{2} + ١٠س - ٥٥ = ٠$

د $س^{2} + ص^{2} - ٨س + ٦ص + ٨ = ٠$

(١٢) أ م (٢، -٣) ، نق = ٥

ب م (-١، ٠) ، نق = ٣

ج م (٣، -٥) ، $نق = \sqrt{٣٤}$

د م (٤، ٠) ، $نق = ٢\sqrt{٧}$

(١٣) أ $م_{1}$(١، -٢) ، $نق_{1} = ٢\sqrt{٢}$

$م_{2}$(-٣، ٠) ، $نق_{2} = ٢\sqrt{٥}$

الدائرتان غير متطابقتين

ب $م_{1}$(٧، ٠)، $نق_{1} = ٢\sqrt{٣}$

$م_{2}$(-٥، ٠)، $نق_{2} = ٢\sqrt{٣}$

∵ $نق_{1} = نق_{2}$

∴ الدائرتان متطابقتان.

(١٤) أ المعادلة لدائرة مركزها النقطة (-٤، ٨) وطول نصف قطرها يساوى $\sqrt{١٠١}$ من الوحدات.

ب معامل $س^{2} \neq$ معامل $ص^{2}$

∴ المعادلة ليست لدائرة

ج المعادلة لدائرة مركزها النقطة (-٢، ٠) وطول نصف قطرها ٦ وحدات.

د المعادلة بها حد يحوى س ص

∴ المعادلة ليست لدائرة .

هـ المعادلة لدائرة مركزها النقطة (١، -٢) وطول نصف قطرها $٢\sqrt{٣}$ من الوحدات.

و المعادلة لدائرة مركزها النقطة (٠، $-\frac{٣}{٤}$) وطول نصف قطرها $\frac{١}{٢}\sqrt{٧٣}$ من الوحدات.

(١٥) $س^{2} + ص^{2} - ١٤س + ١٨ص - ٧٧٠ = ٠$

النقطة ب تقع داخل الدائرة التى تحدد عمل الرادار.

(١٦) نق = ١٠ وحدات

مساحة الثمانى المنتظم = $٨ \times \frac{١}{٢}$ $نق^{2}$ جا ٤٥°

≃ ٢٨٢,٨٤ وحدة مربعة

(١٧) أقصى بعد بين الحافتين = ١٠ وحدات

$٢ نق_{1} + ٢ نق_{2} = ١٠$

∴ $نق_{1} + نق_{2} = ٥$ (١)

مركز القوس الأكبر

$م_{2}$(٥، ٤)

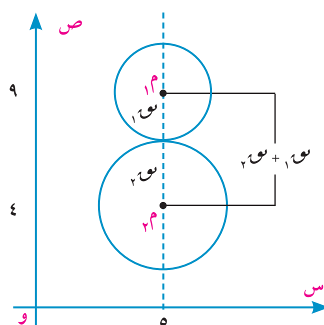
مركز القوس الأصغر

$م_{1}$(٥، ٩)

$نق_{2}^{2} = ل^{2} + ك^{2} - جـ$

= ٢٥ + ١٦ - ٣٢ = ٩ ∴ $نق_{2}$ = ٣ وحدات

ويكون $نق_{1}$ = ٢ وحدة معادلة الترس الأصغر هى:

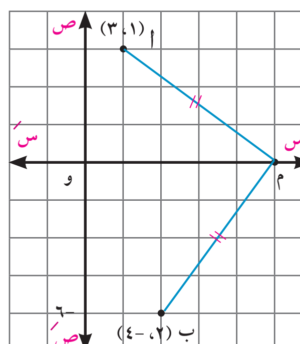


PDF Compressor Pro

(س - ٥)^{٢} - (ص - ٩)^{٢} = ٤

أي: س^{٢} + ص^{٢} - ١٠س - ١٨ص + ١٠٢ = ٠

١٨ ∵ م مركز الدائرة يقع على محور السينات



∴ إحداثيا م (ى، ٠)

ويكون م أ = م ب

(أنصاف أقطار)

(ى - ١)^{٢} + (٠ - ٣)^{٢} =

(ى - ٢)^{٢} + (٠ + ٤)^{٢}

∴ ى = ٥ ويكون مركز الدائرة (٥، ٠)

نق^{٢} = (٥ - ١)^{٢} + (٠ - ٣)^{٢} = ٢٥ ∴ نق = ٥

وتكون معادلة الدائرة هي: (س - ٥)^{٢} + ص^{٢} = ٢٥

أي س^{٢} + ص^{٢} - ١٠س = ٠

إجابات التمارين العامة صفحتى (١٢٦)، (١٢٧)

١ نقطتان **٢** مستوى واحد **٣** ثلاث نقاط على الأقل

٤ متطابقة **٥** متساوية فى الطول **٦** اقل من

٧ $\frac{١}{٣}$ مساحة القاعدة × الارتفاع

٨ $\sqrt{١٨}$ **٩** (س -٢)^{٢} + (ص -٣)^{٢} = ١٦

١١ ٦٠ π سم^{٢} **١٢** ٣٨٤ سم^{٢} **١٣** ٣٨٤ سم^{٣}

١٤ ٤ : π **١٥** الارتفاع = ٩سم

١٦ المساحة الجانبية = ٢٦٠ سم^{٢}

١٧ المساحة الكلية للمخروط ≃ ٢٨٢,٧سم^{٢}

١٨، **١٩** حاول مع طلابك

٢٠ أ (س - ٣)^{٢} + (ص - ٥)^{٢} = ١٦

ب (س + ٢)^{٢} + ص^{٢} = $\frac{٨١}{٤}$

ج س^{٢} + (ص - ٩)^{٢} = ٢٥

د (س - ٣)^{٢} + (ص - ٤)^{٢} = ٤٠

٢١ س^{٢} + ص^{٢} - ١٠س + ٢٤ ص = ٠

٢٢ أ م (٣، -٥) ، نق = ٣$\sqrt{٣}$ ب م (-٤، ٠) ، نق = ٣

ج م (١ ، -٣) ، نق = ٤ د م (٠، $\frac{٥}{٢}$) ، نق = $\frac{\sqrt{٣٩}}{٢}$

٢٣ مساحة الميدان = ١٤ π وحدة مربعة

∵ وحدة الأطوال تمثل ٥ أمتار.

∴ وحدة المساحات تمثل ٢٥ متر مربع ويكون:

مساحة الميدان في الخريطة = ١٤ × $\frac{٢٢}{٧}$ × ٢٥ = ١١٠٠ متر مربع.

الوحدة الثالثة: الهندسة و القياس

حجم الهرم يساوى ثلث حاصل ضرب مساحة قاعدته × ارتفاعه.

حجم المخروط يساوى ثلث حاصل ضرب مساحة قاعدته × ارتفاعه.

الدائرة: هى مجموعة نقط المستوى التى تكون على نفس البعد الثابت من نقطة ثابتة فى المستوى.

معادلة الدائرة : معادلة الدائرة التى مركزها النقطة (ى، هـ) وطول نصف قطرها يساوى نق هى: (س -ى)^{٢} + (ص - هـ)^{٢} = نق^{٢}

الصورة العامة لمعادلة الدائرة: الصورة العامة لمعادلة دائرة مركزها النقطة (-ل ، -ك) وطول نصف قطرها يساوى نق

هى: س^{٢} +ص^{٢} + ٢ ل س + ٢ ك ص + جـ = صفر

حيث نق = $\sqrt{ل^{٢} + ك^{٢} - جـ}$ ، ل^{٢} + ك^{٢} - جـ > ٠.

لتعيين إحداثى مركز دائرة وطول نصف قطرها من الصورة العامة لمعادلتها

- تحقق أولاً من وضع المعادلة فى الصورة العامة حيث: معامل س^{٢} = معامل ص^{٢} = الوحدة
- إحداثيا المركز (-ل ، - ك) أى ($\frac{- \text{معامل س}}{٢}$ ، $\frac{- \text{معامل ص}}{٢}$)
- طول نصف قطر الدائرة يتعين من العلاقة نق = $\sqrt{ل^{٢} + ك^{٢} - جـ}$ ، حيث ل^{٢} + ك^{٢} - جـ > ٠

تمارين عامة (الوحدة الثالثة)

أكمل كل ممايأتى:

١ يتحدد المستقيم تحديدًا تامًّا إذا علم عليه ....

٢ المستقيمان المتخالفان لايمكن أن يحتويهما ....

٣ يكون المستويان منطبقان إذا اشتركا فى ....

٤ الأوجه الجانبية فى الهرم المنتظم ....

٥ الارتفاعات الجانبية فى الهرم المنتظم ....

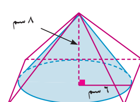
٦ ارتفاع المخروط القائم.................. طول راسمه

٧ حجم الهرم = ... × ....

٨ طول نصف قطر الدائرة س^{٢} + ص^{٢} - ١٨ = ٠ يساوى ....

٩ معادلة الدائرة التى مركزها النقطة (٢ ، ٣) وطول نصف قطرها ٤ وحدات هى ....

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة مستعينًا بالشكل المقابل:



١٠ المستقيمان المتخالفان:

أ لايتقاطعان. ب لايتعامدان.

ج لايتوازيان. د لايتقاطعان ولايتوازيان.

١١ المساحة الجانبية للمخروط القائم تساوى .... سم^{٢}

أ ٦٠ ب ٦٠ π ج ٤٨ د ٤٨ π

١٢ المساحة الكلية للهرم المنتظم تساوى .... سم^{٢}

أ ٣٦٠ ب ٢٤٠ ج ٣٨٤ د ٤٣٢

١٣ حجم الهرم يساوى .... سم^{٣}

أ ٦٤ ب ٩٦ ج ٤٨٠ د ٣٨٤

١٤ النسبة بين حجم الهرم إلى حجم المخروط تساوى: ....

أ π : ٣ ب ٤ : π ج π : ٤ د ٣ : π

أجب عن الأسئلة الآتية:

١٥ هرم منتظم حجمه ١٢سم^{٣} ومساحة قاعدته ٤سم^{٢}. احسب ارتفاعه.

١٦ هرم رباعى منتظم حجمه ٤٠٠سم^{٣} وارتفاعه ١٢سم. احسب مساحته الجانبية.

١٧ مخروط دائرى قائم حجمه ٩٦ πسم^{٣}. أوجد طول نصف قطر قاعدته إذا كان ارتفاعه ٨سم.

١٨ أوجد لأقرب رقم عشرى واحد المساحة الكلية لمخروط قائم طول قطر قاعدته ١٠سم وارتفاعه ١٢سم.

١٩ هرم رباعى قائم قاعدته معين طولا قطريه ١٢سم، ٨سم وارتفاعه ١٠ سم. أوجد حجمه.

٢٠ اكتب معادلة الدائرة إذا كان:

أ مركزها م(٣ ، ٥) وطول نصف قطرها ٤ وحدات.

ب مركزها م (-٢ ، ٠) وطول قطرها ٩ وحدات.

ج مركزها م (٠ ، ٩) وتمر بالنقطة (٤ ، ٦)

د $\overline{أب}$ قطر فى الدائرة حيث أ (٥ ، -٢) ، ب (١ ، ١٠)

٢١ اكتب الصورة العامة لمعادلة دائرة مركزها (٥، -١٢) وتمر بنقطة الأصل.

٢٢ أوجد مركز وطول نصف قطر كل دائرة ممايلى:

أ (س - ٣)^{٢} + (ص + ٥)^{٢} = ٢٧ ب (س + ٤)^{٢} + ص^{٢} = ٩

ج س^{٢} + ص^{٢} - ٢ س + ٦ ص - ٦ = ٠ د ٢س^{٢} + ٢ص^{٢} - ١٠ص - ٧ = ٠

٢٣ تخطيط المدن: فى رسم لإحدى المدن على مستوى إحداثى متعامد كل وحدة فيه تمثل ٥ أمتار، وجد أن الدائرة: س^{٢} + ص^{٢} - ٦س + ٨ص + ١١ = ٠ تحدد أحد ميادينها، أوجد لأقرب متر مربع مساحة هذا الميدان.

PDF Compressor Pro

(١١) حجم النموذج أ = $١٦٤,٣٥\pi$ سم^{٣}

حجم النموذج ب = ١٨٠π سم^{٣}

النموذج ب أكبر حجمًا

لا يتغير حجم النموذج أ بتغير ارتفاعى المخروطين المتلاصقين

(١٢) مساحة الزجاج المستخدم

= المساحة الجانبية للهرم الرباعى المنتظم .

= $\frac{١}{٢}$ محيط القاعدة × الارتفاع الجانبى (١)

٢١,٦ متر
ل
ع
$\frac{٣٥}{٢}$ متر

∵ ل^{٢} = ع^{٢} + س^{٢}

∴ ل^{٢} = $(٢١,٦)^{٢} + (١٧,٥)^{٢}$

= ٧٧٢,٨١

∴ الارتفاع الجانبى = ٢٧,٨ مترًا

بالتعويض فى (١)

مساحة الزجاج المستخدم = $\frac{١}{٢}$ × ٤ × ٣٥ × ٢٧,٨

≃ ١٩٤٦ مترًا مربعًا.

إجابات الاختبار التراكمى صفحة (١٢٨)

(١) د (٢) د (٣) د (٤) ب (٥) ب

(٦) أ مستقيم وحيد ب لايوجد
ج مستقيم وحيد د ٦ مستقيمات

(٧) أ عدد لانهائى ب عدد لانهائى ج مستوى واحد

(٨) أ ١٢٨٠ سم^{٣} ب ١٤٣٣ سم^{٣} ج ٦٢سم^{٣}

(٩) س^{٢} + ص^{٢} - ٤س + ١٤ص - ٤٨ = ٠

(١٠) أ م$_{١}$(-٢، ١) ، نق$_{١}$ = ٢ $\sqrt{١٠}$

م$_{٢}$(-٣، ٠) ، نق$_{٢}$ = $\sqrt{١٣}$

∵ نق$_{١}$ ≠ نق$_{٢}$ ∴ الدائرتان غير متطابقتان.

ب م$_{١}$(٢، -٤) ، نق$_{١}$ = $\sqrt{٢٠}$

م$_{٢}$(٠، -٦) ، نق$_{٢}$ = $\sqrt{٢٠}$

∵ نق$_{١}$ = نق$_{٢}$ ∴ الدائرتان متطابقتين.

(١١) ١٧٦١,٨ سم^{٣}

(١٢) محيط دائرة المخروط = طول $\overset{\frown}{أب}$

٢ π نق = ١٨ × $\frac{٦٠° \times \pi}{١٨٠°}$

∴ نق = ٣سم

ع^{٢} = ل^{٢} - نق^{٢} = $(١٨)^{٢} - (٣)^{٢}$

ع^{٢} = ٢١ × ١٥ ∴ ع = ١٧,٧٥سم

حجم المخروط = $\frac{\pi}{٣}$ × $(٣)^{٢}$ × ١٧,٧٥ ≃ ١٦٧,٣سم^{٣}

---

(٢٤) الصناعة: تقوم خطوط إنتاج مصنع آيس كريم بإنتاج نوعين أ ، ب الموضحين بالشكل المقابل، أى النوعين أكبر حجمًا. هل يتغير حجم النموذج أ بتغير ارتفاعى المخروطين المتلاصقين على أن يظل مجموع الارتفاعين ثابتًا؟ فسر إجابتك.

٦ سم
١٥ سم
ب
٤,٣ سم
٥,٥ سم
١٢ سم
أ

(٢٥) السياحة: اهتمت فرنسا بالآثار المصرية القديمة فنقلت بعضها إلى باريس؛ لتعرض فى متاحفها. كما أنشأت هرمًا من الزجاج الشفاف مشابهًا للهرم الأكبر؛ ليكون مدخلاً رئيسيًّا لمتحف اللوفر بباريس. إذا علمت أن ارتفاعه ٢١,٦ متر وطول ضلع قاعدته ٣٥ مترًا ، فأوجد مساحة الزجاج المستخدم فى بنائه لأقرب متر مربع.

اختبار تراكمي

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة:

(١) جميع الحالات الآتية تعين مستوى ماعدا:

أ مستقيم ونقطة لاتنتمى إليه. ب مستقيمين متوازيين وغير منطبقين.
ج مستقيمين متقاطعين. د مستقيمين متخالفين.

(٢) المساحة الكلية (السطحية) للمخروط القائم تساوى:

أ π نق ل ب $\frac{\pi}{٣}$ نق^{٢} ع
ج π نق (نق + ل) د $\frac{\pi}{٣}$ نق (نق ع + ٣ل)

ل
ع
نق

(٣) هرم رباعى منتظم محيط قاعدته ٣٦سم، وارتفاعه ١٠سم فإن حجمه يساوي.....سم٢

أ ٨١٠ ب ١٨٠ ج ٣٦٠ د ٢٧٠

(٤) الدائرة (س + ٢)^{٢} + ص^{٢} + ٢ص = ٠ مركزها النقطة:

أ (٢ ، ٢) ب (-٢ ، -١) ج (٢ ، -١) د (-٤ ، ٢)

(٥) أى الشبكات التالية لاتصنع هرمًا رباعيًّا منتظمًا عند طيها.

أ ب ج د

أسئلة ذات إجابات قصيرة

(٦) كم مستقيمًا يمكن رسمه فى كل حالة من الحالات الآتية:

أ نقطتان مختلفتان. ب ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.
ج مستويان متقاطعان. د أربع نقاط فى الفراغ، لاتقع أى ثلاث منها على استقامة واحدة .

(٧) اذكر عدد المستويات التى يمكن أن تمر بكل مماياتى:

أ نقطة معلومة. ب نقطتين معلومتين. ج ثلاث نقاط ليست على استقامة واحدة.

(٨) أوجد حجم كل مجسم مماياتى لأقرب سنتيمتر مكعب.

أ ١٧ سم
١٦ سم
١٦ سم
ب ١٨سم
٢٠ سم
ج ١٢ سم
٦ سم

(٩) أوجد معادلة دائرة مركزها النقطة (٢، -٧) وتمر بالنقطة (١، ٣).

(١٠) أى الدائرتين الآتيتين متطابقتان؟ فسر إجابتك.

أ س^{٢} + ص^{٢} + ٤س - ٢ص - ٥ = ٠ ، س^{٢} + ص^{٢} + ٦س - ٤ = ٠

ب س^{٢} + ص^{٢} - ٤س + ٨ص = ٠ ، س^{٢} + ص^{٢} + ١٢ص + = ٠

أسئلة ذات إجابات طويلة:

(١١) احسب لأقرب رقم عشرى واحد حجم هرم خماسى منتظم، طول ضلع مضلع قاعدته ١٦سم، وارتفاعه ١٢سم.

(١٢) قطاع دائرى م أ ب طول نصف قطر دائرته ١٨سم وقياس زاويته المركزية ٦٠° طوى ولصق نصفا قطره؛ ليكون أكبر مساحة جانبية لمخروط قائم. أوجد حجم هذا المخروط.

(١٣) **فى الشكل المقابل**: النقط م ، ن ، ع تقع على محور السينات لمستوى إحداثى متعامد، ن نقطة الأصل. إذا كان م، ن، ع مراكز ثلاث دوائر أطوال أنصاف أقطارها هى ٥، ٩، ٦ من الوحدات على الترتيب، جـ ء = ٢ م أ = ٤ وحدات. أوجد الصورة العامة لمعادلة كل من الدوائر الثلاث.

ص
س
ء
جـ
ب
أ
ع
ن
م

(١٤) رصد طيار فى لحظة ما واديين يلتقيان فى نقطة، ويمر فوقهما شارع لايمر بنقطة تلاقيها. مثِّل هذا المشهد بالرسم، ثم حدد عدد المستويات المتكونة.

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية:

إذا لم تستطع حل السؤال رقم	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ارجع إلى	٣-٢	٣-٣	٣-٤	٣-١	٣-٣	٣-٤	٣-٤	٣-٣	مهارات عامة	٣-٤

PDF Compressor Pro

الوحدة الرابعة

الاحتمال

Probability

مقدمة الوحدة

مما لاشك فيه أن علمى الاحتمال والإحصاء هما فرع أساسى من فروع الرياضيات التطبيقية، فهما يرتبطان ارتباطا وثيقًا بمواد العلوم الأساسية من جهة وبين العلوم التطبيقية من جهة أخرى؛ لذا يعتبران جوهر وأساس من أساسيات العلم الحديث لدى ارتباطهما الوثيق بالحاسب الآلي، والاتصالات، والمال والأعمال، النشرة الجوية وحتى مباريات كرة القدم.

إن الاحتمالات هو علم رياضى يحاول تقنين الأمور الكيفية التى ترتبط بالتجارب العشوائية والاختبارات التى لايمكن التنبؤ بنتيجتها بشكل مؤكد قبل إجرائها (مثل إلقاء حجر نرد أو قطعة نقود، أى يمكننا القول إن علم التنبو بالنتيجة عند دراسة علم الاحتمالات كثيرًا ما نتعرض لمفاهيم كثيرة ، تبدأ بمفاهيم علم المجموعات (التقاطع والاتحاد والفرق والإكمال) ومن ثم يأتى مفهوم الاحتمال وحساب الاحتمال وسوف يستكمل الطالب دراسته لهذه المفاهيم فى هذه الوحدة من خلال أمثلة وتطبيقات حياتية متنوعة وذلك من خلال هذه الوحدة.

مخرجات الوحدة

بعد دراسة هذه الوحدة وتنفيذ الأنشطة فيها يتوقع من الطالب أن:

- يتعرف مفهوم التجربة العشوائية.
- يحل مسائل تطبيقية باستخدام مسلمات الاحتمال.
- يحل مشكلات حياتية باستخدام قوانين الاحتمال.
- يتعرف مفهوم فضاء العينة.
- يكتب فضاء العينة لبعض التجارب العشوائية.
- يتعرف مفهوم الحدث - الحدث البسيط - الحدث المؤكد - الحدث المستحيل.
- يتعرف مفهوم الأحداث المتنافية.
- يتعرف العمليات على الأحداث مثل (الاتحاد - التقاطع - الفرق - الإكمال).
- يتعرف مفهوم الاحتمال.
- يستخدم مسلمات الاحتمال.
- يستخدم مسلمات الاحتمال في حساب احتمال وقوع حدث.





مقدمة الوحدة

تمتد جذور علم الاحتمال إلى عصر النهضة من خلال دراسة العلماء لعلم الفلك وألعاب الحظ ومحاولات فهم وتحليل ظهور عناصر من بين مجموعة كبيرة من العناصر الأخرى والتى قام بها جيرولامو كاردانو(Gerolamo Cardano) فى القرن السادس عشر، و بيير دي فيرما، (Pierr de Fermat)، وبليز باسكال (Blaise Pascal) واللذان عاشا خلال القرن السابع عشر.

وفى سياق تطور علم الاحتمال وتقدمه، وإنطلاقا من القرن التاسع عشر ظهرت تعاريف عدة للاحتمال، منها ما هو بسيط، ويعتمد على الإدراك الحسى، ومنها ما يعتمد على التجربة وفكرة التكرار النسبى للحدث المراد اختياره من خلال تكرار التجربة عددا كبيرا من المرات تحت شروط ثابته. فالاحتمال مقياس لإمكانية وقوع حادث (Event) معين

و انطلاقًا من القرن التاسع عشر اكتشفت نظرية الاحتمالات التى تعتبر المساعد الأكبر للعمل الإحصائى، ويعتبر العالم لبلاس(Laplace) أحد مؤسسيها، كذلك العالم أدولف كوتيليت (Adolph Quteelet) الذي قدم أول عمل احصائى بطريقة علمية سنة ١٨٥٣ وابتداءً من ذلك الوقت بدأ الإحصاء والاحتمال يبرز كعلم له فائدته، وقيمته الكبيرة فى مختلف المجالات، كذلك فى البحوث العلمية فى كافة المجالات ، بل تعدى ذلك إلى إعطاء حسابات صحيحة يعتمد عليها فى التنبؤ فى قضايا مستقبلية . وفى هذه الوحدة نتناول بعض المفاهيم والتعاريف الأساسية فى الاحتمال وكيفية حسابه.



مخرجات التعلم

بعد دراسة هذه الوحدة وتنفيذ الأنشطة فيها يتوقع من الطالب أن:

- يتعرف مفهوم التجربة العشوائية.
- يتعرف مفهوم فضاء العينة.
- يكتب فضاء العينة لبعض التجارب العشوائية.
- يتعرف مفهوم الحدث - الحدث البسيط - الحدث المؤكد - الحدث المستحيل.
- يتعرف مفهوم الأحداث المتنافية.
- يتعرف العمليات على الأحداث مثل (الاتحاد - التقاطع - الفرق - الإكمال).
- يتعرف مفهوم الاحتمال.
- يستخدم مسلمات الاحتمال في حساب احتمال وقوع حد.
- يحل مسائل تطبيقية باستخدام مسلمات الاحتمال.
- يحل مشكلات حياتية باستخدام قوانين الاحتمال.

١٢٨

المصطلحات الأساسية

إحصاء Statistics	حدث بسيط (أولى) Simple Event
احتمال Probability	حدث مركب Compound Event
تجربة عشوائية Random Experiment	حدث مؤكد Certain Event
فضاء العينة – فضاء النواتج Sample space	حدث مستحيل Impossible Event
قطعة نقود Coin	العمليات على الأحداث Operation on the Events
حجر نرد Die	أحداث متنافية Mutually Exclusive Events
حدث Event	

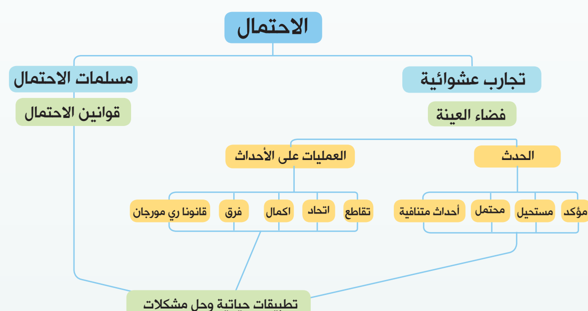
دروس الوحدة

الدرس (٤ - ١): حساب الاحتمال.

الأدوات والوسائل

- آلة حاسبة علمية Scientific calculator
- آلة حاسبة رسومية Graphical calculator
- برامج رسومية للحاسوب Graphical programs

مخطط تنظيمى للوحدة



١٢٩

الزمن المناسب لتدريس الوحدة

٥ حصص.

مهارات التفكير التى تنميها الوحدة

التفكير الناقد - التفكير الإبداعى - التفكير التحليلى - حل المشكلات.

الوسائل التعليمية المستخدمة

سبورة تعليمية - طباشير ملون (أقلام ملونة) حاسب آلى - جهاز عرض بيانات - برامج رسومية - آلة حاسبة.

طرق التدريس المقترحة

التعليم التعاونى - الاكتشاف الموجه - الطريقة الاستنباطية - العصف الذهنى - المناقشة - حل المشكلات.

طرق التقييم المقترحة

أسئلة شفهية وتحريرية فردية وجماعية قبل وأثناء وبعد الدرس أو الأنشطة المقترحة - تمارين عامة واختبار تراكمى فى نهاية الوحدة.

المخطط التنظيمى للوحدة:

يتناول المخطط التنظيمى لهذه الوحدة المفاهيم الخاصة بالاحتمال، وبخاصة التجارب العشوائية، والتى تشمل فضاء العينة والحدث والعمليات على الأحداث، ونتعرض لمسلمات الاحتمال وقوانينها.

PDF Compressor Pro

PDF Compressor Pro

حساب الاحتمال
Calculating Probability

خلفية

سبق أن درس الطالب بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية فى الأحتمال فى مراحل سابقة وسوف يستكمل تعميق هذه المفاهيم كل مشكلات حياتية تتطلب استخدام قوانين الأحتمال والتعرف على العمليات على الأحداث مثل (الأتحاد - التقاطع - الفرق - الإكمال)، وسوف يستخدم مسلمات الأحتمال فى حساب احتمال وقوع حدث ما.

مخرجات الدرس

بعد دراسة هذا الدرس، وتنفيذ الأنشطة فيه يتوقع من الطالب أن:

- يتعرف مفهوم التجربة العشوائية وفضاء العينة.
- يكتب فضاء العينة لبعض التجارب العشوائية الشهيرة (إلقاء قطعة نقود– إلقاء حجر نرد).
- يعرف مفهوم الحدث – الحدث البسيط – الحدث المؤكد – الحدث المستحيل – الأحداث المتنافية.

زمن تدريس الدرس:

- ٥ حصص.

مفردات اساسية

تجربة عشوائية - فضاء العينة (فضاء النواتج) - حدث بسيط (أولى) - حدث مركب - حدث مؤكد - حدث مستحيل - أحداث متنافية - تقاطع - اتحاد - فرق - ا كمال - احتمال حدث - مسلمات الأحتمال.

المواد التعليمية المستخدمة

- سبورة تعليمية – طباشير ملون – قطع نقود – حجر نرد – جهاز عرض بيانات – حاسب آلى مزود بالانترنت – برامج رسومية – آلة حاسبة.

طرق التدريس المقترحة:

العرض المباشر - المناقشة الشفهية - حل مشكلات.

مصادر التعلم:

كتاب الطالب من صفحة ١٣٠ إلى صفحة ١٥٣

الشبكة الدولية للمعلومات (الإنترنت).

٤ - ١

حساب الاحتمال
Calculating Probability

مقدمة :

سبق أن درست المفاهيم الأساسية للاحتمال بصورة مبسطة، وفى هذا الدرس سوف تستكمل دراسة هذه المفاهيم والعمليات على الأحداث فى حساب إحتمال وقوع حدث ما من خلال أمثلة وتطبيقات حياتية متنوعة.

مصطلحات ومفاهيم أساسية *Basic terms and concepts*

تعلم

التجربة العشوائية : xperiment ى Random

هى كل تجربة يمكن معرفة جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها، ولكن لانستطيع أن نحدد أيًّا من هذه النواتج سوف يتحقق عند إجرائها.

مثال

① بيِّن أيًّا من التجارب التالية تجربة عشوائية ؟

أ إلقاء حجر نرد منتظم وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى.

ب سحبت كرة ملونة من كيس به مجموعة من الكرات الملونة(دون أن نعرف ألوانها) وملاحظة لون الكرة المسحوبة.

ج إلقاء قطعة نقود معدنية وملاحظة ما يظهر على الوجه العلوى.

د سحب كرة من كيس به أربع كرات متماثلة فى الحجم والوزن، الأولى بيضاء، الثانية سوداء، الثالثة حمراء، الرابعة خضراء، وملاحظة لون الكرة المسحوبة.

الحل

التجارب (أ) ، (جـ)، (د) هى تجارب عشوائية؛ لأنه يمكن معرفة جميع نواتج كل منها قبل إجرائها ولكن لانستطيع أن نحدد أيًّا من هذه النواتج سوف يقع عند إجراء التجربة.

بينما تجربة (ب) هى تجربة غير عشوائية؛ لأنه لايمكن تحديد ناتج التجربة قبل إجرائها.

حاول أن تحل

① بيِّن أيًّا من التجارب الآتية هى تجربة عشوائية :

سوف تتعلم

- مفهوم التجربة العشوائية وفضاء العينة.
- مفهوم الحدث – الحدث البسيط – الحدث المؤكد – الحدث المستحيل .
- العمليات على الأحداث: الاتحاد – التقاطع – الفرق – الإكمال.
- الأحداث المتنافية .
- قانونا دي مورجان.
- مفهوم الاحتمال
- حساب الاحتمال
- مسلمات الاحتمال وتطبيقات حياتية على الاحتمال

المصطلحاتُ الأساسيّةُ

- تجربة عشوائية random experiment
- فضاء العينة sample space
- حدث event
- حدث بسيط simple event
- حدث مؤكد certain event
- حدث مستحيل impossible event
- أحداث متنافية mutually exclusive events
- الاحتمال probability
- مسلمات الاحتمال probability axioms

الأدوات والوسائل

آلة حاسبة.

١٣٠ تطبيقات الرياضيات – علمى

التهيئة:

يبدأ المعلم بطرح مواقف تتضمن اجراء تجربة من حياتنا العملية والتي تتسم بعدم اليقين مثل: ما فرص الفوز فى مباراة ما؟ ما احتمال أن تكون الآلة الحاسبة الجديدة التى يتم تصنيعها على خط الانتاج بها عيب؟

استنبط مع طلابك أمثلة من الحياة العملية تتضمن إجراء تجارب تتسم بعدم اليقينية ؟

ثم ابدأ معهم نشاط (١) مفهوم التجربة العشوائية .

ناقش طلابك فى الأسئلة المطروحة من خلال التجارب الثلاثة والتى لها عدد من النواتج الممكنة ، والتى لايمكن التأ كيد مسبقًا بنتيجة التجربة.

تأمل مع طلابك الأمثلة المعروضة ص ١٣٠ عن التجارب العشوائية، وناقش الطلاب حولها.

في بند تعلم ص (١٣٠):

¤ اكد إلى طلابك على مفهوم التجربة العشوائية وذلك من خلال بعض الأمثلة الأخرى التى تبين أى من التجارب عشوائية وأيها غير عشوائية وذلك باستخدام العصف الذهنى لدى الطلاب.

PDF Compressor Pro

أمثلة أخرى لتجارب عشوائية:

- سحب بطاقة عشوائيًا من بين ١٠ بطاقات تحمل الأرقام ١، ٢، ٣، ....، ١٠ وملاحظة العدد المكتوب على البطاقة.
- اختيار نقطة داخل دائرة طول نصف قطرها ٤سم وقياس بعدها عن مركز الدائرة.
- اختيار وسيلة مواصلات للانتقال بين ثلاث وسائل مواصلات متاحة.

أمثلة على تجارب غير عشوائية:

- سحب كرة من كيس يحتوى على كرات جميعها ملون باللون الأزرق.
- جمع العدد ٣ مع العدد ٦ وتسجيل ناتج الجمع.
- ضرب العدد ٤ بالعدد ١٢ وتسجيل ناتج الضرب.

التقييم المستمر (الحوار والمناقشة):

- اطلب إلى طلابك حل بند حاول أن تحل (١) صفحة (١٣١) وتابع وعزز إجاباتهم.

إجابات

(١) التجربتان (أ) ، (جـ) عشوائيتان لأنه يمكن معرفة جميع نواتج كل منهما قبل اجرائهما ولكن لانستطيع تحديد أياً من هذه النواتج سوف يقع عند اجراء التجربة ، بينما التجربة (ب) ، غير عشوائية لأنه لا يمكن تحديد ناتج التجربة قبل اجرائها.

في بند تعلم: ص (١٣١)

- ناقش طلابك مفهوم فضاء العينة (فضاء النواتج) لتجربة عشوائية على أنه مجموعة كل النواتج الممكنة لهذه التجربة ويرمز لها بالرمز ف كما يرمز لعدد عناصر فضاء العينة بالرمز ن(ف) حيث ف مجموعة منتهية.
- أكد على مفهوم فضاء العينة (فضاء النواتج) لبعض التجارب العشوائية الشهيرة ص ١٣٢
- وضح لطلابك كيفية رسم الشجرة البيانية والصورة الهندسية والصورة الجدولية أو القائمة لتحديد عناصر فضاء العينة فى صفحة (١٣٢) .

موضحًا إليهم أن جميع هذه الطرق توضح عناصر فضاء النواتج لإلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين وعلى الطالب اختيار الطريقة تناسبه فى معرفة ذلك.

(أ) إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع الصور والكتابات.
(ب) سحب بطاقة مرقمة من حقيبة تحتوى على مجموعة من البطاقات المرقمة (دون أن نعرف أرقامها) وملاحظة رقم البطاقة المسحوبة.
(جـ) سحب بطاقة واحدة من حقيبة بها ٢٠ بطاقة متماثلة مرقمة من ١ إلى ٢٠ وملاحظة العدد الذى يظهر على البطاقة المسحوبة.

تعلم

تعريف

فضاء العينة (فضاء النواتج) : *Sample space (outcomes space)*

- فضاء العينة لتجربة عشوائية هو مجموعة كل النواتج الممكنة لهذه التجربة، و يرمز له بالرمز (ف)

ملاحظة:

- يرمز لعدد عناصر فضاء العينة ف بالرمز ن (ف) .
- يكون فضاء العينة منتهيًا إذا كان عدد عناصره محدودًا، أو غير منتهٍ إذا كان عدد عناصره غير محدود ، وسندرس فقط فضاء النواتج المنتهي.

فضاء العينة لبعض التجارب العشوائية الشهيرة :

أولاً: إلقاء قطعة نقود : *Tossing a coin*

١- فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعة نقود مرة واحدة وملاحظة الوجه الظاهر هو: ف = { ص، ك}
حيث ص ترمز للصورة ، ك ترمز للكتابة
ويكون : ن(ف) = ٢

٢- فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين وملاحظة تتابع الصور والكتابات هو:
ف = { (ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك)}
ويكون : ن (ف) = ٢ × ٢ = ٤ = $٢^٢$

٣- فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية وملاحظة تتابع الصور والكتابات (يمكن الحصول عليه من الشجرة البيانية المقابلة هو:
ف = { (ص ، ص ، ص) ، (ك ، ك ، ك) ،
(ص ، ص ، ك) ، (ك ، ك ، ص) ،
(ص ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ك) ،
(ص ، ك ، ص) ، (ك ، ص ، ص)}
ويكون : ن(ف) = ٢ × ٢ × ٢ = ٨ = $٢^٣$

نواتج الرمية الأولى — نواتج الرمية الثانية — نواتج الرمية الثالثة

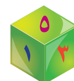
لاحظ من الأمثلة السابقة

١- عند رمى قطعة نقود م من المرات المتتالية يكون ن (ف) = $٢^م$ ٢- (ص، ك) ≠ (ك، ص) لماذا؟

٣- فضاء العينة لتجربة إلقاء قطعتى نقود متمايزتين (مختلفتين فى الشكل أو الحجم) معًا هو نفس فضاء العينة عند إلقاء قطعة نقود واحدة مرتين متتاليتين، و يكون كل ناتج من نواتج التجربة على الشكل الزوج المرتب:
(وجه القطعة الأولى ، وجه القطعة الثانية).



ثانيًا : إلقاء حجر نرد : *Tossing a die*



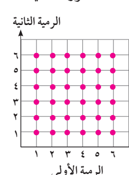
١- فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى هو :
ف = { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}   ويكون : ن (ف) = ٦

٢- فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الذى يظهر فى كل مرة على الوجه العلوى هو مجموعة الأزواج المرتبة التى مسقطها الأول هو ناتج الرمية الأولى، ومسقطها الثانى هو ناتج الرمية الثانية أى أن:
ف = { (س، ص) : س∈ { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}، ص∈ { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}} والأشكال التالية توضح ذلك .

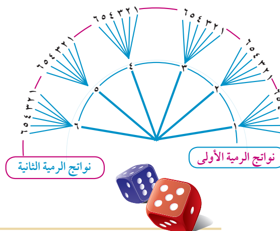
(أ) صورة جدولية :

الرمية الأولى / الثانية	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(١، ١)	(٢، ١)	(٣، ١)	(٤، ١)	(٥، ١)	(٦، ١)
٢	(١، ٢)	(٢، ٢)	(٣، ٢)	(٤، ٢)	(٥، ٢)	(٦، ٢)
٣	(١، ٣)	(٢، ٣)	(٣، ٣)	(٤، ٣)	(٥، ٣)	(٦، ٣)
٤	(١، ٤)	(٢، ٤)	(٣، ٤)	(٤، ٤)	(٥، ٤)	(٦، ٤)
٥	(١، ٥)	(٢، ٥)	(٣، ٥)	(٤، ٥)	(٥، ٥)	(٦، ٥)
٦	(١، ٦)	(٢، ٦)	(٣، ٦)	(٤، ٦)	(٥، ٦)	(٦، ٦)

(ب) صورة هندسية :



(جـ) الشجرة البيانية



لاحظ أن:

١- ن (ف) = ٦ × ٦ = ٣٦ = $٦^٢$
٢- ف = { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦} × { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، }
٣- فضاء العينة لتجربة إلقاء حجرى نرد متمايزين فى آن واحد (معًا)، هو نفس فضاء العينة لتجربة إلقاء حجر نرد واحد مرتين متتاليتين.

في بند تعلم :

- وضح لطلابك مفهوم الحدث كمجموعة جزئية من فضاء العينة ف، فإذا كان ا حدثًا من فضاء العينة ف فإن: ا ⊂ ف ويمكن تمثيله بشكل فن، ونقول إن الحدث ا قد وقع إذا كان ناتج التجربة العشوائية عنصرًا من عناصر ا. كذلك وضح إلى الطلاب مفهوم كل من الحدث البسيط، المؤكد، المستحيل مع التأكيد على مفهوم المجموعة وخصائصها.
- ناقش مع طلابك حل مثال (٣) صفحة (١٣٤) والذى يهدف إلى إتقان الطلاب التعبير عن الأحداث بلغة المجموعات.
- ويؤكد على مفهوم وقوع الحدث كما فى فقرات هذا المثال

التقييم المستمر: (المناقشة والحوار)

اطلب إلى طلابك حل ما ورد فى بند حاول أن تحل (٣) صفحة ١٣٤ كتاب الطالب وتابع إجاباتهم.

إجابات

∴ ف = { (ص، ص)، (ص ، ك، ص)، (ص، ك، ك)، (ك، ص، ص)، (ك، ص، ك)، (ك، ك)}

ا = { (ص ، ص) ، (ص، ك، ص) ، (ص، ك، ك) ، (ك، ص، ص) ، (ك، ص، ك)، (ك، ك) } = ف

ج = {(ص، ص) ، (ص، ك، ص)، (ك، ص، ص)}

باستخدام برنامج جيوجبرا مثل الحدث أ بسطح دائرة ملونة بالأزرق ، كذلك الحدث ب باللون الأصفر بينما مثل ف سطح مستطيل شفاف وبالتالى يمكنك تحريك الحدثين ا ، ب، داخل ف واجراء العمليات المذكورة فى بند تعلم ص ١٤٢ ، ص ١٤٣ كما يمكنك تغيير لون الأسطح الممثلة للأحداث حسب العملية وتناقش مع طلابك واطلب اليهم التعبير بلغة المجموعات عن كل من الأحداث التالية:

- وقوع ا أو ب أو كليهما معًا.
- عدم وقوع ا.
- وقوع ا فقط.
- وقوع ب فقط.
- وقوع ا فقط أو وقوع ب فقط.

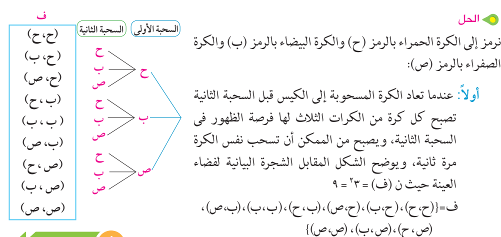
كذلك اطلب اليهم تمثيل المجموعات السابقة بأشكال فن وتناقش معهم واستخرج منهم الاجابات وعزز موقفهم بالتشجيع والثناء عليهم.

مثال

(٢) كيس به ثلاث كرات متماثلة الأولى حمراء، والثانية بيضاء، والثالثة صفراء . اكتب فضاء العينة إذا سحبت كرتان الواحدة بعد الآخرى مع إعادة الكرة المسحوبة قبل سحب الكرة الثانية (مع الإحلال) وملاحظة تتابع الألوان.

الحل

نرمز إلى الكرة الحمراء بالرمز (ح) والكرة البيضاء بالرمز (ب) والكرة الصفراء بالرمز (ص):



أولاً: عندما تعاد الكرة المسحوبة إلى الكيس قبل السحبة الثانية تصبح كل كرة من الكرات الثلاث لها فرصة الظهور فى السحبة الثانية، ويصبح من الممكن أن تسحب نفس الكرة مرة ثانية، ويوضح الشكل المقابل الشجرة البيانية لفضاء العينة حيث ن (ف) = ٣^٢ = ٩

ف={(ح،ح)، (ح،ب)، (ح،ص)، (ب ، ح)، (ب ، ب)، (ب،ص)، (ص ، ح)، (ص ، ب)، (ص،ص)}

أضف إلى معلوماتك

إذا سحبت الكرة دون إحلال، فهذا يعنى عدم إعادة الكرة إلى الكيس بعد سحبها، وبذلك لن يكون هناك فرص لظهورها فى السحبة الثانية.

حاول أن تحل

(٢) صندوق به ثلاث كرات متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٣ سُحِبَت كرتان الواحدة بعد الأخرى مع الإحلال وملاحظة رقم الكرة . اكتب فضاء العينة وبين عدد عناصره.

تعلم

تعريف **الحدث** *The event*

- الحدث هو أى مجموعة جزئية من فضاء العينة .

تعريف **الحدث البسيط (الحدث الأولى)** *The simple event*

- هو مجموعة جزئية من فضاء العينة تحتوى عنصرًا واحدًا فقط.

تعريف **الحدث المؤكد :** *The certain event*

هو الحدث الذى عناصره هى عناصر فضاء العينة ف
وهو حدث مؤكد الوقوع في كل مرة تجرى فيها التجربة

الحدث المستحيل *The impossible event*

هو الحدث الخالى من أى عنصر ويرمز له بالرمز ϕ
وهو حدث مستحيل أى يقع في أى مرة تجرى فيها التجربة

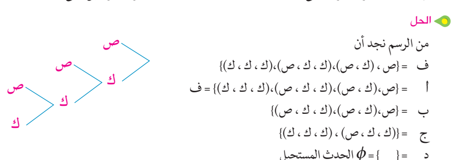
مثال

(٣) عند إلقاء قطعة نقود عدة مرات تتوقف التجربة عند ظهور صورة أو ٣ كتابات .
اكتب فضاء النواتج ف، ثم عين الأحداث الآتية:

ا "حدث ظهور صورة على الأكثر"
ب "حدث ظهور صورة على الأقل"
ج "حدث ظهور كتابتين على الأقل"
د "حدث ظهور صورتين على الأقل"

الحل

من الرسم نجد أن



ف = {ص ، (ك ، ص)، (ك ، ك ، ص)، (ك ، ك ، ك)}
ا = {ص، (ك ، ص)، (ك ، ك ، ص)، (ك ، ك ، ك)} = ف
ب = {ص، (ك ، ص)، (ك ، ك ، ص)}
ج = {(ك ، ك ، ص) ، (ك ، ك ، ك)}
د = { } = ϕ الحدث المستحيل

حاول أن تحل

(٣) عند إلقاء قطعة نقود عدة مرات تتوقف التجربة عند ظهور صورتين أو كتابتين.
اكتب فضاء النواتج ثم عين الأحداث الآتية:

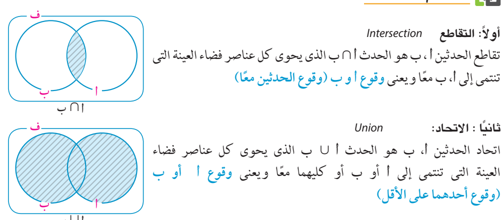
ا "حدث ظهور صورة على الأقل"
ب "حدث ظهور كتابتين على الأكثر"
ج "حدث ظهور كتابة على الأكثر"

العمليات على الأحداث *Operation of the events*

تعلم

أولاً: التقاطع *Intersection*

تقاطع الحدثين ا ، ب هو الحدث ا ∩ ب الذى يحوى كل عناصر فضاء العينة التى تنتمى إلى ا، ب معًا ويعنى وقوع ا و ب (وقوع الحدثين معًا)



ثانيًا : الاتحاد: *Union*

اتحاد الحدثين ا، ب هو الحدث ا ∪ ب الذى يحوى كل عناصر فضاء العينة التى تنتمى إلى ا أو ب أو كليهما معًا ويعنى وقوع ا أو ب (وقوع أحدهما على الأقل)

- اطلب إلى طلابك تمثيل الحدث: (عدم وقوع أى من الحدثين أ أو ب) كتابته بلغة المجموعات كذلك تمثيل الحدث (عدم وقوع أ وعدم وقوع ب) وكتابته إلى لغة المجموعات واطلب اليهم تدوين ملاحظاتهم من الشكلين؟ وماذا يستنتجون؟ كذلك اطلب اليهم نفس الشيء في القاعدة الثانية لدى مرجان وأكد على صحة كتابة الحدث من التعبير اللفظى إلى لغة المجموعات وتناقش مع طلابك في حل السؤال وشجعهم على الاجابة وتابع اجاباتهم.

في بند تعلم ص(١٣٥):

- أشر إلى الطلاب بأن الحدثين أ، ب يكونان متنافيان إذا كان وقوع أحدهما ينفى وقوع الأخر ثم أعط لهم بعض الأمثلة التى توضح ذلك واطلب إليهم ذكر أمثلة أخرى كعصف ذهنى لدى الطلاب.
- استخدم بعض الأمثلة من المجموعات التى سبق أن درسها الطلاب لتوضيح هذا المفهوم.
- ناقش مع طلابك حل مثال (٤) واكد على أن إذا كان ا ∩ ب = ϕ كما يتضح من الشكل الهندسى فإن أ ، ب حدثان متنافيان واطلب اليهم حل ماورد في بند حاول أن تحل (٤) وتابع إجاباتهم.

التقييم المستمر: (المناقشة والحوار)

- ناقش مع طلابك إجابات بند حاول أن تحل ص (١٣٦) وتوصل معهم إلى الإجابات الصحيحة.

إجابة حاول أن تحل (٤)

ج = {(١، ٤)، (٢، ٣)، (٣، ٢)، (٤، ١)}

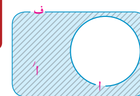
د = {(١، ٢)، (٢، ١)، (٣، ٦)، (٤، ٢)، (٦، ٣)، (٢، ٤)}

ج ∩ د = ϕ

ج، د متنافيان

- أكد على أنه إذا كان ا ∩ ب = ϕ فإن ا ، ب متنافيان و بالعكس:
إذا كان ا ، ب حدثين متنافيين فإن ا ∩ ب = ϕ

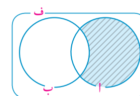
ثالثًا : الإكمال *Completion*



الحدث أَ يسمى الحدث المكمل للحدث ا ، لذلك أَ يحوى كل عناصر فضاء العينة التى لاتنتمى إلى الحدث ا ، و يعنى عدم وقوع الحدث ا .

لاحظ : ا ∪ أَ = ف ، ا ∩ أَ = ϕ

رابعًا: الفرق *Difference*



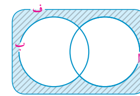
الحدث ا - ب يحوى كل عناصر الفضاء التى تنتمى إلى ا، ولا تنتمى إلى ب وهى أيضًا نفس عناصر ا ∩ بَ

و يعنى وقوع ا وعدم وقوع ب (وقوع ا فقط)

ا - ب = ا ∩ بَ = ا - (ا ∩ ب)

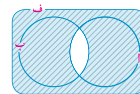
خامسًا: قانونا دى مورجان

إذا كان ا ، ب حدثين من ف فإن :



(أولًا) أَ ∩ بَ = (ا ∪ ب)َ

وتعنى حدث (عدم وقوع أى من الحدثين) أو (عدم وقوع ا وعدم وقوع ب)



(ثانيًا) أَ ∪ بَ = (ا ∩ ب)َ

و تعني حدث "عدم وقوع الحدثين معًا" أو حدث "وقوع أحد الحدثين على الأكثر."

تعلم

الأحداث المتنافية *Mutually exclusive events*

يقال لحدثين ا ، ب أنهما متنافيان إذا كان وقوع أحدهما ينفى (يمنع) وقوع الآخر.

فمثلاً: ١- إذا كان ا" حدث النجاح فى امتحان ما" ، ب" حدث الرسوب فى نفس الامتحان" فإن وقوع أحدهما ينفى وقوع الآخر.

٢- فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فإن

ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

إذا كان ا حدث ظهور عدد فردى أى : ا = {١، ٣، ٥}

ب حدث ظهور عدد زوجى أى : ب = {٣، ٤، ٦}

فإن ا ∩ ب = ϕ أى وقوع أحدهما ينفى وقوع الآخر .

تعريف
- يقال: إن الحدثين ا ، ب متنافيان إذا كان ا ∩ ب = ϕ
- يقال لعدة أحداث أنها متنافية إذًا وفقط إذا كانت متنافية مثنى مثنى.

لاحظ :

١- إذا كان ا ∩ ب = ϕ فإن ا ، ب حدثان متنافيان.
و إذا كانت ا ، ب ، ج ثلاثة أحداث من ف وكان : ا ∩ ب = ϕ ، ب ∩ ج = ϕ ، ج ∩ ا = ϕ
فإن: ا ، ب، ج أحداث متنافية والعكس صحيح.

٢- الأحداث البسيطة (الأولية) فى أى تجربة عشوائية تكون متنافية.

٣- أى حدث ا ومكمله اَ هما حدثان متنافيان.

مثال

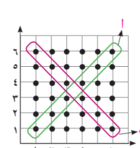
٤ فى تجربة إلقاء حجرى نرد متمايزين وملاحظة العددين الظاهرين على الوجهين العلويين لها.

أولاً: مثل فضاء العينة هندسيًا واكتب كلًا من الحدثين الآتيين.

الحدث أ " ظهور نفس العدد على الوجهين" الحدث ب " ظهور عددين مجموعهما ٧".

ثانيًا : هل الحدثان ا ، ب متنافيان ؟ فسر إجابتك .

الحل



أولاً : عناصر فضاء العينة لهذه التجربة هى أزواج مرتبة عددها = $٦^٢$ = ٣٦

الشكل المقابل هو التمثيل الهندسى لفضاء العينة؛ حيث كل عنصر من عناصر فضاء العينة يمثل بنقطة كما فى الشكل .

ا = {(١، ١)، (٢، ٢)، (٣، ٣)، (٤، ٤) ، (٥، ٥) ، (٦، ٦)}

ب = {(١، ٦) ، (٢، ٥)، (٣، ٤) ، (٤، ٣) ، (٥، ٢) ، (٦، ١)}

ثانيًا: ∵ ا ∩ ب = ϕ ∴ ا ، ب حدثان متنافيان

حاول أن تحل

٤ فى المثال السابق اكتب كلًا من الحدثين الآتيين :

ج حدث " ظهور عددين مجموعهما يساوى ٥" د حدث " ظهور عددين أحدهما ضعف الآخر"

هل الحدثان ج، د متنافيان ؟ فسر إجابتك.

الاحتمال *Propability*

تعلم

حساب الاحتمال :

إذا كان ف فضاء النواتج لتجربة عشوائية ما، جميع نواتجها (الأحداث الأولية) متساوية الإمكانات، فإن احتمال وقوع أى حدث ا ⊂ ف يرمز له بالرمز ل (ا) حيث :

$$ل(ا) = \frac{ن(ا)}{ن(ف)} = \frac{\text{عدد النواتج التى تؤدى إلى وقوع الحدث ا}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$$

PDF Compressor Pro

في بند فكر ص(١٣٧):

⌑ وضح إلى الطلاب بأن يمكن إيجاد احتمال حدث أن تكون الكرة ليست خضراء بمفهوم الحدث المكمل كالآتي:

ل (ليست خضراء) = ١ - ل (الكرة خضراء)

= ١ - $\frac{٣}{١٠}$ = $\frac{٧}{١٠}$ = ٠,٧

التقييم المستمر (المناقشة والحوار)

ناقش مع طلابك ما ورد في بند حاول أن تحل وتوصل معهم إلى الإجابات الصحيحة.

حلول كاملة :

(٥) ص١٣٧

ل(د) = $\frac{٢ + ٥}{١٠}$ = ٠,٧ ، ل(هـ) = ل(ف) = ١

يمكنك استخدام المثال السابق (أو أي مثال آخر) في توضيح مسلمات الاحتمال وأن ل(ϕ) = صفر ، ل(ف) = ١ لذلك فإن احتمال أن حدث ا ⊃ ف يكون: ٠ ≤ ل (ا) ≤ ١

و إذا كان ا ⊃ ف ، ب ⊃ ف حيث ا ، ب حدثين متنافيين فإن ل(ا ∪ ب) = ل(ا) + ل(ب) ومن هذه المسلمة إلى تعميمها مؤكدًا على الملاحظات ص ١٥١

⌑ وضح أنه لأى حدثين ا ، ب من ف يكون:

ل (ا ∪ ب) = ل(ا) + ل(ب) - ل(ا ∩ ب) ،

ل(ا - ب) = ل(ا) - ل (ا ∩ ب) وليس بالضرورة ا، ب متنافيان

ناقش طلابك في حل مثال (٢) واكد على العمليات الحسابية لحساب الاحتمال وأن الاحتمال لأي حدث ا يكون ل(ا) ∈ [٠ ، ١]

(٦) ص١٣٨

ل(ب´) = ١ - ل (ب) = ١ - $\frac{٣}{٤}$ = $\frac{١}{٤}$

ل(ب - ا) = ل(ب) = ل (ا ∩ ب) = $\frac{٣}{٤}$ - $\frac{١}{٤}$ = $\frac{١}{٢}$

ل (ا´ ∪ ب´) = ل (ا ∩ ب)´ = ١ - ل (ا ∩ ب) = ١ - $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٣}{٤}$

حساب الاحتمال ٤ - ١

مثال

(٥) سحبت كرة عشوائيًا من صندوق به ١٠ كرات متماثلة منها ٥ كرات بيضاء، كرتان لونهما أحمر ، الباقي باللون الأخضر ، احسب احتمال الأحداث الآتية:

أ حدث أن تكون الكرة المسحوبة حمراء.

ب حدث أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو خضراء.

ج حدث أن تكون الكرة ليست خضراء.

الحل

احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء = ل (ا) = $\frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{عدد جميع الكرات}}$ = $\frac{٢}{١٠}$ = ٠,٢

احتمال أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو خضراء = $\frac{\text{عدد الكرات الحمراء + عدد الكرات الخضراء}}{\text{عدد جميع النواتج الممكنة}}$

= $\frac{٢ + ٣}{١٠}$ = $\frac{٥}{١٠}$ = ٠,٥

احتمال أن تكون الكرة ليست خضراء = ل(ج)

= احتمال أن تكون الكرة حمراء أو بيضاء = $\frac{٢ + ٥}{١٠}$ = ٠,٧

فكر: هل يمكن الحصول على ل (ج) بطريقة أخرى؟ وضح ذلك.

حاول أن تحل

(٥) في المثال السابق احسب الاحتمالات الآتية :

د حدث أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو بيضاء.

هـ حدث أن تكون الكرة المسحوبة حمراء أو بيضاء أو خضراء .

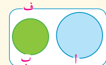
تعلم

مسلمات الاحتمال *Axioms of probability*

١- لكل حدث ا ⊃ ف يوجد عدد حقيقي يسمى احتمال الحدث ا يرمز له بالرمز ل(ا)
حيث : ٠ ≤ ل (ا) ≤ ١

٢- ل (ف) = ١

٣- إذا كان ا ⊃ ف، ب ⊃ ف
وكان ا ، ب حدثين متنافيين فإن : ل (ا ∪ ب) = ل(ا) + ل (ب)



من المسلمات السابقة نلاحظ :

المسلمة الأولى تعني احتمال وقوع أي حدث هو عدد حقيقي ينتمي للفترة [٠ ، ١]

المسلمة الثانية تعني أن احتمال وقوع الحدث المؤكد = ١

يمكن تعميم المسلمة الثالثة إلى أي عدد محدود من الأحداث المتنافية

ل($ا_١$ ∪ $ا_٢$ ∪ $ا_٣$ ∪ ... ∪ $ا_ن$) = ل($ا_١$) + ل($ا_٢$)+ل($ا_٣$) + ...+ ل($ا_ن$)

حيث $ا_١$، $ا_٢$، $ا_٣$ ، ... ،$ا_ن$ أحداث متنافية

نتائج هامة

(١) ل (ϕ) = ٠

(٢) ل (ا´) = ١ - ل(ا)

(٣) ل (ا -ب) = ل(ا) - ل (ا ∩ ب)

(٤) ل(ا∪ب) = ل(ا) + ل (ب) - ل (ا ∩ ب)

أضف إلى معلوماتك
إذا كان ا ⊃ ب
فإن ل(ا) ≤ ل(ب)

مثال

(٦) إذا كان ا ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية حيث :
ل(ا) = $\frac{٣}{٨}$ ، ل(ب) = $\frac{٣}{٤}$ ، ل (ا ∩ ب) = $\frac{١}{٤}$ احسب :

أ ل (ا ∪ ب) ب ل(ا´) ج ل (ا - ب) د ل (ا´ ∩ ب´)

الحل

أ ل (ا ∪ ب) = ل(ا) + ل (ب) - ل (ا ∩ب) = $\frac{٣}{٨}$ + $\frac{٣}{٤}$ - $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٧}{٨}$

ب ل (ا´) = ١ - ل (ا) = ١ - $\frac{٣}{٨}$ = $\frac{٥}{٨}$

ج ل (ا - ب) = ل (ا) - ل (ا ∩ ب) = $\frac{٣}{٨}$ - $\frac{١}{٤}$ = $\frac{١}{٨}$

د ل (ا´ ∩ ب´) = ل (ا ∪ ب)´ = ١ - ل (ا ∪ ب) = ١ - $\frac{٧}{٨}$ = $\frac{١}{٨}$

حاول أن تحل

(٦) في المثال السابق احسب الاحتمالات الآتية :

أ ل (ب´) ب ل(ب - ا) ج ل (ا´ ∪ ب´)

مثال

(٧) إذا كان ا ، ب حدثين من فضاء تجربة عشوائية ف وكان ل(ا) = $\frac{٥}{٨}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (ا -ب) = $\frac{٣}{٨}$ فأوجد :

أ ل (ا ∩ ب) ب ل(ا ∪ ب) ج ل (ا´ ∩ ب´) د ل (ا´ ∪ ب)

الحل

أ ل (ا ∩ ب) = ل (ا) - ل (ا -ب) = $\frac{٥}{٨}$ - $\frac{٣}{٨}$ = $\frac{٢}{٨}$ = $\frac{١}{٤}$

ب ل(ا ∪ ب) = ل (ا) + ل(ب) - ل (ا ∩ ب) = $\frac{٥}{٨}$ + $\frac{١}{٢}$ - $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٧}{٨}$

ج ل (ا´ ∩ ب´) = ل (ا ∪ ب)´ = ١ - ل(ا ∪ ب) = ١ - $\frac{٧}{٨}$ = $\frac{١}{٨}$

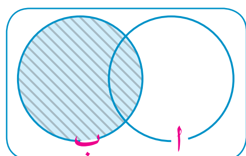
د ل (ا´ ∪ ب) = ل (ا ∩ ب´)´ = ١ - ل (ا ∩ ب´) = ١ - ل (ا - ب)

= ١ - $\frac{٣}{٨}$ = $\frac{٥}{٨}$

في بند فكر:

(١) من شكل فن المقابل نجد أن:

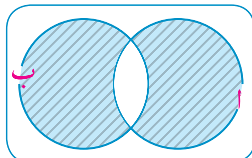
ل (أَ ∪ ب) = ١ - ل(ب - أ)



(٢) احتمال وقوع أحد الحدثين فقط بطريقة أخرى

= ل(أ - ب) + ل(ب - أ)

وشكل فن المقابل يوضح ذلك.



التقييم المستمر (المناقشة والحوار)

¤ ناقش مع طلابك ما ورد فى بند حاول أن تحل وتوصل معهم إلى الإجابات الصحيحة.

إجابات :

(٧)

أ ل(أَ) = ١ - $\frac{٥}{٨}$ = $\frac{٣}{٨}$

ب ل(أَ ∪ بَ) = ل(أ ∩ ب)َ قانون دى مورجان

= ١ - ل (أ ∩ ب) = ١ - $\frac{١}{٤}$ = $\frac{٣}{٤}$

جـ ل(ب ∩ أَ) = ل(ب) - ل(أ ∩ ب)

= $\frac{١}{٢}$ - $\frac{١}{٤}$ = $\frac{١}{٤}$

(٨) ل(أ ∪ ب)َ = ١ - ل(أ ∪ ب)

∴ ٠,١ = ١ - ل(أ ∪ ب)

∴ ل(أ ∪ ب) = ٠,٩

أ ل(أ ∪ ب) = ٠,٩

ب ل(أ - ب) = ٠,٣

جـ ل(أ ∪ ب) - ل(أ ∩ ب) = ١ - ٠,٥ = ٠,٥

(٩)

أ عندما أ ، ب متنافيان ل(أ) = $\frac{٢}{٥}$

ب عندما ب ⊂ أ

ل(أ) = $\frac{١}{٣}$

التفكير الناقد:

¤ ناقش طلابك فيما ورد فى التفكير الناقد واكد على أن ل(أ) ∈ [٠، ١]

فكر : هل يمكنك إيجاد ل (أَ ∪ ب) بطريقة أخرى ؟ وضح ذلك

حاول أن تحل

(٧) فى المثال السابق أوجد :

أ ل (أَ)   ب ل (أَ ∪ بَ)   جـ ل (ب ∩ أَ)

مثال

(٨) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ف، وكان ل(أَ) = $\frac{١}{٣}$ ل(أ) ، ل(ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل (أَ ∪ بَ) = $\frac{٥}{٨}$ فأوجد :

أ احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل.   ب احتمال وقوع أحد الحدثين على الأكثر.

جـ احتمال وقوع الحدث ب فقط.   د احتمال وقوع أحد الحدثين فقط.

الحل

∵ ل (أَ ∪ بَ) = $\frac{٥}{٨}$ ∴ ل (أ ∩ ب)َ = ١ - ل (أ ∩ ب) = $\frac{٥}{٨}$ ∴ ل (أ ∩ ب) = $\frac{٣}{٨}$

∵ ل (أَ) = $\frac{١}{٣}$ ل(أ)   ∴ ١ - ل (أ) = $\frac{١}{٣}$ ل(أ)   ∴ $\frac{٤}{٣}$ ل(أ) = ١   ∴ ل(أ) = $\frac{٣}{٤}$

أ احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل = ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل(ب) - ل (أ ∩ ب) = $\frac{٣}{٤}$ + $\frac{١}{٢}$ - $\frac{٣}{٨}$ = $\frac{٧}{٨}$

ب احتمال وقوع أحد الحدثين على الأكثر= ل (أ ∩ ب)َ = ل (أَ ∪ بَ) = $\frac{٥}{٨}$

جـ احتمال وقوع الحدث ب فقط= ل (ب - أ) = ل(ب) - ل (أ ∩ ب) = $\frac{١}{٢}$ - $\frac{٣}{٨}$ = $\frac{١}{٨}$

د احتمال وقوع أحد الحدثين فقط = ل (أ ∪ ب) - ل (أ ∩ ب) = $\frac{٧}{٨}$ - $\frac{٣}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

فكر: هل يمكنك إيجاد احتمال وقوع أحد الحدثين فقط بطريقة أخرى؟ وضح ذلك.

حاول أن تحل

(٨) إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة لتجربة عشوائية وكان ل (أ) = ٠,٨ ، ل(ب) = ٠,٦ ، ل (أ ∪ ب)َ = ٠,١

فاحسب احتمال الأحداث الآتية :

أ حدث "وقوع أحد الحدثين على الأقل"   ب حدث" وقوع أ فقط"

جـ حدث " وقوع أحد الحدثين فقط"   د حدث " وقوع أحد الحدثين على الأكثر"

مثال

(٩) أ ، ب حدثان من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، حيث :

ل (ب) = ٣ ل (أ) ، ل (أ ∪ ب)= ٠,٧٢ أوجد ل (أ) ، ل (ب)

أولًا: إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين .

ثانيًا: إذا كان أ ⊂ ب

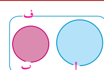
الحل

بفرض أن ل (أ) = س   ∴ ل (ب) = ٣ س

أولًا: ∵ أ ، ب حدثان متنافيان.

∴ ل (أ ∪ ب) = ل (أ) + ل (ب)   فيكون : ٠,٧٢ = ٣ س + س

∴ س = ٠,١٨ ، ل (أ) = ٠,١٨ ، ل (ب) = ٠,٥٤



ثانيًا: ∵ أ ⊂ ب   ∴ أ ∪ ب = ب

ل (أ ∪ ب) = ل (ب) = ٣س = ٠,٧٢

∴ ل (أ) = ٠,٢٤ ، ل (ب) = ٠,٧٢

حاول أن تحل

(٩) أ ، ب حدثان من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، حيث :

ل(ب) = $\frac{١}{٥}$ ، ل (أ ∪ ب) = $\frac{١}{٣}$ أوجد ل (أ)

أ إذا كان أ ، ب حدثين متنافيين.   ب إذا كان ب ⊂ أ

تفكير ناقد:

بيِّن كيف يمكن حساب ل (أ) إذا كان أ ⊂ ف ، ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ، إذا كان: $\frac{ل (أَ)}{ل (أ)}$ = $\frac{٣}{٧}$

حاول أن تحل

(١٠) إذا كان ف فضاء عينة لتجربة عشوائية حيث ف = { أ ، ب ، ج} ، وكان $\frac{ل (أَ)}{ل (أ)}$ = $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{ل (بَ)}{ل (ب)}$ = $\frac{٥}{٢}$ ،

أوجد ل(ج)

مثال

(١٠) **الربط بالبيئة المدرسية:** إذا كان احتمال نجاح طالب فى امتحان الفيزياء يساوى ٠,٨٥، واحتمال نجاحه فى امتحان الرياضيات ٠,٩ واحتمال نجاحه فى الامتحانين معًا ٠,٨ أوجد احتمال :

أ نجاح الطالب فى أحد الامتحانين على الأقل.   ب نجاح الطالب فى امتحان الرياضيات فقط.

جـ عدم نجاح الطالب فى الامتحانين معًا.

الحل

ليكن أ حدث نجاح الطالب فى امتحان الفيزياء ، ب حدث نجاح الطالب فى الرياضيات

فيكون : ل (أ) = ٠,٨٥ ، ل (ب) = ٠,٩ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,٨

أ احتمال نجاح الطالب فى أحد الامتحانين على الأقل = ل (أ ∪ ب)

∴ ل (أ ∪ ب)= ل (أ) + ل (ب) - ل (أ ∩ ب) = ٠,٨٥ + ٠,٩ - ٠,٨ = ٠,٩٥

ب احتمال نجاح الطالب فى امتحان الرياضيات فقط يعنى احتمال نجاحه فى امتحان الرياضيات وعدم نجاحه فى امتحان الفيزياء أى ل (ب - أ)

PDF Compressor Pro

التقييم المستمر (المناقشة والحوار)

ناقش مع طلابك ما ورد فى بند حاول أن تحل وتفكير ناقد وتوصل معهم إلى الإجابات الصحيحة.

(١١) حاول أن تحل ص١٤١ :

أ ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ ∩ ب) = ٠,٧٥ - ٠,٥ = ٠,٢٥

ب ل(أ ∪ ب) = ٠,٧٥ + ٠,٦ - ٠,٥ = ٠,٨٥

تفكير ناقد:

خطأ: لأن حسب تصريحاته فإن:

ل(أ ∪ ب) = ٠,٧ + ٠,٩ - ٠,٥ = ١,١ ∌ [٠ ، ١]

(١٢) ل(أ) = $\frac{١}{٦}$ ، ل(ب) = $\frac{٩}{٣٦}$ = $\frac{١}{٤}$

إجابات

(١٣) (أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) $\frac{١}{٢}$ (د) $\frac{٧}{٨}$ (هـ) صفر

(١٤) (أ) $\frac{٥}{٨}$ (ب) صفر (جـ) $\frac{٧}{٤٠}$ (د) $\frac{٢}{٥}$

تمارين إثرائية :

صمم حجر نرد بحيث يكون وجهان متقابلان يحملان العدد ١ ووجهان متقابلان يحملان العدد ٢ ووجهان متقابلان يحملان العدد ٣، ألقى هذا الحجر مرتين متتاليتين ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى فى المرتين أحسب احتمال:

أ - أن يكون مجموع العددين عددًا أوليًا $\frac{٥}{٩}$

ب - أن يكون مجموع العددين أقل من ٣ $\frac{١}{٩}$

جـ -أن يكون المجموع على الأكثر ٤. $\frac{٢}{٣}$

إرشادات للدراسة

⌑ اطلب إلى طلابك حل التمرين السابق في حالة إذا ألقى هذا الحجر مرتين متتاليتين ولوحظ مجموع العددين على الوجه العلوى فى المرتين ا كتب فضاء النواتج ثم أوجد الاحتمال فى أ ، ب، جـ مع متابعة إجاباتهم والتأ كيد على اختلاف فضاء النواتج فى الحالتين كذلك فى عددها وقيم الاحتمال.

أخطاء شائعة:

١ - في تجربة سحب كرة من كيس به ١٠ كرات متماثلة الوزن والحجم منها ٥ حمراء ، ٣ بيضاء ، ٢سوداء من الخطأ اعتبار أن:

ف = {ح، ب، س} ، ن (ف) = ٣

حيث ح تعنى أحمر ، ب أبيض ، س أسود ولكن الصحيح:

ف = {ح ح ح ح ح ، ب ب ب ، س س }، ن (ف) = ١٠

٢ - الخلط فى بعض مفاهيم الأحداث عند كتابتها من الصورة اللفظية إلى الصورة الجبرية ؛باستخدام رموز العمليات على الأحداث) وهنا يفضل استخدام أشكال ڤن كوسيلة

حساب الاحتمال ٤ - ١

∴ ل (ب - أ) = ل (ب) - ل (ب ∩ أ) = ٠,٩ - ٠,٨ = ٠,١

ج حدث عدم نجاح الطالب فى الامتحانين معًا = (أ ∩ ب)´ وهو حدث مكمل للحدث (أ ∩ ب)

∴ ل(أ ∩ ب)´= ١ - ل (أ ∩ ب) = ١ - ٠,٨ = ٠,٢

تطبيقات حياتية:

حاول أن تحل

(١١) للحصول على وظيفة فى إحدى الشركات يتقدم الشخص لاختبارين ، أحدهما نظرى، والآخر عملى، إذا كان احتمال النجاح فى الاختبار النظرى ٠,٧٥ واحتمال نجاحه فى الاختبار العملى ٠,٦ واحتمال النجاح فى الاختبارين معًا ٠,٥ فإذا تقدم شخص ما للحصول على هذه الوظيفة لأول مرة أوجد احتمال :

أ نجاحه فى الاختبار النظرى فقط. ب نجاحه فى أحد الاختبارين على الأقل .

تفكير ناقد:

الربط بالرياضة: صرح مدرب أحد الفرق الرياضية أثناء لقاء صحفى معه بأن احتمال فوز فريقه فى مباراة الذهاب ٠,٧ ، واحتمال فوز فريقه فى مباراة الإياب ٠,٩ ، وأن احتمال فوزه فى المباراتين معًا ٠,٥ هل يتفق ما صرح به مدرب الفريق مع مفهوم الاحتمال ؟ فسر إجابتك.

مثال

(١١) ألقى حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى فى كل مرة ، احسب احتمال:

أولاً: أ حدث أن يكون "مجموع العددين الظاهرين أقل من أو يساوى ٤"

ثانيًا: ب حدث أن يكون " أحد العددين ضعف الآخر"

ثالثًا: ج حدث أن يكون "الفرق المطلق للعددين يساوى ٢"

رابعًا: د حدث أن يكون " مجموع العددين أكبر من ١٢ "

الحل

ن(ف) = ٣٦

أولاً: أ = {(١، ١)، (١ ، ٢) ، (١، ٣)، (٢، ١)، (٢، ٢)، (٣، ١) } ∴ ن (أ) = ٦، ∴ل (أ) = $\frac{٦}{٣٦}$ = $\frac{١}{٦}$

ثانيًا: ب = { (١ ، ٢)، (٢، ١)، (٢، ٤)، (٤، ٢)، (٣، ٦) ، (٦، ٣)} ∴ ن (ب) = ٦ ∴ل (ب) = $\frac{٦}{٣٦}$ = $\frac{١}{٦}$

ثالثًا: ج = {(١، ٣)، (٣، ١)، (٢، ٤)، (٤، ٢)، (٣، ٥)، (٥، ٣) ، (٤، ٦) ، (٦، ٤)} ∴ ل(ج) = $\frac{٨}{٣٦}$ = $\frac{٢}{٩}$

رابعًا: حيث إنه لايمكن أن يظهر عددان مجموعهما أكبر من ١٢، ∴ د = ϕ ، ل (د) = صفر

حاول أن تحل

(١٢) فى المثال السابق احسب احتمال الأحداث الآتية :

أولاً: أ حدث " العددان الظاهران متساويان "

ثانيًا: ب حدث " العدد فى الرمية الأولى فردي وفى الرمية الثانية زوجي"

١٤١ كتاب الطالب - الصف الثانى الثانوى

الوحدة الرابعة: الاحتمال

مثال

(١٢) ألقيت قطعة نقود منتظمة ثلاث مرات متتالية، ولوحظ تتابع الصور والكتابات احسب احتمالات الأحداث الآتية :

أولاً: أ حدث ظهور صورة واحدة فقط.

ثانيًا: ب حدث ظهور صورتين على الأقل.

ثالثًا: ج حدث ظهور صورتين بالضبط.

الحل

ف = { (ص، ص، ص)، (ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ص، ك، ك) ، (ك، ص، ص)، (ك، ص، ك) ، (ك، ك، ص)، (ك، ك، ك)}،

ن (ف) = ٨

أولاً: ∵ أ حدث ظهور صورة واحدة فقط .

∴ أ = { (ص، ك، ك) ، (ك، ص، ك)، (ك، ك، ص)} ،

∵ ن(أ) = ٣ ∴ ل (أ) = $\frac{٣}{٨}$

ثانيًا : ∵ ب حدث ظهور صورتين على الأقل، أى إما صورتان أو ثلاث صور

∴ ب = { (ص، ص، ك) ، (ص، ك، ص)، (ك، ص، ص)، (ص، ص، ص)}

∵ ن (ب) = ٤ ∴ ل (ب) = $\frac{٤}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

ثالثًا: ∵ ج حدث ظهور صورتين بالضبط

∴ ج = { (ص، ص، ك)، (ص، ك، ص)، (ك، ص، ص)} ∵ ن (ج) = ٣ ∴ ل (ج) = $\frac{٣}{٨}$

حاول أن تحل

(١٣) فى المثال السابق احسب الاحتمالات الآتية :

أولاً : أ حدث ظهورنفس الوجه في الرميات الثلاث ثانيًا : ب حدث ظهور صورة على الأكثر.

ثالثًا: ج حدث ظهور عدد فردى من الصور رابعًا: د حدث ظهور كتابة على الأقل.

خامسًا: هـ حدث ظهور عدد من الصور يساوى نفس العدد من الكتابات.

مثال

(١٣) الارتباط بالمجتمع: فى أحد المؤتمرات حضر ٢٠٠ شخص من جنسيات مختلفة، وبياناتهم موضحة بالجدول التالى :

	يتحدث العربية	يتحدث الإنجليزية	يتحدث الفرنسية	المجموع
رجل	٥٠	٤٥	٢٥	١٢٠
امرأة	٤٥	٣٠	٥	٨٠
المجموع	٩٥	٧٥	٣٠	٢٠٠

١٤٢ تطبيقات الرياضيات - علمى

PDF Compressor Pro

إجابات تمارين (٤ - ١)

② ف = { (ص، ١) ، (ص، ٢) ، (ص، ٣٩ ، (ص، ٤) ، (ص، ٥)، (ص، ٦)، (ك، ١) ، (ك، ٢) ، (ك، ٣) ، (ك، ٤) ، (ك، ٥)، (ك، ٦) }

أ = { (ص، ١) ، (ص، ٣) ، (ص، ٥)}

ب = { (ك، ٢) ، (ك، ٤) ، (ك، ٦) }

ج = { (ص، ٣) ، (ص، ٥) ، (ك، ٣)، (ك، ٥) }

د = {(ص، ٣) ، (ك، ٣) ، (ص، ٦) ، (ك، ٦) }

③ أ = { (١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤) ، (٥، ٥) ، (٦، ٦) }

ب = { (٣، ٦) ، (٥، ٤)، (٤، ٥)، (٦، ٣) }

ج = ϕ

د = {(١، ٣)، (٢، ٣)، (٣، ٣)، (٤، ٣)، (٥، ٣)، (٦، ٣) ، (٣، ١)، (٣، ٢)، (٣، ٤)، (٣، ٥)، (٣، ٦) }

④ أ = { ٢١، ٣١، ٤١، ١٣، ٢٣، ٤٣ }

ب = { ٣١ ، ١٢، ٣٢، ١٣، ١٤، ٣٤}

ج = { ٣١ ، ١٣ }

د = { ٢١، ٣١، ٤١، ١٢، ٣٢، ١٣، ٢٣، ٤٣، ١٤، ٣٤}

⑤ أ = { ١٢، ١٤، ١٦، ١٨، ٢٠} ، ب = { ١ ، ٢، ٣، ٤، ٦ ، ١٢}

ج = {٣، ٩، ١٥} ، د = { ١٠ ، ٢٠} ، و = { ١ ، ٢، ٣، ٤}

⑥ ن(ف) = ٦٤ ، أ = { (١، ٣) ، (٢، ٦) }

ب = { (٦، ٨) ، (٧، ٧) ، (٧، ٨) ، (٨، ٦) ، (٨، ٧) ، (٨ ، ٨) }

أ ∩ ب   أ ،ب حدثان متنافيان

⑦ ف = {(ص، ص، ص) ، (ص، ص، ك) ، (ص، ك، ص) ، (ك، ص، ص) ، (ك، ك، ص) ، (ك، ص، ك) ، (ص، ك ، ك) ، (ك، ك ، ك) }

أ = {(ك، ك، ص)، (ك، ص، ك)، (ص، ك، ك)، (ك ، ك، ك)}

ب = { (ك، ك، ص)، (ك ، ص، ك) ، (ص، ك، ك) ، (ص، ص، ك) ، (ص، ك ، ص)، (ك، ص، ص)، (ص، ص، ص)}

ج = { (ص، ص، ص) ، (ص، ص، ك) ، (ص، ك، ص) ، (ص، ك ، ك) }

د = { (ك، ك، ك) }

⑧ أ) أ = { (ك، ٢) ، (ك، ٤) ، (ك، ٦)}

ب) ب = { (ص، ١) ، (ص، ٢) ، (ص، ٥)}

ج) حدث " وقوع أ أو عدم وقوع ب"

= أَ ∪ بَ = (أ ∩ ب)َ

= ف لأن أ ∩ ب = ϕ

ص ← ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦

ك ← ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦

إذا اختير أحد الحاضرين عشوائيًّا فأوجد احتمال أن يكون هذا الشخص المختار:

أ) امرأة تتحدث العربية.   ب) رجل يتحدث الإنجليزية.

ج) يتحدث العربية أو الفرنسية.   د) يتحدث العربية والإنجليزية.

هـ) امرأة لا تتحدث الإنجليزية و لا يتحدث العربية.

الحل

أ) احتمال أن يكون المختار " امرأة تتحدث العربية " = $\frac{٤٥}{٢٠٠}$ = ٠,٢٢٥

ب) احتمال أن يكون المختار "رجل يتحدث الإنجليزية" = $\frac{٤٥}{٢٠٠}$ = ٠,٢٢٥

ج) احتمال أن يكون المختار "يتحدث العربية أو الفرنسية" = $\frac{٩٥ + ٣٠}{٢٠٠}$ = ٠,٦٢٥

د) احتمال أن يكون المختار "يتحدث العربية والإنجليزية" = ل (ϕ) = صفر

هـ) احتمال أن يكون المختار "امرأة لا تتحدث الإنجليزية و لا تتحدث العربية" = $\frac{٥}{٢٠٠}$ = ٠,٠٢٥

حاول أن تحل

⑭ في المثال السابق احسب احتمال أن يكون الشخص المختار:

أ) لا يتحدث الإنجليزية.   ب) يتحدث الألمانية.

ج) إمرأة تتحدث الفرنسية أو الإنجليزية.   د) رجل يتحدث العربية أو امرأة تتحدث الإنجليزية.

تمـــارين (٤ – ١)

① يرغب طالب في شراء حقيبة ويمكنه اختيارها من ثلاثة أنواع بأحد حجمين، وقد يكون لون الحقيبة أسود أو بُنيًّا ، مثِّل فضاء العينة في هذا الموقف بالشجرة البيانية.

② في تجربة إلقاء قطعة نقود ثم حجر نرد وملاحظة ما يظهر على وجهيهما العلويين.

أ) اكتب فضاء العينة المرتبطة بهذه التجربة ثم عين كلًّا من الأحداث الآتية.

- الحدث أ «ظهور صورة وعدد فردى».   - الحدث ب «ظهور كتابة وعدد زوجى».
- الحدث ج «ظهور عدد أولى أكبر من ٢».   - الحدث د «ظهور عدد يقبل القسمة على ٣».

③ في تجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى.

عين كلًّا من الأحداث التالية:

- الحدث أ «ظهور عددين متساويين».   - الحدث ب «ظهور عددين مجموعهما ٩».
- الحدث ج «ظهور عددين مجموعهما ١٣».   - الحدث د «ظهور العدد ٣ مرة واحدة على الأقل».

④ من مجموعة الأرقام {١، ٢، ٣، ٤} كون عددًا من رقمين مختلفين. مثل فضاء النواتج ف بشكل شجرة، ثم اكتب ف وعيِّن منها الأحداث الآتية :

- أ حدث أن يكون رقم الآحاد فرديًّا .   - ب حدث أن يكون رقم العشرات فرديًّا.
- ج حدث أن يكون كلا الرقمين فرديًّا.   - د حدث أن يكون رقم الآحاد أو رقم العشرات فرديًّا.

---

⑤ حقيبة بها ٢ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٢٠ سحبت بطاقة واحدة عشوائيًّا ولوحظ العدد المسجل على البطاقة المسحوبة اكتب الأحداث الآتية :

أ حدث " العدد المسجل زوجى وأكبر من ١٠"   ب حدث " العدد المسجل عامل من عوامل ١٢"

ج حدث " العدد المسجل فردى ويقبل القسمة على٣"   د حدث " العدد المسجل مضاعف للعددين ٢، ٥ "

هـ حدث " العدد المسجل أولى"

و حدث " العدد المسجل يحقق المتباينة ٥س-٣ ⩾ ١٧ "

⑥ سحبت بطاقتان الواحدة بعد الأخرى من بين ٨ بطاقات متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٨ مع إعادة البطاقة المسحوبة أولاً قبل سحب البطاقة الثانية ، ما عدد عناصر فضاء العينة ؟ و إذا كان :

أ حدث " العدد في السحبة الثانية ثلاثة أمثال العدد في السحبة الأولى"

ب حدث " مجموع العددين أكبر من ١٣"

اكتب كلًّا من أ ،ب هل أ ، ب حدثان متنافيان ؟ فسر ذلك.

⑦ في تجربة إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتالية وملاحظة تتابع الصور والكتابات مثِّل فضاء النواتج بشكل شجرى، ثم عيِّن الأحداث الآتية :

أ حدث " ظهور كتابتين على الأقل"   ب حدث " ظهور كتابتين على الأكثر"

ج حدث " ظهور صورة في الرمية الأولى"   د حدث " عدم ظهور صورة في الرميات الثلاث "

⑧ ألقيت قطعة نقود ثم حجر نرد وملاحظة الوجه العلوى لقطعة النقود والعدد الظاهر على الوجه العلوى لحجر النرد، مثِّل فضاء العينة بشكل شجرى ثم أوجد الأحداث الآتية :

أ حدث " ظهور كتابة وعدد زوجى"   ب حدث " ظهور صورة وعدد فردى"

ج حدث " عدم وقوع أ أو عدم وقوع ب"   د حدث " وقوع الحدث أ فقط "

هـ حدث " وقوع الحدث أ ووقوع الحدث ب"

اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة :

⑨ إذا ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة، فإن احتمال الحصول على عدد فردى أقل من ٥ هو:

أ) $\frac{٢}{٥}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ج) $\frac{١}{٣}$ د) $\frac{١}{٦}$

⑩ في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين، فإن احتمال الحصول على عدد زوجى في الرمية الأولى وعدد أولى في الرمية الثانية هو :

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٦}$ ج) $\frac{١}{٩}$ د) $\frac{١}{٤}$

⑪ إذا سحبت كرة عشوائيًّا من صندوق به ٣ كرات بيضاء ، ٥ كرات حمراء ، ٧ كرات خضراء فإن:

احتمال أن تكون الكرة المسحوبة بيضاء أو خضراء هو :

أ) $\frac{١}{٥}$ ب) $\frac{٢}{٣}$ ج) $\frac{٧}{١٥}$ د) $\frac{١}{٢}$

PDF Compressor Pro

رقم السؤال	٩	١٠	١١	١٢	١٣
الإجابة	جـ	د	ب	د	د

١٤ أ ل (أ) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(ب) = $\frac{١}{٣}$

ل (ج) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(د) = $\frac{١}{٦}$

ل(هـ) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل(و) = $\frac{١}{٣}$

ل (أ ∪ ج) =١ ل (هـ ∪ و) =١ ل (ب ∩ د) = $\frac{١}{٦}$

١٥ ل(أ) = $\frac{١}{٦}$ ، ل (ب) = $\frac{١}{١٨}$

١٦ ل (أ) = ٠,٢٥ ، ل (ب) = ٠,٣٥

١٧ أ ل (أ′) = $\frac{٢}{٣}$ ب ل (أ∪ ب) = $\frac{١١}{٢٤}$

ج ل (أ - ب) = $\frac{١}{١٢}$ د ل (أ′∩ ب′) = $\frac{١٣}{٢٤}$

١٨ أ ٠,٢ ب ٠,٤٥ ج ٠,٩٥

١٩ $\frac{٤}{١٥}$ ، $\frac{١١}{١٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٢}{٥}$

٢٠ $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{١٥}$ ، $\frac{١٣}{٣٠}$

٢١ ل(أ) = $\frac{٣}{٤}$ ل(ب) = $\frac{٧}{٨}$ ل(ج) = $\frac{١}{٢}$ ل(د) = $\frac{٣}{٨}$

٢٢ $\frac{١}{٦}$ $\frac{٥}{٣٦}$ $\frac{٥}{١٨}$

٢٣ $\frac{١٣}{١٥}$ ، $\frac{٤}{١٥}$ ، ٠,٤ ، ٠,٦

٢٤ أ $\frac{٢}{٣}$ ب $\frac{١}{١٢}$ ج $\frac{٥}{١٢}$ د $\frac{٧}{١٢}$

٢٥ أ ل (أ) = $\frac{٧}{٥٠}$ ب ل(ب) = $\frac{٧}{٥٠}$

ج ل(ج) = $\frac{١}{٥٠}$ د ل(د) = $\frac{٣٧}{٥٠}$

٢٦ ∵ ل (أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل (أ ∩ ب)

= [ل (أ) - ل (أ ∩ ب)] + ل (ب)

= ل (أ - ب) + ل (ب) (١)

أيضًا ∴ ل (أ ∪ ب) = ل (ب - أ) + ل (أ) (٢)

من (١) ، (٢) ينتج أن

ل (أ - ب) + ل(ب) = ل (ب - أ) + ل(أ) (٣)

بالتعويض فى (٣) ينتج أن:

ل (أ) ٠,٤٥ ، ل(ب) = ٠,٣٦ ، ل (أ ∪ ب) = ٠,٦

ل (أ ∪ ب′) = ٠,٧٩

١٢ يحتوى صندوق على تسع بطاقات متماثلة تحمل الأرقام من ١ إلى ٩ اختيرت بطاقة عشوائيًّا، فإن احتمال أن تحمل البطاقة المسحوبة رقم يقسم العدد ٩ أو رقمًا فرديًّا هو :

أ $\frac{١}{٣}$ ب $\frac{٧}{٩}$ ج $\frac{١}{٢}$ د $\frac{٥}{٩}$

١٣ إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء النواتج لتجربة عشوائية، وكان ب⊂ أ ، ل (أ) = ٢ل(ب) = ٠,٦ فإن ل (أ -ب) يساوى:

أ ٠,٦ ب ٠,٣ ج ٠,٤ د ٠,٢

١٤ ألقى حجر نرد منتظم كتب على أوجهه الأعداد ٨، ٩، ١٠، ١١، ١٢، ١٣ ولوحظ العدد على الوجه العلوي:

أ احسب احتمال كل من الأحداث التالية:

- أ "حدث ظهور عدد فردى." ب "حدث ظهور عدد أولى."
- ج "حدث ظهور عدد زوجى." د "حدث ظهور عدد أكبر من ١٢."
- هـ "حدث ظهور عدد مكون من رقمين." و "حدث ظهور عدد مكون من رقم واحد."

ب احسب: ل(أ ∪ ج) ، ل(هـ ∪ و) ، ، ل(ب ∩ د).

١٥ إذا كان ف = {أ ، ب، ج، د} فضاء عينة لتجربة عشوائية، أوجد:

ل(أ) ، ل(ب) ، إذا كان ل (أ) = ٣ ل(ب)، ل(ج) = ل(د) = $\frac{٧}{١٨}$

١٦ إذا كان أ، ب حدثين متنافيين من فضاء عينة لتجربة عشوائية، وكان:

ل (أ ∪ ب) = ٠,٦، ل (أ - ب) = ٠,٢٥ أحسب ل(أ)، ل(ب).

١٧ إذا كان أ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية، وكان ل(أ) = $\frac{١}{٣}$، ل(ب) = $\frac{٣}{٨}$ ، ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٤}$ أوجد:

أ ل(أ′) ب ل(أ ∪ ب) ج ل(أ - ب) د ل(أ′ ∩ ب′)

١٨ إذا كان أ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية، حيث:

ل(أ) = ٠,٤ ، ل(ب′) = ٣ل(ب) ، ل(أ ∩ ب) = ٠,٢ احسب احتمال:

أ وقوع أ فقط. ب وقوع أ أو ب. ج وقوع أ وعدم وقوع ب.

١٩ صندوق به كرات متماثلة وملونه منها ٤ حمراء، ٦ زرقاء، ٥ صفراء، سحبت منه كرة واحدة عشوائيًّا. احسب احتمال أن تكون الكرة المسحوبة:

أ حمراء. ب زرقاء أو صفراء. ج ليست زرقاء. د ليست حمراء ولا صفراء.

٢٠ مجموعة بطاقات متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٣٠ سحبت منها بطاقة واحدة عشوائيًّا ولوحظ العدد المدون عليها. احسب احتمال أن تكون البطاقة المسحوبة تحمل:

أ عددًا يقبل القسمة على ٣ ب عددًا يقبل القسمة على ٥

ج عددًا يقبل القسمة على ٣ و ٥ د عددًا يقبل القسمة على ٣ أو ٥

٢١ ألقيت ثلاث قطع نقود متمايزة مرة واحدة. احسب احتمال كل من الأحداث التالية:

- أ حدث ظهور صورة واحدة أو صورتين. ب حدث ظهور صورة واحدة على الأقل.
- ج حدث ظهور صورة على الأكثر. د حدث ظهور كتابتين متتاليتين على الأقل.

٢٢ فى تجربة إلقاء حجر نرد مرتين وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى فى كل مرة، احسب احتمال كل من الأحداث التالية:

- حدث ظهور العدد ٤ فى الرمية الأولى. حدث مجموع العددين فى الرميتين يساوى ٨
- حدث مجموع العددين فى الرميتين أقل من أو يساوي ٥

٢٣ الربط بالرياضة: عينة عشوائية تتكون من ٦٠ شخصًا شملهم استطلاع للرأى، وجد أن ٤٠ شخصًا، منهم يشجع نادى الهلال، و٢٨ شخصًا يشجع نادى النجمة، وأن ٨ أشخاص لايشجعون أيًّا من الناديين.

إذا اختير شخص عشوائيًّا من أفراد العينة، فما احتمال أن يكون الشخص المختار من مشجعى:

أ أحد الناديين على الأقل. ب الناديين معًا.

ج نادى الهلال فقط. د أحد الناديين فقط.

٢٤ فى تجربة إلقاء قطعة نقود ثم حجر نرد منتظم وملاحظة الوجه الظاهر لقطعة النقود والعدد الظاهر على الوجه العلوى لحجر النرد، إذا كان أ هو حدث ظهور صورة وعدد أولى ، ب حدث ظهور عدد زوجى . احسب احتمال وقوع كلٍّ من الحدثين أ ، ب ثم احسب احتمال كلًّا من الأحداث الآتية :

أ وقوع أحد الحدثين على الأقل ب وقوع الحدثين معًا

ج وقوع ب فقط د وقوع أحد من الحدثين فقط

٢٥ سحبت بطاقة واحدة عشوائيًّا من ٥٠ بطاقة متماثلة، ومرقمة من ١ إلى ٥٠، احسب احتمال أن يكون العدد على البطاقة المسحوبة:

أ مضاعفًا للعدد ٧ ب مربعًا كاملا

ج مضاعف للعدد ٧ ومربعًا كاملاً د ليس مربعًا كاملًا، وليس مضاعفًا للعدد ٧

٢٦ إذا كان أ، ب حدثين من فضاء نواتج لتجربة عشوائية ف، ل(ب) = $\frac{٤}{٥}$ ل (أ) ، ل (أ -ب) = ٠,٢٤

ل (ب∩ أ′) = ٠,١٥ أوجد : ل (أ)، ل (ب)، ل (أ ∪ ب)، ل (أ′ ∪ ب′)

٢٧ كتب طارق ٧٥ خطابًا على الآلة الكاتبة، فوجد أن ٦٠٪ منها بلا أخطاء ، وكتب زياد ٢٥ خطابًا أخرى، فوجد أن ٨٠٪ منها بلا أخطاء، فإذا اختير خطاب عشوائيًّا مما تم كتابته بواسطة طارق وزياد، فأوجد احتمال أن يكون هذا الخطاب :

أ بلا أخطاء . ب زياد هو الذى كتب الخطاب.

ج زياد لم يخطئ فى كتابته. د طارق قد أخطأ فى كتابته .

٢٨ إذا كان أ، ب حدثين من فضاء عينة ف، ل(أ) = ٠,٦ ، ل(ب) = ٠,٨، ل (أ′∪ ب′) = ٠,٥ فاحسب ل(أ′∩ ب)

٢٧

	بلا اخطاء	بالأخطاء	المجموع
طارق	٤٥	٣٠	٧٥
زياد	٢٠	٥	٢٥
المجموع	٦٥	٣٥	١٠٠

احتمال أن يكون الخطاب بلا أخطاء = $\frac{٦٥}{١٠٠}$ = ٠,٦٥

احتمال أن يكون زياد هو الذي كتب الخطاب = ٠,٢٥

احتمال أن يكون زياد لم يخطئ في كتابته = $\frac{٢٠}{١٠٠}$ = ٠,٢

احتمال أن يكون طارق قد أخطأ كتابته = $\frac{٣٠}{١٠٠}$ = ٠,٣

تمارين إثرائية :

١ - إذا كان أ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ف، ل(أ) = $\frac{١}{٤}$ ، ل(أ ∩ ب) = $\frac{٢}{٣}$

أوجد ل(ب) فى الحالتين الآتيتين :

أولا: إذا كان أ ⊃ ب ثانيًا: أ، ب حدثين متنافيين.

٢ - إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ف، ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٢}$ ، ل (أ ∩ ب) = $\frac{٥}{١٢}$ ،

ل(أ ∪ ب) = $\frac{١}{٤}$ أوجد كلا من: ل(أ)، ل(ب) ، ل(أ ∩ ب)

ملخص الوحدة

١ التجربة العشوائية : هى كل تجربة يمكن معرفة جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها، ولكن لانستطيع أن نحدد أيًّا من هذه النواتج سوف يتحقق عند إجرائها.

٢ فضاء العينة (فضاء النواتج): فضاء العينة لتجربة عشوائية هو مجموعة كل النواتج الممكنة لهذه التجربة ويرمز له بالرمز ف.

٣ الحدث : هو مجموعة جزئية من فضاء العينة.

٤ الحدث بسيط (أولى): هو مجموعة جزئية من فضاء العينة تحوى عنصرًا واحدًا فقط.

٥ الحدث المؤكد : هو الحدث الذى عناصره هى عناصر فضاء العينة ف.

٦ الحدث المستحيل: هو الحدث الخالى من أى عنصر ويرمز له بالرمز ϕ.

٧ العمليات على الأحداث: التقاطع - الاتحاد - الإكمال - الفرق.

٨ الأحداث المتنافية

يقال إن الحدثين أ، ب متنافيان إذا كان أ ∩ ب = ϕ.

- يقال لعدة أحداث أنها متنافية إذا كانت وفقط إذا كانت متنافية مثنى مثنى.

٩ حساب الاحتمال

- إذا كان ف فضاء النواتج لتجربة عشوائية ما ، والأحداث الأولية التى تحويها متساوية الإمكانات.
- فإن احتمال وقوع أى حدث أ ⊂ ف يرمز له بالرمز ل(أ) حيث ل(أ) = $\frac{ن(أ)}{ن(ف)}$

١٠ مسلمات الاحتمال

- لكل حدث أ ⊂ ف يوجد عدد حقيقى يسمى احتمال الحدث أ يرمز له بالرمز ل حيث : ٠ ⩽ ل(أ) ⩽ ١
- ل(ف) = ١
- إذا كان أ ⊂ ف، ب ⊂ ف وكان أ، ب حدثين متنافيين فإن: ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب)

١١ إذا كان $أ_١ ∪ أ_٢ ∪ أ_٣ ∪ .... ∪ أ_ن$ = ف حيث $أ_١$، $أ_٢$، $أ_٣$، ... ، $أ_ن$ جميعها أحداث متنافية

فإن ل($أ_١$) + ل($أ_٢$) + ل($أ_٣$) + ... + ل($أ_ن$) = ١

١٢ ل(ϕ) = ٠

١٢ إذا كان أ ⊂ ف حيث ف فضاء نواتج لتجربة عشوائية فإن ل(أَ) = ١ - ل(أ)

١٣ لأى حدثين أ ، ب من ف فضاء نواتج لتجربة عشوائية فإن

أ ل (أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل (أ ∩ ب) ب ل(أ -ب) = ل(أ) - ل (أ ∩ ب)

١٤ الأحداث بالصورة اللفظية وتمثيلها بشكل ڤن، واحتمالاتها:

الحدث فى صورة لفظية	تمثيل الحدث بشكل ڤن	احتمال وقوع الحدث
عدم وقوع الحدث أ	ف، أ، أَ	ل(أَ) = ١ - ل(أ)
وقوع أ أو ب (وقوع أحدهما على الأقل)	أ ∪ ب	ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ ∩ ب)
وقوع أ و ب (وقوعهما معًا)	أ ∩ ب	ل(أ ∩ ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ ∪ ب)
وقوع الحدث أ فقط (وقوع أ وعدم وقوع ب)	أ-ب = أ ∩ بَ = أ - (أ ∩ ب)	ل(أ - ب) = ل(أ) - ل(أ ∩ ب) = ل(أ ∩ بَ)
وقوع أحدهما فقط (وقوع أ فقط أو وقوع ب فقط)	(أ - ب) ∪ (ب - أ)	ل((أ - ب) ∪ (ب - أ)) = ل(أ - ب) + ل(ب - أ) = ل(أ ∪ ب) - ل(أ ∩ ب)
عدم وقوع أى من الحدثين (عدم وقوع أ وعدم وقوع ب)	(أ ∪ ب)َ = أَ ∩ بَ	ل(أ ∪ ب)َ = ل(أَ ∩ بَ) = ١ - ل (أ ∪ ب)
عدم وقوع الحدثين معًا (عدم وقوع أ أو عدم وقوع ب) أو (وقوع أحدهما على الأكثر)	(أ ∩ ب)َ = أَ ∪ بَ	ل(أ ∩ ب)َ = ل(أَ ∪ بَ) = ١ - ل(أ ∩ ب)
عدم وقوع أ فقط (وقوع ب أو عدم وقوع أ)	(أ - ب)َ = ب ∪ أَ	ل(أ - ب)َ = ١ - ل(أ - ب) = ل (ب ∪ أَ) = ل (أَ) + ل (أ ∩ ب)

PDF Compressor Pro

PDF Compressor Pro

إجابات التمارين العامة على الوحدة الرابعة:

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
الإجابة	جـ	د	جـ	أ	أ	د	جـ

٨ أ = {٣١، ٤١، ١٣، ٢٣، ٤٣}

ب = {٢١، ١٢، ٤٢، ٢٤}

جـ = ϕ

د = {١٢، ٢٤}

١ ← ٢، ٣، ٤
٢ ← ١، ٣، ٤
٣ ← ١، ٢، ٤
٤ ← ١، ٢، ٣

٩ أ $\frac{١}{٢}$ ب $\frac{٢}{٣}$

جـ $\frac{١}{٦}$

١٠

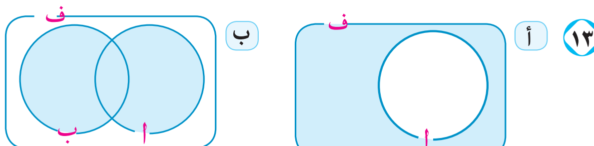
أ	أ ∩ ب = ϕ	أ - ب = أ	ب - أ = ب
ب	أ ∩ ب = ب	أ ∪ ب = أ	ب - أ = ϕ
جـ	ل (أ ∪ ب) = ٠,٧	ل(ب - أ) = ٠,٤	ل (أ ∩ ب) = ٠,٣
د	ل (أ ∪ ب) = ٠,٩	ل (أ ∩ ب) = صفر	ل (أ - ب) ٠,٣

١١ ل (ب′) = ٠,٣

١٢ أ أولًا س = $\frac{١}{٦}$ ثانيًا س = $\frac{٢}{٣}$

ب $\frac{١}{١٢}$

١٣ أ ب



أ′ أ ∪ ب

جـ د

ب - (أ ∩ ب) أ ∪ ب′ = (ب - أ)′

هـ و

(أ ∩ ب)′ = أ′ ∪ ب′ (أ - ب) ∪ (ب - أ)

١٤ ل (أ) = $\frac{٣}{٨}$ ل (ب) = $\frac{٧}{٨}$ ل(جـ) = $\frac{١}{٢}$ ل (د) = $\frac{١}{٤}$

ملخص الوحدة ٤ - ١

تمارين عامة (الوحدة الرابعة)

اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة:

فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين فإن :

١ احتمال الحصول على العدد ٥ فى الرمية الأولى والعدد ٦ فى الرمية الثانية هو:

أ $\frac{١}{٢٤}$ ب $\frac{١}{٣٠}$ جـ $\frac{١}{٣٦}$ د $\frac{١}{٦}$

٢ احتمال الحصول على العدد ٥ فى إحدى الرميتين والعدد ٦ فى الرمية الأخرى هو:

أ $\frac{١}{١٢}$ ب $\frac{١}{٦}$ جـ $\frac{٥}{٣٦}$ د $\frac{١}{١٨}$

٣ احتمال الحصول على عددين متساويين فى الرميتين هو:

أ $\frac{١}{٥}$ ب $\frac{١}{٣٦}$ جـ $\frac{١}{٦}$ د $\frac{١}{١٨}$

أ ، ب حدثان من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية ، اختر الحدث الذى يعبر عن الجزء المظلل بشكل فن المقابل:

٤ أ ف - (أ ∪ ب) ب أ′ ∪ ب′ جـ ف - (أ′ ∪ ب′) د (أ ∩ ب)′

٥ أ أ ∩ ب ب أ ∪ ب′ جـ (أ ∪ ب)′ د أ′ ∪ ب′

٦ أ (أ ∪ ب) -(أ ∩ ب) ب ف -(أ ∩ ب)′ جـ ف - (أ ∪ ب)′ د ف - (أ ∩ ب)

٧ أ ف - (أ ∩ ب) ب أ′ ∩ ب′ جـ (أ - ب) ∪ (ب - أ) د ف - (أ ∪ ب)′

٨ كون من أرقام العدد ٤٣٢١ أعداد، كل منها يتكون من رقمين مختلفين . مثل فضاء النواتج بشكل شجرة بيانية، ثم اكتب فضاء النواتج والأحداث الآتية :

أ حدث " مجموعة الأعداد الأولية ".

ب حدث " مجموعة الأعداد التى تقبل القسمة على ٣".

ج حدث " مجموعة الأعداد التى تقبل القسمة على ٣ و ٥".

د حدث" مجموعة الأعداد التى بها الآحاد ضعف العشرات".

٩ فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة، وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى، احسب احتمال أن يكون العدد الظاهر :

أ أوليًّا ب من عوامل ٦ جـ فرديًّا يقبل القسمة على ٣

١٤٩ كتاب الطالب - الصف الثانى الثانوى

الوحدة الرابعة: الاحتمال تمارين عامة (الوحدة الرابعة)

١٠ إذا كان أ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية.

أكمل لتكون العبارة صحيحة فيما يأتى:

أ إذا كان أ، ب حدثين متنافيين:

◄ أ ∩ ب = ... ◄ أ - ب = ... ◄ ب - أ = ...

ب إذا كان ب ⊂ أ فإن:

◄ (أ ∩ ب) = ... ◄ أ ∪ ب = ... ◄ ب - أ = ...

جـ إذا كان ل(أ) = ٠,٣ ، ل(ب) = ٠,٥ ، ل (أ ∩ ب) = ٠,١ فإن:

◄ ل(أ ∪ ب) = ... ◄ ل(ب - أ) = ... ◄ ل(أ′ ∩ ب′) = ...

د إذا كان أ ∩ ب = ϕ ، ل(أ′) = ٠,٧ ، ل(ب′) = ٠,٤ فإن:

◄ ل(أ ∪ ب) = ... ◄ ل(أ ∩ ب) = ... ◄ ل(أ - ب) = ...

١١ إذا كان أ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية، وكان أ ⊂ ب ، ل(أ) = $\frac{١}{٢}$، احتمال وقوع ب فقط يساوي ٠,٢ . احسب احتمال عدم وقوع ب.

١٢ إذا كان أ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية، ل دالة احتمال معرفة على ف، وكان ل(أ) = $\frac{١}{٢}$، ل(ب) = س، ل(أ ∪ ب)′ = $\frac{١}{٣}$

أ أوجد قيمة س إذا كان: ◄ أ، ب حدثان متنافيان. ◄ أ ⊂ ب.

ب إذا كانت س = $\frac{١}{٤}$ فأوجد ل(أ ∩ ب).

١٣ إذا كان أ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية، أعط تعبيرًا رمزيًّا لكل من الأحداث الآتية، ومثلها بشكل فن:

أ عدم وقوع الحدث أ. ب وقوع أى الحدثين أ أو ب.

جـ وقوع الحدث ب فقط. د وقوع أ أو عدم وقوع ب.

هـ عدم وقوع الحدثين معًا. و وقوع أحدهما فقط.

١٤ فى تجربة إلقاء قطعة نقود منتظمة ثلاث مرات متتالية، وملاحظة تتابع الصور والكتابات، مثِّل فضاء العينة لهذه التجربة بالشجرة البيانية، ثم احسب احتمال كل من الأحداث التالية:

أ الحدث أ «ظهور صورتين فقط». ب الحدث ب «ظهور صورتين على الأكثر».

جـ الحدث ج «ظهور كتابة واحدة على الأكثر». د الحدث د «ظهور نفس الوجه فى الرميات الثلاث».

١٥٠ تطبيقات الرياضيات - علمى

⑮ أ

الرمية الثانية
أ
ج
ب
٦ ٥ ٤ ٣ ٢ ١
١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ الرمية الأولى

ب أ ∩ ب = ϕ ∴ أ، ب حدثان متنافيان

أ ∩ ج = ϕ ∴ أ، ج حدثان متنافيان

ج ل(أ ∪ ب) = $\frac{١٧}{٣٦}$ ل(ب ∩ ج) = $\frac{١}{٣٦}$

ل(أ ∪ ج)´ = $\frac{١}{٢}$ ل(ب - ج) = $\frac{١}{٩}$

⑯ أ $\frac{٣}{٥}$ ب $\frac{٢}{٥}$ ج $\frac{١٩}{٢٥}$

⑰ أ ٠,٣٦   ب ٠,٤٨

⑱ أ ٠,٣٦   ب ٠,٤٨

ج ٠,٥٣   د ٠,٨٢٥

⑲ أ ل(أ) = $\frac{١}{٤}$ ب ل(ب) = $\frac{١}{٣}$ ج ل(ج) = $\frac{٥}{١٢}$

إجابات اختبار تراكمي

① ف = { ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

② ف = {(ص، ك) ، (ك، ص) ، (ك، ك)}

③ ف = {(٢، ص) ، (٢، ك) ، (٣، ص)، (٣، ك)، (٥، ص)، (ق، ك)}

④ ف = {(١، ٤) ، (٢، ٣)، (٣، ٣)، (٤، ١)}

⑤ ف = {٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥، ١٨}

⑥ {(ص، ص، ك) ، (ص، ك، ص) ، (ك، ص ، ص)}

⑦ $\frac{٣}{٤}$

⑧ أ احتمال أن يقبل العدد القسمة على ٦ = $\frac{٣}{٢٠}$ = ٠,١٥

ب احتمال أن يكون أوليًا أكبر من ١٠ = $\frac{١}{٥}$ = ٠,٢

ج احتمال أن يكون من عوامل العدد ١٢ = $\frac{٦}{٢٠}$ = ٠,٣

⑨ أ ٠,٣   ب ٠,٤٥   ج ٠,٧

⑩ أ ٠,٢٥   ب ٠,٣٥   ج ٩١

⑪ ل (أ) = ٠,٥٥

ل (أ ∪ ب) = $\frac{٠,٤٥ \times ٥}{٣}$ = ٠,٧٥

---

⑮ فى تجربة إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين وملاحظة العدد الذى يظهر على الوجه العلوى.

أ ارسم شكلًا هندسيًّا يمثل فضاء العينة ف موضحًا عليه كلًّا من الأحداث الآتية:

- الحدث أ «الحصول على عددين مجموعهم فردى وأكبر من ٦».
- الحدث ب «الحصول على عددين أحدهما ٢ ومجموعها ⩽ ٥».
- الحدث ج «الحصول على عددين متساويين».

ب أى الأحداث أ، ب، ج متنافية مثنى مثنى؟

ج احسب كل من : ل(أ ∪ ب) ، ل(ب ∩ ج) ، ل(أ ∪ ج)´ ، ل(ب - ج).

⑯ خمس بطاقات متماثلة مرقمة من ٢ إلى ٦ سحبت بطاقتان الواحدة بعد الآخرى مع الإحلال، وملاحظة الرقم المسجل عليها لتكوين جميع الأعداد الممكنة ذات الرقمين. أوجد احتمال:

أ أن يكون رقم الأحاد عددًا أوليًّا.   ب أن يكون رقم العشرات عددًا فرديًّا.

ج أن يكون رقم الأحاد عددًا أوليًّا أو رقم العشرات عددًا فرديًّا.

صحف:

⑰ فى عينة من ٥٠ شخصًا، وجد أن ٢٧ شخصًا يقرؤن الصحيفة أ، ٢٤ يقرؤن الصحيفة ب، ٩ أشخاص يقرؤن الصحيفتين معًا. اختير شخص واحد من هذه العينة عشوائيًّا. أوجد احتمال أن يقرأ الشخص المختار.

أ الصحيفة أ فقط.   ب إحدى الصحيفتين على الأقل.

سياحة:

⑱ فى أحد عروض مشروع الصوت والضوء بالهرم حضر ٢٠٠ شخص من جنسيات مختلفة بيانهم موضح بالجدول الآتى ، فإذا اختير أحد الحاضرين عشوائيًّا عن طريق بطاقات الدخول الخاصة بهم لمنحه جائزة تذكارية. أوجد احتمال أن يكون الشخص المختار

	عربى	أوروبى	أمريكى	المجموع
رجل	٣٢	٤٧	١٥	٩٤
سيدة	٢٣	٦٣	٢٠	١٠٦
المجموع	٥٥	١١٠	٣٥	٢٠٠

أ رجلًا أوروبيًّا.   ب سيدة أمريكية.

ج سيدة.   د ذو جنسية عربية أو أوروبية.

⑲ إذا كان ف = {أ، ب، ج}، فضاء عينة لتجربة عشوائية ما، وكان:

٢٠ل(أ) = ١٥ل(ب) = ١٢ل(ج) فأوجد: ل(أ) ، ل(ب) ، ل(ج)

اختبار تراكمى

أكمل ما يأتى:

① عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة، وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فإن فضاء النواتج ف = ...

② عند إلقاء قطعة نقود معدنية مرتين متتاليتين، وملاحظة الوجه العلوى، فإن حدث ظهور صورة على الأكثر = ...

③ عند إلقاء حجر نرد منتظم ثم قطعة نقود وملاحظة الوجه العلوى لكل منهما فإن حدث ظهور عدد أولى = ...

④ عند إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة الوجه العلوى فى كل مرة، فإن حدث " مجموع العددين الظاهرين يساوى ٥" = ...

⑤ عند سحب بطاقة من ٢٠ بطاقة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٢٠ وملاحظة العدد الظاهر على البطاقة فإن حدث « العدد الظاهر يقبل القسمة على ٣ " = ...

⑥ عند إلقاء قطعة نقود ثلاث مرات متتاليات وملاحظة تتابع الصور والكتابات، فإن حدث "ظهور صورتين بالضبط" = ...

⑦ إذا كان أ ⊂ ف حيث ف فضاء النواتج لتجربة عشوائية ، وكان ل(أ´) = ٣ ل(أ) فأوجد ل(أ´) .

⑧ صندوق به ٢٠ بطاقة متماثلة، ومرقمة من ١ إلى ٢٠ سحبت منه بطاقة واحدة عشوائيًّا، أوجد احتمال أن يكون العدد المكتوب على البطاقة المسحوبة :

أ يقبل القسمة على ٦   ب أوليًّا أكبر من ١٠   ج من عوامل العدد ١٢

⑨ إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية، ل (أ ∪ ب) = ٠,٨٥ ، ل(أ) = ٠,٧٥ ، ل(ب´) = ٠,٦ أوجد:

أ ل (أ ∩ ب)   ب ل (أ ∩ ب´)   ج ل (أ´ ∪ ب´)

⑩ إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية، فإذا كان ل (أ) = $\frac{٢}{٣}$ ل(ب) ، واحتمال حدث وقوع أحدهما على الأكثر يساوى ٠,٧٥ ، احتمال حدث "وقوع أحدهما على الأقل" يساوى ٠,٦ فأوجد احتمال الأحداث الآتية:

أ احتمال وقوعهما معًا.   ب وقوع أحد الحدثين فقط.   ج وقوع ب أو عدم وقوع أ.

⑪ إذا كان أ ، ب حدثين من ف فضاء عينة لتجربة عشوائية، فإذا كان ل (أ´) = $\frac{٣}{٥}$ ل(أ ∪ ب) = ٠,٤٥ فأوجد ل (ب) فى الحالات الاتية :

أ أ، ب حدثان متنافيان   ب أ ⊂ ب   ج ل(ب - أ) = ٠,٢

⑫ الربط بالسياحة: فوج سياحى مكون من ١٩ سائحًا من روسيا، ١٧ سائحًا من إيطاليا، ١٤ سائحًا من فرنسا، اختير أحدهم عشوائيًّا، احسب احتمال أن يكون السائح:

PDF Compressor Pro

PDF Compressor Pro

أ إذا كان ا ، ب حدثين متنافيين.

∴ ا ∩ ب = ϕ ل (ا ∩ ب) = صفر

ل (ا ∪ ب) = ل (ا) + ل (ب)

٠,٧٥ = ٠,٥٥ + ل (ب)   ∴ ل (ب) = ٠,٢

ب إذا كان ا ⊃ ب فإن ا ∪ ب = ب

∴ ل (ب) = ل (ا ∪ ب) = ٠,٧٥

جـ إذا كان ل (ب - ا) = ٠,٢

∴ ل (ب) - ل (ا ∩ ب) = ٠,٢

ل (ب) = ٠,٢ + ٠,٢٥ = ٠,٤٥

١٢ أ احتمال أن يكون السائح من روسيا أو فرنسا = $\frac{١٩ + ١٤}{٥٠}$

= ٠,٦٦

ب احتمال أن يكون السائح ليس من فرنسا = $\frac{١٩ + ١٧}{٥٠}$

= ٠,٧٢

جـ احتمال أن يكون السائح من أوربا = ل (ف) =١

د احتمال أن يكون السائح من هولندا = ل(ϕ) = صفر

١٣ يفرض أن احتمال حضور المحافظ = ل (ا) ، احتمال حضور المدير العام = ل (ب)

∴ ل (ا) = ٠,٨ ، ل (ب) = ٠,٩ ، ل (ا ∩ ب) = ٠,٧٥

أ - احتمال حضور المحافظ فقط = ل(ا -ب)

= ل (ا) - ل(ا ∩ب) = ٠,٠٥

ب - احتمال حضور أحدهما على الأقل = ل (ا∪ ب)

= ٠,٨ + ٠,٩ - ٠,٧٥ = ٠,٩٥

جـ -احتمال عدم حضورهما معا = ل (ا ∩ ب)

= ١ - ٠,٧٥ = ٠,٢٥

١٤ أ ل (ا ∩ ب) = ل (ا) + ل (ب) - ل (ا∪ب)

= ٠,٦ + ٠,٧ - ٠,٩ = ٠,٤

ب - ل (ا∩ب) = ل (ا - ب) = ل (ا) - ل (ا ∩ ب)

= ٠,٦ - ٠,٤ = ٠,٢

جـ - ل (ا -ب) + ل (ب - ا) = ل (ا∪ب) - ل (ا∩ ب)

= ٠,٩ - ٠,٤ = ٠,٥

١٥ $\frac{ل(ا)}{ل (ا)} = \frac{٧}{٣}$ $\frac{١-ل(ا)}{ل (ا)} = \frac{٧}{٣}$

∴ ل (ا) = ٠,٣

∵ ٢ل (ب) = ٣ل (ب)   ∴٢ ل(ب) = ٣ - ٣ل (ب)

أ من روسيا أو من فرنسا.   ب ليس من فرنسا.

جـ من أوروبا.   د من هولندا.

١٣ الربط بالبيئة المدرسية: فى احتفال المدرسة بتكريم أوائل طلابها، إذا كان احتمال حضور المحافظ ٠,٨، واحتمال حضور مدير عام التعليم ٠,٩ واحتمال حضورهما معًا ٠,٧٥ أوجد:

أ احتمال حضور المحافظ فقط.   ب احتمال حضور أحدهما على الأقل.

جـ احتمال عدم حضورهما معًا.

١٤ ا، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ف.

فإذا كان ل(ا) = ٠,٦، ل(ب´) = ٠,٣ ، ل(ا ∪ ب) = ٠,٩، أوجد احتمال كل من الأحداث الآتية:

أ وقوع ا و ب   ب وقوع ا وعدم وقوع ب   جـ وقوع ا فقط أو ب فقط

١٥ إذا كان ف فضاء النواتج لتجربة عشوائية حيث ف= {ا، ب، جـ}

وكان $\frac{ل(ا´)}{ل(ا)} = \frac{٧}{٣}$ ، ٢ ل (ب) = ٣ ل(ب´) فأوجد $\frac{ل(جـ´)}{ل(جـ)}$

١٦ إذا كان ا، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان:

ل(ا) = ٠,٦ ، ل(ب) = ٠,٥ ، ل (ا´ ∪ ب´) = ٠,٧ فأوجد احتمال كل مما يأتي:

أولًا: وقوع الحدثين ا، معًا   **ثانيًا:** وقوع حدث ا فقط

ثالثًا: وقوع أحد الحدثين على الأقل   **رابعًا:** وقوع أحد الحدثين فقط

١٧ تقدم لوظيفة بأحد البنوك ٥٠ شخصًا موزعين كما هو موضح بالجدول التالي، اختير أحد المتقدمين عشوائيًا، أوجد احتمال أن يكون الشخص المختار:

أولًا: أنثى.

ثانيًا: من ذوى المؤهلات المتوسطة.

ثالثًا: ذكر من المؤهلات العليا.

رابعًا: أنثى أو من ذوى المؤهلات العليا.

الجنس	مؤهلات عليا	مؤهلات متوسطة	المجموع
ذكر	١٦	١٤	٣٠
أنثى	١٢	٨	٢٠
المجموع	٢٨	٢٢	٥٠

١٥٣   كتاب الطالب - الصف الثانى الثانوى

∴ ل (ب) = ٠,٦

∴ ل(جـ) = ١ - (٠,٣ + ٠,٦) = ٠,١

∴ ل(جـ) = ٠,٩

∴ $\frac{ل(جـ)}{ل (جـ)} = \frac{٩}{١}$

١٦ ل (ا ∪ ب) = ٠,٧   (ا ∩ ب) = ٠,٣

أولًا: احتمال وقوع الحدثين معًا = ل (ا ∩ ب) = ٠,٣

ثانيًا: احتمال وقوع ا فقط = ل (ا - ب)

= ل (ا) - ل (ا ∩ ب) = ٠,٦ - ٠,٣ = ٠,٣

ثالثًا: احتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل - ل(ا ∪ ب)

= ل (ا) + ل (ب) - ل (ا ∩ ب)

= ٠,٦ + ٠,٥ - ٠,٣ = ٠,٨

رابعًا: احتمال وقوع احد الحدثين فقط

= ل (ا ∪ ب) - ل (ا ∩ ب) = ٠,٨ - ٠,٣ = ٠,٥

١٧ أولًا: ٠,٤   ثانيًا: ٠,٤٤

ثالثًا: ٠,٣٢   رابعًا: ٠,٧٢

PDF Compressor Pro

ملحقات دليل المعلم

PDF Compressor Pro

قائمة المراجع والمواقع الإلكترونية

المراجع:

- وليم عبيد وآخرون، **تربويات الرياضيات**، القاهرة، الانجلو المصرية، ٢٠٠٥، ص ص ٧ – ٢٨
- وليم عبيد، **قصة الرياضيات**، القاهرة، المكتبة الأكاديمية، الطبقة الأولى، ٢٠٠١، ص ص ١٥ – ١٧
- محمد أمين المفتى، الاتجاهات الحديثة فى تعليم الرياضيات، ورقة **مقدمة للمواتمر العلمى السنوى** بعنوان "الرياضيات المدرسية معايير ومستويات"، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، القاهرة، ٢٠٠١
- على ماهر خطاب، **القياس والتقويم فى العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية**، الطبعة السابعة، القاهرة، الانجلو المصرية، ٢٠٠٨
- سعدون العبيدى (٢٠٠٤) أساسيات الرياضيات ، ط٣، الاردن : دار الفلاح.
- جابر عبد الحميد جابر (١٩٩٩) استراتيجيات التدريس والتعلم ، مصر : دار الفكر العربى.
- فؤاد أبو حطب؛ آمال صادق(١٩٨٨) علم النفس التربوى. ط ٤، مصر : مكتبة الانجلوا المصرية .
- وليم عبيد (٢٠٠٤): تعلم الرياضيات لجميع الأطفال فى سباق ثقافة الجودة، دار المسيرة ، عمان الأردن .
- محبات أبو عميرة (٢٠٠٠) تعليم الرياضيات بين النظرية والتطبيق، مصر : مكتبة الدار العربية للكتاب .
- شاكر عبد الحميد ، وآخرون (٢٠٠٥) تربية التفكير – مقدمة عربية فى مهارات التفكير ، الإمارات العربية المتحدة – دبي : دار القلم .
- محمد أمين المفتى (١٩٩٦) سلوك التدريس ، مصر : مركز الكتاب.

- Daire, S. and other, Geometry U.S.A, prentice Hall
- Edward D. Gaughan and others, (1982) A*lgebra, Second* course 1982, Scott Foresman.
- Eleanor Beoher and other, ***Advanced Algebra***, U.S.A Prentice Hall
- Ernest, H. Richard, *P.,(2010). (2005)*, ***Introductory mathematical Analysis***, Eleventh Edi*tion,* pearson, prentice Hall.
- G.N YAkovlEv, (1982) *Problem Book in High school mathematics*, Mir Publishers, moscow.
- George, B., Maurice, D., *Joet*, R*(2011). thomas' colulus*, twelfth Edition.
- J.F Talgert and H.H.Heng, (1992) ***Additional Mathematics***, FiFth Editi*on, Lon*gman ingapore publishers *(Ptc)* limited.
- John J . Bradiy and other, A*lgebra, U.S.*A, prentice Hall, Zolo
- Larson, R.(2013). Precalculus, q the *Edition, Brooks cole.*
- *McGraw-Hil*l, (2005). Advanced Mathematical calconcepts: Precalculus with Applications, 1*st Edition*.
- *Randall I* . Charles and others, (2010) Math Corse 3 . U.S.A, prentice Hall
- Rayner, General D.(1984) Mathematics, Revision and Practice, Second edition, oxford university press.
- Stewart, J (2012) calculus: Early transcendentals
- Sullivan, M.(1996). Mathematics: An ***Applied Apprach***, 8th Edition, John wileyand sone, inc.
- Sullivan, M., (2015) Trigonometry: A unit circle Approach, pearson education, Canda.
- Vernon, C, Richard, A (2012) college Algebra and trigonometry .
- Japan Society of Mathematics Education (2000): mathematics program in Japan, JSME Tokyo, japan.
- MOE (2005) : The Ontario Curriculum mathematics "Ontarion, Canada, ISBN 0-7794-8122-4 (Internet)
- Ebeid , William (2005): "Professional Development for Mathematics, Teacher, Unpublished Lectures, cairo.
- Ebeid , William (2008): The paradigm shift in mathematics education, in Math and 21st century, world scientific pub. Co. London.

ثانيًا: المواقع الإلكترونية

(http://geogebra.org/com) (http://www.pedowan.dk) (http:// www. phschool.com)

www.NCTM.org http://www.keycurriculum.com/products/ sketchpad

PDF Compressor Pro

قاموس المصطلحات التربوية والعلمية

المصطلح	Term
أحداث متنافية	Mutually Exclusive Events
إحصاء	Statistics
إزاحة	Displacement
اتزان جسم	equilibrium of a body
اتزان جسم جاسئ	Equilibrium of rigid body
احتمال	Probability
ارتفاع	Height
ارتفاع جانبى	Slant height
استاتيكا	Statics
السرعة المتوسطة	Average Velocity
السرعة النسبية	Relative Velocity
العمليات على الأحداث	Operation on the Events
الفراغ	Space
المستقيم	Straight line
المستوى	plane
النقطة	The point
تجربة عشوائية	Random Experiment
تحليل قوة	Resolving force
ثقل جرام	Gram weight
ثقل كيلو جرام	Kilogram weight
جاذبية أرضية	Gravity
جذب عام	Universal Gravitation
جسم جاسئ	Rigid body
حجر نرد	Die
حدث	Event
حدث بسيط (أولى)	Simple Event
حدث مؤكد	Certain Event
حدث مركب	Compound Event
حدث مستحيل	Impossible Event
حرف جانبى	Lateral edge
حركة رأسية	Vertical Motion
حركة مستقيمة	Rectilinear Motion
خط عمل قوة	Line of action of the force
دائرة	Circle
داين	Dyne
رأس	Vertex
سرعة لحظية	Instantaneous Velocity
سرعة منتظمة	Uniform Velocity
سقوط حر	Free fall
شبكة هرم	Net of a pyramid
عجلة السقوط الحر	acceleration of gravity
عجلة منتظمة	Uniform Acceleration
فضاء العينة – فضاء النواتج	Sample space
قاعدة	Base
قاعدة لامى	lami's rule
قاعدة مثلث القوى	triangle of forces
قطر	Diameter
قطعة نقود	Coin
قوة	Force
قوة التثاقل	Gravitation force
متجه سرعة	Vector Velocity
متجه موضع	Position Vector
محور	Axis
مخروط	Cone
مخروط دائرى قائم	Right circular cone
مركبة قوة	force Component
مركز	Center
مركز ثقل	centre of gravity
مساحة جانبية	Lateral area
مساحة كلية (سطحية)	Surface area
مسافة	Distance
مستوى أملس	smooth plane
مستوى مائل أملس	inclined smooth plane
مقدار السرعة المتوسطة	Average Speed
نصف قطر	Radius
نيوتن	Newton
هرم	Pyramid
هرم قائم	Right pyramid
هرم منتظم	Regular pyramid
وجه جانبى	Lateral face

خريطة المنهج

الوحدة	مخرجات التعلم	الموضوعات	
الاستاتيكا	● يتعرف مفهوم القوة ، والقوة كمتجه ، ووحدات قياس مقدار القوة فى ضوء وحدات القياس السابقة. ● يوجد محصلة قوتين مقدارًا واتجاهًا (القوتان تؤثران فى نفس النقطة). ● يتعرف تحليل قوة معلومة إلى مركبتين فى اتجاهين معلومين. ● يتعرف تحليل قوة معلومة إلى مركبتين متعامدتين. ● يوجد محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة. ● يبحث اتزان نقطة مادية (جسيم) تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة فى الحالات الآتية: إذا اتزنت قوتان مستويتان متلاقيتان فى نقطة. إذا اتزنت ثلاث قوى مستوية متلاقية فى نقطة. إذا اتزنت عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة. ● يوجد محصلة قوتين هندسيًّا وجبريًّا مستخدمًا تكنولوجيا المعلومات فى صورة أنشطة. ● يستخدم تطبيقات ما درسه فى الاستاتيكا فى مواقف فيزيائية وحياتية.	الدرس (١ – ١): مقدمة عن تطور علم الميكانيكا. الدرس (١ – ٢): القـــوى. الدرس (١ – ٣): تحليل القوى. الدرس (١ – ٤): محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة. الدرس (١ – ٥): اتزان جسيم تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة.	
الديناميكا	● يَتعرَّف مفهوم الجسيم. ● يتعرف المقصود بالحركة الانتقالية لجسيم من موضع لآخر. ● يدرك أن الحركة الانتقالية تحدث إذا كانت جميع نقاط الجسم تتحرك فى خطوط موازية لبعضها فى أثناء الحركة. ● يميز بين الإزاحة والمسافة. ● يتعرف مفهوم السرعة المنتظمة (متجه السرعة – الحركة المنتظمة – متجه السرعة المتوسطة – متجه السرعة اللحظية – السرعة النسبية – وحدات قياس السرعة). ● يميز بين مفهومى متجه السرعة المتوسطة (Average velocity)، ومقدار السرعة المتوسطة (Average speed) في حالة الحركة الخطية في اتجاه متجه ثابت. ● يطبق مفاهيم السرعة ، السرعة النسبية والعجلة في نمذجة مواقف فيزيائية وحياتية تشمل: (حركة الصواريخ – حركة الطيران – الأقمار الصناعية) في صورة أنشطة . ● يتعرف مفهوم السرعة النسبية. ● يتعرف الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة – وحدات قياس العجلة) $ع = ع_{٠} + جـ\, ن$، $ف = ع\, ن + \frac{١}{٢} جـ\, ن^{٢}$، $ع^{٢} = ع^{٢} + ٢ جـ\, ف$ ● يتعرف الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية. ● يوظف تطبيقات على قوانين الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة. ● يتعرف قوانين الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية فى حالة صعود الجسم أو هبوطه. ● يتعرف الجاذبية الأرضية (قانون نيوتن للجذب العام). ثابت الجذب العام. ● يمثل بيانيًّا منحنى الإزاحة مع الزمن ، منحنى السرعة مع الزمن. ● يستخدم الآلة الحاسبة البيانية فى تمثيل العلاقة بين الإزاحة مع الزمن والسرعة مع الزمن.	**الدرس (٢ – ١)**: الحركة المستقيمة. **الدرس (٢ – ٢)**: الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة. **الدرس (٢ – ٣)**: الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية. **الدرس (٢ – ٤)**: قانون الجذب العام لنيوتن	

PDF Compressor Pro

PDF Compressor Pro

خريطة المنهج

	المفاهيم	استراتيجيات التدريس	أساليب التقويم
	استاتيكا – قوة – جسم جاسئ – – قوة التثاقل – عجلة السقوط الحر – نيوتن – داين – ثقل كيلو جرام – ثقل جرام – خط عمل قوة – تحليل قوة – مركبة قوة – اتزان جسم – قاعدة مثلث القوى – قاعدة لامى – اتزان جسم جاسئ – مستوى أملس – مستوى مائل أملس – مركز ثقل	العرض المباشر– المناقشة– العصف الذهنى– الطريقة الاستنباطية– التعلم التعاونى– حل المشكلات.	تتمثل فى الأسئلة الشفهية والتحريرية الفردية والجماعية قبل وبعد وأثناء الدرس، والأنشطة المقترحة، وسلم التقييم الخاص بكل منها، والتكاليف الجماعية والفردية، واختبار الوحدة والاختبار التراكمى فى نهاية الوحدة.
	حركة مستقيمة – مسافة – متجه سرعة – السرعة المتوسطة – مقدار السرعة المتوسطة – السرعة النسبية – حركة رأسية – جذب عام – إزاحة – سرعة منتظمة – سرعة لحظية – متجه موضع – عجلة منتظمة – سقوط حر – جاذبية أرضية	العرض المباشر – المناقشة – العصف الذهنى – الطريقة الاستنباطية – التعلم التعاونى – حل المشكلات.	تتمثل فى الأسئلة الشفهية والتحريرية الفردية والجماعية قبل وفى أثناء وبعد الدرس، والأنشطة المقترحة، وسلم التقييم الخاص بكل منها، والتكاليف الجماعية والفردية، وتمارين متنوعة على الوحدة والاختبار التراكمى فى نهاية الوحدة واختبارات عامة للربط بين جميع أجزاء الوحدة فى نهاية الكتاب.

PDF Compressor Pro

خريطة المنهج

الوحدة	مخرجات التعلم	الموضوعات	
الهندسة و القياس	● يُعرف النقطة و المستقيم و المستوى. ● يتعرف بعض المجسمات (الهرم – الهرم المنتظم – الهرم القائم – المخروط – المخروط القائم)، وخواص كل منها. ● يستنتج المساحة الجانبية والمساحة الكلية لكل من الهرم القائم – المخروط القائم. ● يستنتج حجم كل من الهرم القائم – المخروط القائم. ● يوجد معادلة الدائرة بدلالة إحداثيات كل من مركزها، وطول نصف قطرها. ● يستنتج الصورة العامة لمعادلة الدائرة. ● يعين إحداثيات كل من مركز الدائرة، وطول نصف قطرها بمعلومية الصورة العامة لمعادلة الدائرة. ● ينمذج مواقف رياضية باستخدام قوانين الهندسة.	الدرس (٣ – ١): المستقيمات والمستوى. الدرس (٣ – ٢): الهرم والمخروط. الدرس (٣ – ٣): المساحة الجانبية والمساحة الكلية للهرم والمخروط. الدرس (٣ – ٤): حجم الهرم والمخروط. الدرس (٣ – ٥): معادلة الدائرة.	
الاحتمال	● يتعرف مفهوم التجربة العشوائية. ● يحل مسائل تطبيقية باستخدام مسلمات الاحتمال. ● يحل مشكلات حياتية باستخدام قوانين الاحتمال. ● يتعرف مفهوم فضاء العينة. ● يكتب فضاء العينة لبعض التجارب العشوائية. ● يتعرف مفهوم الحدث – الحدث البسيط – الحدث المؤكد – الحدث المستحيل. ● يتعرف مفهوم الأحداث المتنافية. ● يتعرف العمليات على الأحداث مثل (الاتحاد – التقاطع – الفرق – الاكمال). ● يتعرف مفهوم الاحتمال. ● يستخدم مسلمات الاحتمال. ● يستخدم مسلمات الاحتمال في حساب احتمال وقوع حد.	الدرس (٤ – ١): بعض المصطلحات والمفاهيم الأساسية. الدرس (٤ – ٢): العمليات على الأحداث. الدرس (٤ – ٣): الاحتمال.	

PDF Compressor Pro

خريطة المنهج

	المفاهيم	استراتيجيات التدريس	أساليب التقويم
	النقطة – المستقيم – المستوى – الفراغ – رأس – قاعدة – محور – دائرة – مركز – نصف قطر – قطر – هرم – مخروط – وجه جانبى – حرف جانبى – ارتفاع – ارتفاع جانبى – هرم منتظم – هرم قائم – شبكة هرم – مخروط دائرى قائم – مساحة جانبية – مساحة كلية (سطحية)	التعليم التعاونى – المحاضرة – المناقشة – العصف الذهنى – الطريقة الاستقرائية – الطريقة الاستنتاجية – الاكتشاف الموجه – حل المشكلات.	أسئلة شفهية وتحريرية فردية وجماعية قبل وفى أثناء وبعد الدرس أو الأنشطة المقترحة – تمارين عامة واختبار تراكمى فى نهاية الوحدة
	إحصاء – احتمال – تجربة عشوائية – فضاء العينة – فضاء النواتج – قطعة نقود – حجر نرد – حدث – حدث بسيط (أولى) – حدث مركب – حدث مؤكد – حدث مستحيل – العمليات على الأحداث – أحداث متنافية	التعليم التعاونى – الاكتشاف الموجه – الطريقة الاستنباطية – العصف الذهنى – المناقشة – حل المشكلات	أسئلة شفهية وتحريرية فردية وجماعية قبل وأثناء وبعد الدرس أو الأنشطة المقترحة – تمارين عامة واختبار تراكمى فى نهاية الوحدة.

PDF Compressor Pro

اختبار تطبيقات الرياضية

أجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة.

(١) إذا كان ل (أ ∪ ب) = ٠,٦ حيث أ ، ب حدثين متنافيين فى فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل (أ) : ل(ب) = ٢ : ٣
فإن ل (أ) =

أ ٠,٣٦ ب ٠,٢٤ ج ٠,٢ د ٠,٣

(٢) قذف جسم رأسيًّا إلى أعلى بسرعة ٤٢كم/ س فإن أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم يساوى:

أ ٩٠كم ب ٨٤كم ج ٩٨ كم د ٦٥كم

(٣) المساحة الجانبية للمخروط القائم = حيث ل طول راسمه ، نق طول نصف قطر قاعدته :

أ π ل نق ب ٢ π نق٢ ج ل نق د π نق(ل + نق)

(٤) قوتان متساويتان فى المقدار ومقدار محصلتهما يساوى ٨ نيوتن وقياس الزاوية بينهما ١٢٠° فإن مقدار كل منهما يساوى:

أ ٤ نيوتن ب ٤ $\sqrt{٢}$ نيوتن ج ٤ $\sqrt{٣}$ نيوتن د ٨ نيوتن

السؤال الثانى:

(١) أثرت القوى ٥ ، ق ، ٩ ، ٣ ، ٦ ، ك نيوتن فى نقطة واحدة بحيث كان قياس الزاوية بين كل قوتين متتاليتين ٦٠°، فإذا كانت المجموعة متزنه فأوجد قيمتى ق، ك.

(٢) تعطل محرك سيارة فنقصت سرعتها من ٧٢كم/ س إلى ٣٦كم/ س خلال نصف دقيقة. احسب المسافة التى قطعتها فى هذه الفترة الزمنية، ثم احسب متى تسكن السيارة؟

السؤال الثالث:

(١) قذفت كرة صغيرة رأسيًّا لأعلى بسرعة ٧٠م/ ث. احسب سرعتها وهى على ارتفاع ٩٠م من نقطة القذف ثم احسب أقصى ارتفاع تصل إليه الكرة.

(٢) مكعب من الشمع طول حرفه ٣٠سم حول بالانصهار إلى مخروط دائرى قائم ارتفاعه ٤٥سم. أوجد طول نصف قطر قاعدة المخروط إذا علم أن ٨٪ من الشمع قد فقد أثناء الصهر والتحويل.

السؤال الرابع:

(١) كرة ملساء منتظمة وزنها ٢٠ نيوتن وطول نصف قطرها ٣٠سم علقت من نقطة على سطحها بخيط خفيف طوله ٢٠سم ومثبت طرفه الآخر عند نقطة من حائط رأسى أملس . أوجد فى وضع التوازن كل من الشد فى الخيط ورد فعل الحائط .

(٢) صندوق به ٢٠ كرة متماثلة ومرقمة من ١ إلى ٢٠ سحبت كرة عشوائيًّا من هذا الصندوق . احسب احتمال أن تكون الكرة مرقمة.

أ عدد أولى ب عدد فردى يقبل القسمة على ٥

PDF Compressor Pro

تقييم أداء الطالب فى الرياضيات

توجيهات لإنشاء وتطوير نظام تقييم موثوق به:

إن إنشاء وتطوير نظام تقييم موثوق به هو عملية مستمرة، تظهر بعض أدوات التقييم، منذ الوهلة الأولى، مناسبة جدًّا للمعلم ولطلابه، وتظهر أدوات أخرى جودة وفعالية بعد أن تتاح للمعلم فرصة تجريبها وتحسينها، وفى الوقت نفسه هناك أدوات غير صالحة لمستوى ما ولموقف تعليمى معين.

وهنا نضع بين أيدى زملائنا المعلمين بعض التوجيهات التى قد تكون مفيدة عند اختيار نماذج التقييم لبرنامج ما.

استخدام نموذج التقييم الذى يحقق أهدافك بحيث:

- يؤمن مراجعة لطرق التعليم التى استخدمتها، ويعطيك الدلائل التى تستفيد منها فى إعادة النظر وتعديل محتوى وسرعة عملية التعليم.
- يؤمن للطالب تأكيدًا لنجاحة في مجال ما، بالإضافة إلى تحديد التحسين المطلوب في مجالات أخرى.
- تؤمن نظم التقييم المتعارف عليها نتائج واقعية ملموسة.

اجعل من عملية التقييم خبرة إيجابية للطلاب وذلك من خلال:

- استخدام أساليب منوَّعة للتقييم.
- توفير فرص للطلاب يعرضون فيها إمكاناتهم الرياضية في جو يسمح بالأداء الأفضل.
- التركيز على ما يعرفه الطلاب ويتقنونه، لا على ما لا يعرفونه أو يتقنونه.
- حفز الطلاب على التحصيل بوضعهم أمام مهام تعكس قيمة جهودهم.

استخدام تقييم الأداء في التركيز على مهارات التفكير العليا، وذلك من خلال:

- التركيز على تقييم الأداء الذى يصور الطالب مفكرًا ناقدًا وحالًّا للمسائل.
- تحديد كيفية تعامل الطالب مع الرياضيات، لا كيفية حل المسائل فقط.

قدم الأنشطة التقويمية التى تشبه المهام اليومية، وذلك من خلال:

- استخدام أنشطة متشابهة للأنشطة التدريسية فى عمل التقييم.
- استخدام الأنشطة التقويمية في تأكيد التعليم.
- تقديم التغذية الراجعة التفصيلية الفورية التى يحتاج إليها الطلاب لتأكيد عمليات التعلم.

أشرك كل طالب في عمليات التقييم، وذلك من خلال:

- تشجيع الطلاب على عرض أعمالهم.
- تشجيع الطلاب على المشاركة في تحقيق الأهداف.

استطلاع رأى الطالب

لكل عبارة من العبارات التالية ضع علامة (✓) أسفل الخانة التى تصف إحساسك.

العبارة	معظم الوقت	بعض الوقت	نادرًا ما يحدث
أتقدم بشكل ملحوظ فى مادة الرياضيات.			
أحتاج إلى المساعدة فى حل كثير من المسائل.			
الرياضيات لها فائدة في جميع المواقف الحياتية.			
أفهم المسائل اللفظية.			
أستطيع حل معظم المسائل.			
أفضِّل تجريب استراتيجيات جديدة في حل المسائل.			
أصاب بالإحباط بسهولة من دراسة الرياضيات.			
لدى دفتر منظم لمادة الرياضيات.			
أعتقد أن الرياضيات ممتعة.			

صف مشروعًا تفضِّل أن يعمل به الفصل.　　ما نوع الرياضيات المفضلة لديك؟ ولماذا؟

اكتب قائمة ببعض الأنشطة التى مارستها خارج المدرسة، واستخدمت فيها الرياضيات.

PDF Compressor Pro

تقييم ذاتى لعمل الفريق:

أسماء الفريق: ....

اقرأ جيدًا كل عبارة من العبارات التالية، ثم أعط التقدير (٤) لمجموعتك إذا كنت توافق على العبارة، والتقدير (٣) إذا كنت توافق إلى حدٍّ ما، والتقدير (٢) إذا كنت لا توافق إلى حدًّ ما، والتقدير (١) إذا كنت لا توفق، واستخدم (غ م) وتعنى غير ملائم إذا كانت العبارة لا تنطبق على هذا الموقف. حوِّط استجابة واحدة لكل وصف لمجموعتك.

العبارات	موافق	موافق إلى حد ما	غير موافق إلى حد ما	غير موافق	غير ملائم
أعضاء المجموعة					
أنجزوا المهام المكلفين بها.	٤	٣	٢	١	غ م
فهموا جيدًا الغرض من المهمة.	٤	٣	٢	١	غ م
فهموا جيدًا حل المهمة.	٤	٣	٢	١	غ م
استمعوا جيدًا إلى كل من الأفكار الأخرى.	٤	٣	٢	١	غ م
قدموا تغذية راجعة لذوى الأفكار المشوشة.	٤	٣	٢	١	غ م
تعاونوا في تجهيز العمل الذى تم تجميعه.	٤	٣	٢	١	غ م
استقوا تكليفاتهم من اليوم السابق.	٤	٣	٢	١	غ م
عرضوا أفكارهم على المجموعة.	٤	٣	٢	١	غ م
تفاهموا مع بعضهم البعض عند الحاجة.	٤	٣	٢	١	غ م

من خلال العمل مع فريق، تعلمت ....

سجل عمل الفريق

أسماء الفريق:

لكل فريق عمل سجِّل التاريخ، والمهمة التى كلفوا بها، وأرقام الصفحات، ثم صف عمل أعضاء الفريق معًا للوصول إلى حل جماعى للمهمة التى كلفوا بها . اذكر أى طرق أو أساليب وجدتها مفيدة لإنجاز المهمة.

التاريخ	المهمة	وصف عمل الفريق

التقييم الذاتى للطالب

المهمة:

اكتب عمّا قمت بإنجازه.

ما الذى حاولت تعلُّمه؟ كيف بدأت عملك؟ ما الأدوات التى كنت في حاجة إليها؟ ما الذى تعلمته؟

ضع علامة (✓) أمام العبارات التى تصف طريقة عملك:

خطَّطت قبل البدء في العمل. كنت قادرًا على إجراء هذا العمل.

لم أفهم التعليمات. أتبعت التعليمات، ولكننى حصلت على إجابة خاطئة.

PDF Compressor Pro

توصلت إلى طريقة أخرى لإنجاز المهمة. أستطيع شرح كيفية إنجاز هذه المهمة لشخص آخر.
كان العمل أسهل مما توقعت. كان العمل أصعب مما توقعت. إضافات أخرى:

خبراتي في الرياضيات

الرياضيات التي أفضِّلها:
الأهداف التي أريد تحقيقها في مجال دراسة الرياضيات:
مهارات الرياضيات التي أتقنها وأستطيع استخدامها:
مهارات الرياضيات التي أحتاج إلى مزيد من التمرين عليها:
المكافآت التي حصلت عليها في الرياضيات:

تقييم الأداء في حل المسائل

ضع علامة (✓) أسفل العمود المناسب والذي يصف بدقة عمل الطالب:

	في معظم الأحيان	بعض الأحيان	أبدًا
افهم			
يقرأ المسألة بعناية.	....	....	....
يدرس أي جدول أو أي رسم بياني.	....	....	....
يستطيع أن يصوغ المسألة من جديد وبطريقته وعباراته الخاصة.	....	....	....
يستطيع فهم وإدراك المعلومات المعطاة.	....	....	....
يستطيع فهم وإدراك السؤال الذي يجب الإجابة عنه.	....	....	....
خطط			
يختار الخطة الأنسب لحل المسألة.	....	....	....
يقدر الإجابة الصحيحة.	....	....	....
حل			
يعمل وفق منهجية معينة.	....	....	....
يعرض الحل بطريقة منظمة ومنطقية.	....	....	....
يحسب بطريقة صحيحة.	....	....	....
يعطي الإجابة بجملة كاملة صحيحة، مراعيًا الوحدات.	....	....	....
تحقق			
يتحقق من معقولية الإجابة.	....	....	....
يجرب طرقًا أخرى لحل المسألة.	....	....	....
اتجاه			
يظهر استعدادًا لمحاولة حل المسألة.	....	....	....
يظهر ثقة بالنفس.	....	....	....
محاولات خاطئة لحل المسألة.	....	....	....

تعليقات أخرى

نماذج من أساليب التقويم

التقييم المستمر: حل المسائل

التاريخ: ....

قدر كل بند إذا كان:

- ++ ممتازًا
- + جيدًا.
- ✓ مقبولا
- − بحاجة إلى التطوير
- غ.ت. غير قابل للتطبيق.

	يقرأ المسألة بعناية.	يدرس الصور والجداول والتمثيلات البيانية.	يستطيع إعادة صياغة المسألة بأسلوبه الخاص.	يستطيع تحديد المعلومات.	يستطيع تحديد الأسئلة التى تتطلب الإجابة عنها.	يختار الخطة المناسبة.	يقدر ما ستكون عليه الإجابة.	يعمل بانتظام.	يكتب الحل بطريقة منظمة.	يجرى العمليات الحسابية بدقة.	يكتب الإجابة في جملة كامله مع ذكر الوحدات الصحيحة.	يتحقق من صحة الإجابة ومعقوليتها.	يجرى طرقاً أخرى للحل.
١-													
٢-													
٣-													
٤-													
٥-													
٦-													
٧-													
٨-													
٩-													
١٠-													
١١-													
١٢-													
١٣-													
١٤-													
١٥-													
١٦-													
١٧-													
١٨-													
١٩-													
٢٠-													
٢١-													
٢٢-													
٢٣-													
٢٤-													
٢٥-													
٢٦-													
٢٧-													
٢٨-													

PDF Compressor Pro

PDF Compressor Pro

التقييم المستمر: الملاحظة

التاريخ: ....

قدر كل بند إذا كان:

++ ممتازًا

\+ جيدًا.

✓ مقبولا

− بحاجة إلى التطوير

غ.ت. غير قابل للتطبيق.

	يظهر معرفة بالمهارات.	يدرك المفاهيم.	يعمل بترتيب ونظام.	يعمل بنجاح مع الآخرين.	يظهر مواقف إيجابية.	يحترم أفكار الغير ويستخدمها.	يظهر صبرًا ومثابرة.	يطلب المساعدة عند الحاجة.	يستخدم الوقت بإنتاجية.	يجرى طرقًا أخرى للحل.
١-										
٢-										
٣-										
٤-										
٥-										
٦-										
٧-										
٨-										
٩-										
١٠-										
١١-										
١٢-										
١٣-										
١٤-										
١٥-										
١٦-										
١٧-										
١٨-										
١٩-										
٢٠-										
٢١-										
٢٢-										
٢٣-										
٢٤-										
٢٥-										
٢٦-										
٢٧-										
٢٨-										

PDF Compressor Pro

التقييم المستمر: التعلم التعاونى

التاريخ: ....

قدر كل بند إذا كان:

++ ممتازًا

+ جيدًا.

✓ مقبولا

− بحاجة إلى التطوير

غ.ت. غير قابل للتطبيق.

	يظهر قدرة على حل المسائل.	يعمل بانتظام.	يعمل مع آخرين في الفريق.	يوجه ويساعد آخرين.	يحترم آراء الآخرين ويستخدمها.	يتكلم بهدوء.	يطرح أسئلة.	يظهر ميولاً إيجابية.	يظهر صبرًا ومثابرة.	يظهر عدم موافقة دون اشمئزاز.
١-										
٢-										
٣-										
٤-										
٥-										
٦-										
٧-										
٨-										
٩-										
١٠-										
١١-										
١٢-										
١٣-										
١٤-										
١٥-										
١٦-										
١٧-										
١٨-										
١٩-										
٢٠-										
٢١-										
٢٢-										
٢٣-										
٢٤-										
٢٥-										
٢٦-										
٢٧-										
٢٨-										

PDF Compressor Pro

التقييم الفردى من خلال الملاحظة

	دائمًا	أحيانًا	أبدًا
الفهم			
يظهر معرفة بالمهارات.	....	....	....
يدرك المفاهيم.	....	....	....
يختار الخطة المناسبة للحل.	....	....	....
يحل المسائل بدقة.	....	....	....
عادات العمل			
يعمل بطريقة منظمة.	....	....	....
يعمل بنظافة.	....	....	....
يقدم العمل في الوقت المحدد.	....	....	....
يعمل مع الآخرين بتناغم.	....	....	....
يستخدم الوقت بفاعلية وإنتاجية.	....	....	....
يطلب المساعدة عند الحاجة.	....	....	....
الثقة بالنفس	....	....	....
يبادر بتوجيه الأسئلة.	....	....	....
إيجابى التوجيه والسلوك.	....	....	....
يساعد الآخرين.	....	....	....
المرونة			
يجرب طرقًا أخرى.	....	....	....
يحترم ويستخدم أفكار الآخرين.	....	....	....
يستخدم الرياضيات الذهنية والتقدير.	....	....	....
يستخدم الآلات الحاسبة والتقنيات الأخرى.	....	....	....
المثابرة			
يظهر صبرًا ومثابرة.	....	....	....
يعمل وفق منهجية معينة.	....	....	....
يظهر استعدادًا للمحاولة والتجربة.	....	....	....
يتأكد من صحة عمله دون أن يطلب منه.	....	....	....

PDF Compressor Pro

نماذج من أساليب التقويم

التقييم العام للطالب:

التاريخ: ....

قدر كل بند إذا كان:

++ ممتازًا

+ جيدًا.

✓ مقبولا

− بحاجة إلى التطوير

غ.ت. غير قابل للتطبيق.

	حل المسائل.	التعلم التعاوني.	الكتابة في الرياضيات.	نشاط غرفة الفصل.	الواجبات المنزلية.	المشاركة في المناقشة.	درجات الاختبارات القصيرة.	درجات الامتحانات.		
١−										
٢−										
٣−										
٤−										
٥−										
٦−										
٧−										
٨−										
٩−										
١٠−										
١١−										
١٢−										
١٣−										
١٤−										
١٥−										
١٦−										
١٧−										
١٨−										
١٩−										
٢٠−										
٢١−										
٢٢−										
٢٣−										
٢٤−										
٢٥−										
٢٦−										
٢٧−										
٢٨−										

PDF Compressor Pro

قائمة المراجعة/عرض المشروع

يمكن أن يستخدم هذا النموذج لتقييم مشروع ما مقدم من قبل طالب واحد أو من مجموعة الطلاب شفهيًّا أو كتابة، كما أنه من الممكن أن يستخدم لمناقشة طرق ناجحة لتقديم أى مادة، ومن المفيد أن يقدم للطلاب لإرشادهم فى التخطيط لأى مشروع في فن الرياضيات أو التجارب العلمية، أو تجميع البيانات لعمل الجداول والرسوم البيانية، أو عروض حاسوبية، أو مسرحيات هزلية قصيرة، أو أى مشروع بحثى سواء أكان شفهيًّا أم مكتوبًا.

الطالب/ الطلاب: ....

المشروع: ....

قدر كل بند إذا كان:

- ++ ممتازًا
- + جيدًا.
- ✓ مقبولا
- − بحاجة إلى التطوير
- غ.ت. غير قابل للتطبيق.

المشروع

- يعرض مفهومًا رياضيًا بشكل جيد.
- يتواصل مع الأفكار الرياضية بوضوح.
- يربط بمواد أخرى.
- يظهر الوقت الذى انقضى عليه تخطيطًا وتحضيرًا.
- هو أصيل و/ أو مبدع.
- هو نابض بالحياة ونظيف.
- يثير المزيد من الاستقصاءات حول الموضوع.
- يتضمن تقريرًا مكتوبًا.
- يذكر المواد المستخدمة.
- يظهر توزيع المهام التى كلفت بها مجموعة الطلاب.

التقويم الشفهى

- يظهر معرفة بالمفهوم الرياضى.
- منظم: يتضمن مقدمة ومضمونًا وخاتمة.
- يستخدم الوسائل السمعية/ البصرية عند الحاجة وفى الوقت المناسب.
- يتكلم بوضوح ويضبط التقويم بما يناسبه من سرعات.
- يجيب عن الأسئلة ويثير مزيدًا من الاهتمام بالموضوع.
- يظهر ميلًا وتوجهًا إيجابيين لحل المسائل.
- يذكر الموارد المستخدمة.

PDF Compressor Pro

مخطط معايير تطبيقات الرياضيات

المعيار	المؤشرات	الصفحات
المعيار الأول **تعرف تطور علم الميكانيكا ودور علماء الرياضيات فى تطوير فهم الظواهر الفيزيائية**	١ نشاط : يتعرف تطور علم الميكانيكا تاريخيًّا، وتطوره من النظرية الكلاسيكية إلى النظرية النسبية، ويتعرف أنواعًا أخرى حديثة من علم الميكانيكا فى صورة أنشطة.	٣
	٢ نشاط : يتعرف أن علم الميكانيكا علم دراسة الظواهر المتعلقة بالحركة (الديناميكا)، والظواهر المتعلقة بالكون (الاستاتيكا).	٢
	٣ يتعرف، ويقدر دور علماء الرياضيات فى تطوير علم الميكانيكا، وقوانينه التى أسهمت فى فهم كثير من الظواهر الحياتية، وحل العديد من المشكلات الرياضية والحياتية.	٤
	٤ يتعرف وحدات القياس الآتية ، عند دراسة الموضوعات المتعلقة بها: ✍ وحدات قياس المسافة / الإزاحة التى تستخدم فى قياس الأطوال الكبيرة مثل: الكيلو متر والميل، والتى تستخدم لقياس الأطوال المتناهية فى الصفر مثل النانومتر، ودراسة العلاقة بينهما. ✍ وحدات قياس الزمن من (... – الساعة–الدقيقة–الثانية .... – الفيمتو ثانية)، دراسة العلاقة بينهما. ✍ وحدات قياس الكتلة (... – ثقل كيلو جرام – ثقل جرام – ...) ودراسة العلاقة بينهما ✍ وحدات قياس السرعة والعجلة، والقوة.	٥ ٦ ٦ ٧
المعيار الثانى **تعرف علم السكون (الأستاتيكا) وقوانينه، ومفاهيمه المختلفة، وتطبيقاته فى مواقف حياتية.**	١ يتعرف مفهوم القوة، والقوة كمتجه، ووحدات قياس مقدار القوة فى ضوء وحدات القياس السابقة.	١٢
	٢ يوجد محصلة قوتين مقدارًا واتجاهًا (القوتان تؤثران فى نفس النقطة).	١٤
	٣ يتعرف تحليل قوة معلومة إلى مركبتين.	٢٠
	٤ يتعرف تحليل قوة معلومة إلى مركبتين متعامدتين.	٢١
	٥ يوجد محصلة عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة .	٢٥
تابع المعيار الثانى **تعرف علم السكون (الأستاتيكا) وقوانينه، ومفاهيمه المختلفة، وتطبيقاته فى مواقف حياتية.**	٦ يبحث اتزان نقطة مادية (جسيم) تحت تأثير مجموعة من القوى المستوية المتلاقية فى نقطة فى الحالات الآتية. ✍ إذا اتزنت قوتان مستويتان متلاقيتان فى نقطة. ✍ إذا اتزنت ثلاث قوى مستوية متلاقية فى نقطة. ✍ إذا اتزنت عدة قوى مستوية متلاقية فى نقطة.	٣١ ٣٣ ٣٨
	٧ يوجد محصلة قوتين هندسيًّا وجبريًّا مستخدمًا تكنولوجيا المعلومات فى صورة أنشطة.	١٣
	٨ يتعرف تطبيقات ما درسة فى الإستاتيكا فى مواقف فيزيائية وحياتية.	٢١
	٩ نشاط : محصلة قوتين هندسيًا وجبريًا مستخدمًا تكنولوجيا المعلومات.	١٣
	١٠ نشاط: تطبيقات القوى المتلاقية فىنقطة فى مواقف فيزيائية وحياتية	٣٨، ٣٩

PDF Compressor Pro

مخطط معايير تطبيقات الرياضيات

المعيار	المؤشرات	الصفحات
المعيار الثالث **تعرف علم الحركة (الديناميكا) وقوانينه، ومفاهيمه المختلفة، وتطبيقاته فى مواقف فيزيائية وحياتية.**	١ يتعرف مفهوم الجسيم على أنه نقطة افتراضية.	٥٢
	٢ يتفهم المقصود بالحركة الانتقالية لجسيم من موضع لآخر.	٥٣
	٣ يدرك أن الحركة الانتقالية تحدث إذا كانت جميع نقاط الجسم تتحرك فى خطوط موازية لبعضها أثناء الحركة.	٥٣
	٤ يميز بين الإزاحة والمسافة.	٥٣
	٥ يتعرف مفهوم السرعة المنتظمة (متجه السرعة- الحركة المنتظمة- متجه السرعة المتوسطة- متجه السرعة اللحظية- السرعة النسبية- وحدات قياس السرعة).	٥٦، ٥٩
	٦ يميز بين مفهومى متجه السرعة المتوسطة Velocity Average ومقدار السرعة المتوسط Average speed في حالة الحركة الخطية في اتجاه متجه وحدة ثابت.	٥٨
	٧ يتعرف مفهوم السرعة النسبية	٦٠
	٨ يتعرف الحركة المستقيمة ذات العجلة المنتظمة (العجلة المنتظمة- وحدات قياس العجلة).	٦٥
	٩ يستنتج قوانين الحركة بعجلة منتظمة: ✍ ع + ع. + جـ ن ✍ ف = ع. ن + جـ ن^{٢} ✍ ع^{٢} = ع.^{٢} + ٢ $\frac{١}{٢}$ جـ ف	٦٦ ٦٨ ٧٠
	١٠ يتعرف تطبيقات على قوانين الحركة بعجلة منتظمة.	٧٢
	١١ يتعرف الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية.	٧٥
	١٢ يتعرف قوانين الحركة الرأسية تحت تأثير الجاذبية الأرضية فى حالة صعود الجسم أو هبوطه.	٧٥
	١٣ يتعرف الجاذبية الأرضية (قانون نيوتن للجذب العام- ثابت الجذب العام).	٨٠
	١٤ يتعرف التمثيل البيانى لمنحنى الإزاحة والزمن، ومنحنى السرعة والزمن.	
	١٥ نشاط: يستخدم الآلة الحاسبة البيانية فى تمثيل العلاقة بين الإزاحة والزمن، والسرعة والزمن فى صورة أنشطة	٥٥
	١٦ نشاط: يطبق مفاهيم السرعة، والسرعة النسبية، والعجلة فى نمذجة مواقف فيزيائية وحياتية تشمل حركة الأجسام مثل: (حركة الصواريخ- حركة الطيران- الأقمار الصناعية) فى صورة أنشطة	٦٤، ٨٢

PDF Compressor Pro

مخطط معايير تطبيقات الرياضيات

المعيار	المؤشرات	الصفحات
المعيار الرابع: تعرف الهندسة والقياس وتطبيقاتهما فى مواقف رياضية وحياتية.	١ يتعرف النقطة والمستقيم والمستوى فى الفراغ.	٩٤
	٢ يتعرف بعض المجسمات (الهرم- الهرم المنتظم- الهرم القائم- المخروط- المخروط القائم)	١٠٠
	٣ يستنتج المساحة الجانبية والمساحة الكلية لكل من الهرم القائم- المخروط القائم.	١٠٥
	٤ يستنتج حجم كل من الهرم القائم والمخروط القائم.	١٠٩
	٥ يوجد معادلة الدائرة بدلالة إحداثيات كل من مركزها وطول نصف قطرها.	١١٤
	٦ يستنتج الصورة العامة لمعادلة الدائرة.	١١٨
	٧ يعين إحداثيات كل من مركز الدائرة، وطول نصف قطرها بمعلومية الصورة العامة المعادلة.	١٢٠
	٨ نشاط: يطبق ما درسه فى الهندسة والقياس فى نمذجة مواقف رياضية وحياتية	١٢١
المعيار الخامس: استكمال دراسة الاحتمال وتطبيقات عليه.	١ يتعرف التجربة العشوائية، ويستنتج بعض التجارب العشوائية الشهيرة مثل: رمى العملة المعدنية مرة واحدة أو مرتين أو ثلاث مرات، رمى حجر النرد مرة واحدة أو مرتين	١٣٣
	٢ يتعرف العمليات الآتية على الأحـداث (أو ما يعرف بالأحداث المركبة)،قوانين دى مرجان ويعبر عنها لفظيًا ورمزيًا ويمثلها بأشكال فن: (بمعلومية فضاء ونواتج تجربة عشوائية، أ، ب حديثين فى ف) ✍ عدم وقوع أى من الحدثين (عدم وقوع أ وعدم وقوع ب)	١٤٢، ١٥٠
	٣ نشاط: يتعرف تطبيقات رياضية وحياتية بسيطة على الإحصاء والاحتمال	١٥٤